F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVI NUMĂRUL 1 ANUL 1974,
IANUARIE – FEBRUARIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquees" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVITEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVITEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présenté, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du cors didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVITEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului"

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVI – NUMĂRUL 1

IANUARIE – FEBRUARIE

1 9 7 4

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent *Emilian Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing. *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil

Rector

Prof. dr. docent *Radu Voinea*

Membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

ECONOMIE POLITICĂ

C. Lazăr, Gh. Gorincu

Considerațiuni cu privire la conceptul de creștere economică 21

FIZICA

V. Datcu

Aplicarea metodelor de Monte Carlo la studiul cascadelor electrono-fotonice (dezvoltarea longitudinală) 33

TEHNOLOGIE—CHIMICĂ

I. Teoreanu, Tran Van Huyhn

Die mineralisierende Wirkung der Fluorverbindungen auf die Bindemitteleigenschaften der Portlandzementklinker 59

Th. Bădescu, C. Konrad

Studiu privitor la eficiența extinderii noțiunilor de „concentrație volumetrică" și „concentrație volumetrică critică" în pigment, la cernelurile de tipar 65

UTILAJ CHIMIC

R. I. Iatan

Contribuții la aprecierea concentrării de eforturi unitare la rezervoarele cilindrice 71

REZISTENȚA MATERIALELOR

T. Pană.

Studiul ovalizării secțiunii transversale la tuburile circulare cu pereți subțiri solicitate la încovoiere și la presiune interioară 83

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

Z. Duca, I. Gheorghe, Al. Dorin, Fl. Ionescu

Impactul ca sursă de vibrații la frezarea frontală de finisare II 97

CENTRALE ELECTRICE

H. Lazăr, C. Mucichescu

Sistemul de ecuații care caracterizează regimul de funcționare în paralel a „n" blocuri generator-transformator legate printr-o linie la un sistem de putere infinită 105

AUTOMATICA

C. Nitu

Analiza stabilității unui sistem automat neliniar cu modulare în amplitudine 115

C. A. Popeea

Despre comanda optimal-adaptivă a sistemelor stochastice 123

ELECTRONICĂ

N. Cupcea

Asupra unor aspecte ale teoriei tranzistorului MOS integrat 135

METALURGIE

I. Vîrcolacu. P. Dumitrașcu, I. Oprescu, M. Guțu

Determinarea caracteristicilor statice ale furnalelor la conducerea complexă cu model matematic 153

Резюме

Д. К. 330

К. Лазэр, Г. Горинку

Некоторые аспекты, относящееся к понятию экономического роста

Авторы вносят вклад в создание идеи экономического роста в социализме, высказывают свое мнение в связи с показателями экономического роста и факторов, влияющих на этот процесс в нашей стране в настоящм этапе.

Исходя из возможностей социалистического строяпо обеспечению экономического роста, в этом сообщении особо выделяются черты этого процесса в Румынии в годы социализма, их проявления на высшем уровне в этапе создания широко развивающегося социалистического общества и широкое вовлечение масс для быстрого прогресса нашего общества, повышения уровня жизни нашего народа.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д. К. 531

В. Датку

Использование методов Монте Карло в изучении электрофотонных каскадов

Работа содержит изложение главных методов Монте Карло для симуляции стохастических явленнй и их использование в изучении электофотонных каскадов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д.К. 66

И. Теоряну, Тран Ван Хуинх

Минерализирующее действие фторсодержащих соединений на вяжущие свойства портланд- цементного клинкера

Фторсодержащие соеединения улучшают вяжущие свойства портландцементного клинкера. Существует параллелизм между механическими сопротивлениями полученных цементов и содержанием в алие соответствующих клинкеров. Констатируется определенная регулярность во влиянии минерализирующих примесей в функции от позициий составляющих их катионов в периодической системы элементов.

Цементы, изготовленные из клинкеров минерализованных с фтор-силикатами доказывают значительную стабильность при хранении.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Summary

D. C. 330

C. Lazăr, Gh. Gorincu

Considerations on the Notion of Economic Growth

The authors contribute to work out the notion of economic growth in socialism, they are expressing their opinion concerning the indexis to show it and the factors which bring about this process in the present stage in our country.

Starting from the possibilities of our system to ensure the economic growth, the paper is pointing out the features of this process during socialist era in Romania and their action on a higher level in the stage of edification of the multisided developed socialist society, their multiple aspects for the fast progress of the whole mankind, for the steady people's welfare

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D. C. 531

V. Datcu

Monte Carlo Methods for Electron-photon Cascades.

Main Monte Carlo proceedings for stochastic events simulation and their application for longitudinal development of the electron-photon cascades are presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 66

I. Teoreanu, Tran Van Huynh

Mineralizing Action of the Fluor Compounds on the Portland Cement Clinker Binding Properties

Fluor compounds improve binding properties of the Portland cement clinker. There is a clear parallelism between mechanical strength of the cement obtained and the alit content of the corresponding clinker. It comes out a certain regularity in the mineralizing effect of the additions deppending on their constituent cation position in the periodical elements system.

The cements prepared from mineralized clinker using fluorosilicates prove a remaracble stability on storing.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д.К. 667.6

Тх. Бэдеску, К. Конрад

Исследование по „обьемной концентрации и критической объемной концентрации" в пигменте печатных красок

Объемная концентрация пигментов влияет на переносную способность краски и её оптическую плотность.

Она стаеновится критической при максимальном значении обратной емкости насыщенной краски, определенной фотометрически

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д.К. 66

Р. И. Иатан

Об сосредоточении усилий влияющих на основные цилиндрические резервуары.

В работе представляется новый расчетный метод для количественной оценки сосредоточения, напряжений который учитывает одновременное влияние веса резервуара и гидростатического давления жидкости.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д. К. 620

Т. Пана

Исследование овализаций поперечного сечения у нагруженных на изгиб и внутреннем давлении тонкостенных цилиндрических труб.

В работе изучаются условия, при которых происходит потеря устойчивости формы контура поперечного сечения и определяется наименшее значение отношения толщины стены к радиусу средней линии для данных нагрузок при которых не теряется устойчивость, тонкостенной трубы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 667.6

Th. Bădescu, C. Konrad

Study Concerning the Efieacity of the Extention of the Notion „Volume Concentration" and „Critical Volume Concentration" in Pigment, to the Printing Inks.

The volume concentration in pigment determines the transfer capacity and its optical density, the becoming critical at the maximum value of the inverse of the quantity of saturation ink, photometrical determined.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 66

R. I. Iatan

Contribution to the Estimation of Unitary Efforts Concentration in Cylindrical Tanks.

In the work a new method of calculation is shown in order to quantitatively estimate the concentration of the unitary efforts. This method differs from the one abready known from the reference reading, by taking into account the simultaneous influence of the tank casing weight and of the hydrostatic presure exerted by the stored liquid.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 620

T. Pană

Cross-sectional Flattening of Cylindrical Thin-Walled Tubes under Bending and Internal Pressure

The conditions are studied under which the stability of the cross-section contour shape is lost. The minimum value of the ratio of wall thickness to the radius of median line of the cross-section contour is determined for which, under given loading conditions, the critical state of deformation is avoided.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д. К. 621.914

З. Дука, И. Георге, А. Дорин, Фл. Ионеску

Контактный удар, как источник вибраций при отделочном боковом фрезеровании.

В работе определяются силы резания и фактор удара при входе зуба в случае фронтального фрезерования. На основе полученных отношений можно определить оптимальное расположение инструмента относительно детали с целью угашения вибраций.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д.К. 621.313.322:621.3.078

Х. Лазер К. Мучикеску

Система уравнений, характеризующая режим работы „n" блоков генератор-трансформаторов, связанных одной линией электропередачи с системой бесконечной мощности.

В работе дана математическая модель которая описывает поведение электрической системы, составленной из „n" блоков синхронных генератор-трансформаторов в режиме малых колебаний, которые работают параллельно на шины электростанций, подающей энергию через линию электропередачи.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д.К. 621—52

К. Ни:у

Анализ устойчивости нелинейной автоматической системы регулирования с амплитудной импулсесной модуляцией.

Находятся условия устойчивости для нелинейной импульсной системы с пропорциональным регулятором, имеющим коэффициент усиления, зависящий от величины рассогласования. Такие системы имеют показатели качества более высокие, чем у классических систем.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D. C. 621.914

Z. Duca, I. Gheorghe, Al. Dorin, Fl. Ionescu

The Shock Source of Vibrations in the Frontal Finishing Milling II

The paper presents the contribution of the authors for the determination of the chock factor and of the cutting force at the penetration of the tool into the milling wotk in the frontal plane milling process.

The mathematical formula obtained mokes possible to precise the optimal position of the milling cutter with the worked piece in order to minimize the vibrations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 621.313.322 :621.3.078

H. Lazăr, C. Mucichescu

The System of Equations Describing the Work of „n" Blocks Generator — Transformer Coupled by a Line to an Infinite Power System

In the paper is obtained the mathematical model describing the behaviour in static conditions of a power system including n regulated synchronons alternators working 'n parallel on the bus-bar of a power station and delivering the energy tnrough the agency of an electric line.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 621—52

C. Nitu

The Analyse of Stability for Nonliniar System with Pulse Amplitude Modulation

The stability conditions of the nonliniar sampled data system with proportional controller are analysed. These controlles with nonliniar characteristics have high performances in comparision with conventional controllers.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д. ЛК. 621—52

К. Попеea

Адаптивное оптимальное управление линейных стохастических систем.

В работе доказывается, что стохастическое оптимальное уравнение одного класса линейных систем с неизвестными параметрами находится при помощи матрициального уравнения Риккати с частными производными.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д. К. 621.39

Н. Купча

Некоторые аспекты теории интегрального МОП транзистора.

В работе анализируется действие полевого МОП транзистора до насыщения, принимая во внимание зависимость подвижности носителей от электрического поля, а также при насыщении в рамках гипотезы предельной скорости.

Полученная модель дополнена замечаниями относительно действия полевого МОП транзистора с небольшой длиной канала и относительно влияния конечного удельного сопротивления в диффузированных зонах. Теоретические результаты проверены экспериментально.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Д. К. 669

И. Опреску, П. Думитрашку
И. Вырколаку, М. Гуцу

Определение статистических характеристик доменной печи при комплексном управлении с математической моделью.

В работе устанавливается, при статистическо-математических методах, основные характеристики доменной печи, ее управление математической моделью, разработанной автором раньше.

Было определено изменение термической энергии нижней зоны горны, вычислено с математической моделью в зависимости с основными регулированными параметрами: температура и влажность воздуха и содержание болотного газа.

Также были изучены зависимости между производством чугуна и удельным расходом углерода, а также и между расходом воздуха и содержанием погрузки в кислороде.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 621—52

C. Popeea

Optimal-Adaptive Control of Linear Stochastic Systems

In this paper it is proved that optimal control for a class of linear system with apriori unknown but on-line estimated parameters requires to solve a matrix Riccati-type equation with partial derivatives.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 621.39

N. Cupcea

Some Aspects of the Integrated MOS Transistor Theory

The operation of the MOSFET before saturation taking into account the carrier mobility variations with the electric field and, also, at saturation within the framework of the carrier limit velocity in the channel hypothesis are analysed. The obtained model is completed with some remarks on the small length channel MOSFET operation and, also, on the in luence of finite resistivity of the diffused zones. The theoretical results are experimentally verified.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.C. 699

I. Vîrcolacu, I. Oprescu, P. Dumitraşcu, M. Guţu

Determination of Statical Characteristics of the Blast Furnace Controlled Through Mathematical Model

The authors worked out theoretically and proved by statistical means some statical characteristics of the blast furnace, i.e. the dependences of the performance functions (thermal energy of the elaboration zone E_t, hot metal production per hour P_t and specific carbon consumption in the direct reduction C_{RD}) on one hand and the deepndences of the control and disturbance values on the other hand. The formerly elaborated mathematical models was adapted to a high capacity blast furnace.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Résumé

C.D. 330

C. Lazăr, Gh. Gorincu

Considération concernant la notion de développement économique

Les auteurs réalisent une contribution à l'élaboration de la notion de „développement économique" en socialisme, disent leurs oppinions concenant les indicateurs d'exprimation du développemnet économique et des causes qui influencent ce processus dans notre pays et dans cette étape (période).

En commençant par les valences du régime socialiste qui assurent le développement économique, dans la présente communication ou remarqe les traits caractéristique de ce procèssus en Roumanie pendant la période du socialisme, leur manifestation, sur un plan supérieur dans l'étape de l'édification de la société socialiste multilatérale développée et les diverses implications pour le progrés rapide de notre société.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C.D. 531

V. Datcu

L'application des méthodes de Monte Carlo pour l'étude des easead électrophotoniques.

On présente les principales méthodes de Monte Carlo pour la simulation des phénomènes stochastiques ainsi que l'appliction dans l'étude du développement longitudinal des cascades électro-photoniques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C.D. 66

I. Teoreanu, Tran Van Huynh

L'action minéralisante des composés fluorés sur les propriétés liantes du clinker de ciment portland.

Les composés fluorés améliorent les propriétés liantes du clinker de ciment portland. Existe un parallélisme évident entre les réisstances mécaniques obtenues et la teneur en alit des clinkers minéralisés. On constate une certaine régularité d'influence des additions fluorés en fonction de la position des éléments cationiques constituants dans le système périodique des éléments.

Les ciments préparés des clinkers minéralisés avec fluorosilicates ont une remarquable stabilité au stockoge.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

Zusammenfassung

D.K. 330

C. Laz ăr. Gh. Gorincu

Betrachtungen über den Begriff des wirtschaftlichen Wachstums

Die Verfasser bringen in dieser Mitteilung Beiträge zur Ausarbeitung des Begriffes „wirtschaftliches Wachstum" im Sozialismus, stellen dabei ihre Auffassung dar, in welchen Kennziffern diese wirtschaftiche Steigerung auszudrücken ist und welche Faktoren diesen Prozess in der gegenwärtigen Etappe in unserem Lande beeinflussen.

Von den wertbestimmenden Möglichkeiten der sozialistischen gesellschaftlichen Anordnung um das stätige Anwachsen der nationalen Ökonomie zu sichern ausgehend, werden in dieser wissenschaftlichen Mitteilung die Hauptzüge dieses Prozesses im Rumänien der sozialistischen Epoche vorgestellt, seine Erscheinung auf einer höheren Stufe, nämlich in der Etappe der Vollendung der vielseitig entwickelten sozialistischen Gesellschaft beschrieben, sowie die vielfältigen Einwirkungen dargestellt, die dieser Prozess auf den raschen Fortschritt unserer gesamten Gesellschaft und auf die Hebung des Volkswohlstandes ausübt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.K. 531

V. Datcu

Anwendung der Monte Carlo Methoden für die Kaskaden von Elektronen-Photonen.

Man stellt dar die hauptsächlichen Monte — Carlo Methoden, die für die Modellierung der stochastischen Ereignisse angewendet sind. Die longitudinäle Kaskaden — Entwicklung von Elektronen — Photonen ist durch dieren Methoden untersucht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.K. 66

I. Teoreanu, Tran Van Huynh

Die mineralisierende Wirkung der Fluorverbindungen auf die Bindemitteleigenschaften der Portlandzementklinker

Die Fluorverbindungen verbessern die Bindemitteleigenschaften der Portlandzementklinker. Es besteht ein klarer Parallelismus zwischen den mechanischen Festigkeiten der erhaltenen Zemente und dem Alitgehalt der entsprechenden Klinker. Es wird eine gewisse Regelmässigkeit des Einflusses der mineralisierenden Zusätze auf Grund der Lage ihrer Kationenkonstituenten im periodischen System der Elemente festgestellt.

Die aus mit Fluosilikat mineralisierten Klinkern erhaltenen Zemente weisen eine bemerkenswerte Lagerungsbeständigkeit auf.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C.D. 667.6

Th. Bădeseu, C. Konrad

Étude sur l'efficience de l'extension de la notion „concentration volumétrique" et „concentration volumetrique critique" en pigment aux encres imprimerie.

La concentration volumétrique du pigment détermine la capacité de' transfert de l'eucre et sa densité optique. Elle devient critique à la voleur maxime de l'inverse de la quantité de l'encre de saturation, déterminée par voie photométrique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C.D. 66

R. I. Iatan

Contributions à l'appréciation de la concentratoin des tensoins aux réservoirs cylindriques.

Dans cet article on présente une nouvelle méthode de calcul puor l'appréciation quantitative de la concentration des enstsions à la base des réservoirs cylindriques, sous l'action simultanée de poids propre et de la pression hydrostatique de liquide.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C.D. 6 20

T. Pană

Etude d'ovalisation des tuyaux circulaires à parois minces sollicité en flexion et ayant une pression intèrieure

On étudie les conditions d'instabilité du contour de la section et on détermine la valeur minimum du rapport épaisseur-rayon de la ligne médiane, pour laquelle, sans charge déterminée, l'état critique ne se prodiut pas.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.K. 667.6

Th. Bădescu, C. Konrad

Studium der Wirksamkeit der Erweiterung des Begriffes „Volumkonzentration" und „kritische Volumkonzentration" des Farbstoffes, in Druckfarbe.

Die Volumkonzentration des Farbstoffes veranlässt die Übertragungsfähigkeit der Druckfarbe und ihre optische Dichte, bei der grössten ertumgekehrten Menge des Sättigungstinte, Photometrik bestimmt, sie wird kritisch.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.K. 66

R. I. Iatan

Beitrag zur Berechnung der Spannungskonzentrationen in der Wand zylindrischer Behälter.

Eine neue Methode zur Berechnung der Spannungserhöhung in der Verbindungszone des zylindrischen Mantels mit dem Boden wird aufgestellt, unter Berücksichtigung des Mantel Eigengewichtes und des hydrostatischen Druckes.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.K. 620

T. Pană

Untersuchung der Querschnittsovalisation dünnwandiger runder Rohre, die durch Biegung und Innendruck beansprucht werden

Die Arbeit untersucht die Bedingungen, unter denen die Form der Querschnittskonturen ihre Stabilität verliert, indem man der kleinste Wert des Verhältnisses wanddicke Krümmungsradius der Querschnittsmittellinie der Rohrwand bestimmt. Im Falle einer gegebenen Belastung wird das Auftreten das kritischen Verformungszustandes ausgeschaltet,

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C. D. 621.914

Z. Duca, I. Gheroghe, Al. Dorin, Fl. Ionescu

Le choc, source de vibrations dans le fraisage frontal de finition.

Dans le travail est présentée la contribution des auteurs concernant la détermination du facteur d'impact et de la force de coupe lors de la pénétration de l'outil dans la pièce à usiner, dans le procès de fraisage frontal.

Les relations mathématiques obtenues permettent d'établir la position optimale de l'outil par rapport à la piece, en vue de la diminution des vibrations qui s'y produisent.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C.D. 621.313.322 :621.3.078

H. Lazăr, C. Mucichescu

Le système d'équations qui déerivent le régime de fonctionnement de „n' blocs générateur — transformateur couplés par une ligne á un système de pouvoir infini

Dans l'article est obtenu le modèle mathématique qui décrit le comportement en régime de petites oscillations d'un système éléctrique composé par ''n'' génerateurs synchrones réglés qui travaillent en paralléle sur les barres collectrices d'une centrale liée au système par une ligne. —

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C. D. 621.52

C. Nitu

L'analyse de la stabilité d'un système automatique nonlinéaire à impulsions modulé en amplitude.

On analyse les conditions de stabilité pour un système echantioné avec un règulateur de type proportionel dont le facteur d' amplification est en fonction de l'erreur. Les systèmes de ce type ont des performances supérieures au systèmes avec des régulateurs du type conventionel.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D.K. 621.914

Z. Duca, I. Gheorghe, Al. Dorin, Fl. Ionescu

Die Schock-Schwingungsquelle im Frontalfräs-Prozess II

In der vorliegenden Arbeit beschreibt man den Beitrag der Verfasser im bezug auf die Ermittlung der Prallfaktoren und der Schnittkraft beim Stasseindringen des Meissels an der Stirnfräsbearbeitung. Auf Grund der festgestellten Gleichungen lässt sich die Feststellung der Optimalentelung des Meissels im bezug auf die Werkstuck durchfuren. Dadurch zengt man die entstehenden Schwingungen bei dem Zerspannungsprozess.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D. K. 621.313.322:621.3.078

H. Lazăr, C. Mucichescu

Die charakteristische Gleichungen für die Betriebsverhältnise der „n" Generator — Transformator Blocken, die durch eine elektrische Leitung an einen Endlosleistungssystem

Die Arbeit stellt ein mathematisches Modell dar, das das Verhalten im Kleinschwingungungsbetrieb eines aus „n" geregelten Synchrongeneratoren gebildeten Systems beschreibt, das parallel mit einem elektrischen Kraftwerk arbeitet und mittels einen elektrischen Leitung Energie trefert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D. K. 621—52

C. Nitu

Analyse der Stabilität eines nichtlinearen automatischen Systems mit Impulsamplitudenmodulation.

Es sind die Bedingungen der Stabilität für ein discret System mit proportionalem Regler analysiert, dessen Verstärkungsfaktor vom Einstellfehler abhängig ist. Diese Systemen haben höhere Charakteristiken als die gewöhnlichen Regler.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C. D. 621—52

C. Popeea

La commande adaptive'optimale des systèmes linéaires stochastiques

Il est indiqué que le problème de détermination de la règle de commande optimale pour les systèmes linéaires avec des paramètres innconus et estimeés on-line nécessite la résolution d'une équation matricielle de type Riccati aux dérivées partielles.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

C. D. 621.39

N. Cupcea

Observations sur la théorie du TECMOS intégré.

On étudie le fonctionnement du MOS transistor avant saturation en comptant la variation de la mobilité en fonction du champ électrique et dans la région de saturation à partir de l'hypothèse de la vitesse limite des porteurs dans le canal. Le circuit équivalent déduit est complété avec des remarques sur le fonctionnement du MOS transistor à canal court et sur l'influence de la résistivité des diffusions sur le courant. Les résultats théoriques sont bien vérifiés par l'expérience.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXV Nr. 5/1973

C. D. 669

I. Vîrcolacu, P. Dumitraşcu, I. Oprescu, M. Guţu

L'établissemnt des caractéristiques des hauts fourneaux pour la conduite totale à l'aide du modèle mathématique

Dans le présent ouvrage les auteurs ont tâché d'etablir théoriquement et de vérifier expérimentalement statistiquement quelquescaractéristiques du haut-fourneau : d'une part les dépendences entre les fonctions de performance (l'énérgie thermique E_t de la zone d'élaboration, la production horaire de fonte P_F et la consommation spécifique de carbone pour la réduction directe C_{RD})et d'autre part les paramétres de réglage des grandeurs perturbatrices, pour un haut-fourneau de grande capacité dont le modèle mathématique adapté pour lui a été établi antérieurement.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXV Nr. 5/1973

D. K. 621—52

C. Popeea

Adaptive-optimale Regelung der linearen stochastichen Systemen

Hingewiesen wird darauf, dass die optimale Regelung für einige linearen stochastischen Systemen mit unbekannten Parametern auf die Lösung einer Riccati Gleichung beruht.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 1/1974

D. K. 621.39

N. Cupcea

Uber einige Ansichten der Theorie des integrierten MOS Ttransistors

Im Artikel wird, mit Rücksicht auf die Änderung der Beweglichkeit der Träger mit dem elektrischen Feld, in Rahmen der Hypothese der Grenzgeschwindigkeit der Träger im Kanal, die Funktionierung der FET MOS analysiert. Das gefundene Model ist, mit Betrachtungen über die Funktionierung der FET MOS mit Kanal von kleiner Länge und über den Einfluss der begrenzten spezifischen Widerstand der diffusierten Zonen, ergänzt. Die theoretischen Ergebnisse sind experimentell geprüft.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXV Nr. 5/1973

D. K. 690

I. Vîrcolacu, I. Oprescu, P. Dumitraşcu, M. Guţu

Die Bestimmung der statischen Kennlinien des komplexgesteurten Hochofens auf Grund eines matematischen Modells

Die Autoren haben verschiedene statistische Kennlinien des Hochofens theoretisch ausgearbeitet und statistisch geprüft, u.z. den Zusammenhang der Perfo manzfunktionen (die Wärmeenergie in der Herstellungszone E_t, die stündliche Roheisenleistung P_F und der bezogene Kohlenstoffverbrauch für die direkte Reduktion C_{QD}) einerseits, anderseits den Steuerparamter und die Störgrössen. Das festgelegte und vorherig angepasste mathematische Modell bezieht sich auf einen Hochofen grosser Kapazität.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXXV Nr. 5/1973

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1
BUCUREȘTI

ECONOMIE POLITICĂ

C. Z. 330.

CONSIDERAȚII CU PRIVIRE LA CONCEPTUL DE CREȘTERE ECONOMICĂ *

C. LAZĂR, GH. GORINCU

Dezvoltarea susținută a forțelor de producție, pe baza celor mai noi cuceriri ale revoluției științifice-tehnice contemporane, este condiția hotărîtoare pentru edificarea în patria noastră a societății socialiste multilateral dezvoltate. Așa cum sublinia tovarășul Nicolae Ceaușescu în raportul prezentat la Conferința Națională a Partidului Comunist Român din iulie 1972, programul făuririi societății socialiste multilateral dezvoltate cuprinde, ca parte idestructibilă, „asigurarea unui progres puternic al forțelor de producție prin dezvoltarea în ritm înalt a industriei, agriculturii și celorlalte ramuri economice, pe baza celor mai noi cuceriri ale științei și tehnicii contemporane" [1]. Avîntul susținut al forțelor de producție, crearea unei industrii puternice la nivelul tehnicii și științei moderne, a unei agriculturi intensive de mare randament, creșterea substanțială a productivității muncii, înseamnă folosirea mai din plin a factorilor ce determină realizarea unei creșteri economice în ritmuri înalte.

Problemele de creștere economică au apărut și s-au cristalizat odată cu dezvoltarea și perfecționarea producției materiale, ca o parte indisolubilă a procesului de reproducție lărgită. Schimbările profunde și rapide ce se petrec în viața economică, în fluxurile civilizației moderne, sînt indisolubil legate de procesul creșterii economice. De aceia, problemele acestui proces au devenit chestiuni majore ale vieții sociale în economia modernă.

Determinarea cît mai precisă a conținutului procesului de creștere economică, realizarea unei rigurozități noționale este o condiție esențială pentru cercetarea și cunoașterea în profunzime a acestui proces amplu și complex în vederea elaborării unei metodologii adecvate de abordare, a găsirii căilor și măsurilor necesare de politică economică, a căror înfăptuire să ducă la realizarea unei creșteri economice optime. Aceasta cu atît mai mult este necesară astăzi cînd, datorită activității teoretice și practice, ne aflăm în plin proces de cristalizare a unor concepte, tehnici și metode de conducere și organizare adecvate a economiei socialiste.

Cu toată această mare însemnătate și atenție acordată creșterii economice, nu se poate spune că există un consens unanim cu privire la acest concept, punctele de vedere sînt de o mare diversitate. În țara noastră s-au publicat lucrări și studii valoroase și utile pe tema teoriei și practicii

* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, mai 1971.

creşterii economice. * Din bogata literatură cu privire la creşterea economică, se observă că unii autori de studii pe această temă, reduc conţinutul procesului la un indicator sau altul prin care se exprimă acesta : sporirea venitului naţional, a produsului social, a producţiei globale etc, în volum absolut sau pe cap de locuitor. [2] Se pune astfel semn de egalitate între procesul de creştere economică şi asemenea indicatori economici. Desigur, fiecare indicator prin care se exprimă creşterea economică are importanţa sa, mai mare sau mai mică, în funcţie de puterea de sinteză, de faţetele procesului de creştere pe care le exprimă. Aceşti indicatori reflectă fie nivelul creşterii economice, fie potenţialul de care dispune un popor pentru înfăptuirea acestui proces, fie ritmul şi dinamica în care are loc, fie schimbările structurale ce se produc în economie în urma desfăşurării sale. Dar nici unul din aceşti indicatori, ori cît ar fi el de sintetic, nu arată însuşi procesul de creştere economică, în toată amploarea sa şi nu poate fi confundat cu procesul de creştere economică. Nu pot fi acceptate încercările de a conceptualiza o categorie sau un proces economic printr-un indicator sau altul prin care se exprimă evoluţia lui cantitativă, diversele laturi ale acestei evoluţii.

Alţi economişti lărgesc foarte mult sfera noţiunii de creştere economică, identificîndu-o, într-o formă sau alta, cu reproducţia lărgită sau cu reproducţia lărgită de durată, la nivel macroeconomic [3]. Unii cercetători nefiind de acord cu aceste păreri, consideră creşterea economică ca fiind sinonimă cu dezvoltarea economică sau cu progresul economic [4] În fond, între aceste din urmă păreri nu există deosebiri radicale,pentru că dezvoltarea economică şi progresul economic reprezintă, în esenţă, procesul reproducţiei lărgite, rezultatele acestuia.

După cum se ştie, reproducţia se manifestă ca unitate dialectică a tuturor momentelor sale : producţie, repartiţie, schimb, consum. Aceste momente se întrepătrund, formînd la un loc osatura reproducţiei. Toate fazele reproducţiei sînt laturi indestructibile ale circuitului economic unic, reproducţia lărgită în ritm susţinut constituind o manifestare sintetică a progresului economic.

Procesul creşterii economice nu poate cuprinde reproducţia lărgită în ansamblu, cu toate laturile şi momentele sale. Aceasta este mai cuprinzătoare. *Procesul creşterii economice reprezintă, în principal, înfăptuirea reproducţiei lărgite a bunurilor materiale şi a serviciilor de producţie, deci a produsului social total.* Se urmăreşte obţinerea unui spor continuu şi cît mai înalt al producţiei de bunuri materiale şi al serviciilor de producţie. „Dezvoltarea forţelor de producţie, a producţiei de bunuri materiale constituie, fără îndoială, factorul determinant al progresului societăţii" [5], sublinia tovarăşul Nicolae Ceauşescu la Conferinţa Naţională a P.C.R. din iulie 1972. Putem spune, cum foarte plastic se exprima C. V. Băloiu, că relaţia dintre creştere şi dezvoltare este relaţia dintre

*) Vezi : T. Schatteles : Modelarea creşterii economice. Studiu metodologic. Ed. Acad. R. S. România, Bucureşti 1968 ; E. Dobrescu : Ritmul creşterii economice. Ed. politică, Bucureşti 1963 ; I. Lemnij : Progresul tehnic şi dezvoltarea economică. Ed. Acad. R. S. România, Bucureşti 1969 ; Teorii şi modele ale creşterii economice în socialism. Ed. Acad. R. S. România, Bucureşti 1970 ; V. Trebici : Populaţia României şi creşterea economică. Ed. politică, Bucureşti 1971 ; E. Dobrescu : Corelaţia dintre acumulare şi consum. Ed. politică, Bucureşti 1972. La acesta se adaugă un număr apreciabil de studii şi articole publicate în revistele de specialitate.

parte şi întreg [6]. Totodată, subscriem la precizarea prof. dr. M. Levente că nu este posibilă identificarea reproducţiei lărgite cu creştere economică, aceasta din urmă avînd un domeniu de cercetare mai restrîns dar nu mai puţin important [7].

Fiind o componentă esenţială a reproducţiei lărgite, creşterea economică are implicaţii multiple asupra tuturor momentelor şi laturilor acestui proces, ca şi asupra schimbărilor economice şi sociale din cadrul economiei naţionale, antrenînd transformări în însăşi conţinutul şi structura acestor fenomene. La rîndul lor, toate momentele şi legităţile reproducţiei lărgite influenţează puternic, într-un fel sau altul, creşterea economică. De aici reiese în mod clar necesitatea studierii creşterii economice în conexiune cu celelalte probleme ale reproducţiei lărgite, pentru a ajunge la concluzii ştiinţifice utile. Procesul creşterii economice implică dezvoltarea producţiei materiale şi modificarea structurii acesteia pe linia pogresului tehnic continuu şi rapid, sporirea venitului naţional, creşterea capacităţii de a acumula etc, concomitent cu ridicarea continuă a nivelului de trai material şi cultural al poporului.

Teoria creşterii economice, bazîndu-se pe tezele reproducţiei lărgite, are sarcina de a studia legităţile procesului reproducţiei lărgite a bunurilor materiale, din care să se desprindă concluzii pentru activitatea practică, pentru asigurarea unei dezvoltări optime a economiei naţionale.

Problemele de creştere economică au apărut şi s-au impus tot mai evident odată cu dezvoltarea şi perfecţionarea producţiei materiale, în legătură indisolubilă cu desfăşurarea procesului de reproducţie lărgită. Cu timpul au apărut şi preocupări teoretice în legătură cu aceste probleme, mai ales odată cu afirmarea economiei politice ca ştiinţă, însă ele nu s-au cristalizat sub forma unei teorii închegate, de sine stătătoare faţă, de teoria reproducţiei, decît în perioada postbelică.

În teoria creşterii economice atenţia trebuie îndreptată cu precădere asupra factorilor ce dinamizează procesul producţiei materiale ţinînd seama atît de aspectul cantitativ al acestora cît şi de cel calitativ, precum şi de aportul fiecăruia în atingerea unei creşteri economice optime. Înţelegerea în acest fel a creşterii economice surprinde cauzele (factorii) ce determină mersul ascendent al procesului producţiei materiale la nivel macroeconomic, pe o perioadă îndelungată de timp. Se evidenţiază astfel însăşi *sarcina teoriei creşterii economice*, aceia de proiectare în viitor a direcţiilor principale de dezvoltare a producţiei materiale, a schimbărilor structurale sub influenţa diferiţilor factori de creştere (economici, sociali, politici etc.).

Temelia teoriei marxiste a creşterii economice o constituie concepţia materialist-dialectică despre dezvoltarea societăţii omeneşti, precum şi tezele economiei politice marxist-leniniste cu privire la reproducţia lărgită. Numai în această lumină trebuie elaborate şi folosite modelele de creştere, ca instrumente metodologice pentru descoperirea corelaţiilor dintre factorii şi nivelul creşterii.

Elaborarea conceptului de creştere economică are deci o mare însemnătate practică, în special în actuala etapă istorică de dezvoltare a României, reprezentînd un instrument principal în luarea celor mai adecvate măsuri pentru înfăptuirea procesului economic de creştere. În conducerea planificată a activităţii economico-sociale, de exemplu îşi vor

găsi o rezolvare mai bună probleme ca : determinarea și ierarhizarea factorilor care influențează direct sau indirect creșterea producției și modificarea structurii acesteia ; cuantificarea relațiilor funcționale dintre factorii creșterii pe de o parte și mărimea și structura producției pe de altă parte ; luarea în considerare a datelor furnizate de diverse științe în ceea ce privește sursele și direcțiile de modificare a factorilor de creștere etc.

★

Creșterea economică, ca și alte procese economice, *poate fi exprimată cantitativ printr-un sistem adecvat de indicatori*, care să poată fi utilizați în fundamentarea politicii de creștere, a deciziilor la nivel macroeconomic, pentru elaborarea unei strategii a creșterii pe o perioadă cît mai îndelungată, precum și în vederea modelării creșterii economice. Acești indicatori trebuie să reflecte, cît mai exact și multilateral, desfășurarea și rezultatul creșterii economice, tendințele care se manifestă în economie, starea și evoluția factorilor de creștere, combinațiile posibile în timp și de conținut între acești factori.

Utilizarea unui singur indicator pentru evidențierea creșterii economice nu este suficientă. Deși indicatorii sintetici, cum ar fi venitul național total sau venitul național pe locuitor etc, reflectă laturi și factori importanți ai acestui proces, totuși ei nu pot sintetiza acțiunea tuturor factorilor care influențează creșterea economică, cu numeroasele sale fațete. În general, acești indicatori, deși sînt mai ridicați în țările cu economie dezvoltată și invers, excepțiile nu lipsesc, reflectînd din acest punct de vedere neajunsurile lor. Nu mai vorbim de dificultatea găsirii unor indicatori care să reflecte fenomenul obiectiv de multiplicare și conexare în cadrul creșterii economice, să evidențieze efectul propagat.

Exprimarea creșterii economice se poate face numai printr-un sistem de indicatori care să reflecte în profunzime acest proces, să dea posibilitatea formării întregii imagini asupra desfășurării lui. Sistemul de indicatori ai creșterii economice trebuie să reflecte mai ales potențialul economic al țării, dinamica și nivelul creșterii economice. Pentru a exprima cît mai nuanțat creșterea economică, acești indicatori trebuie exprimați, în măsura posibilităților, atît în unități valorice, în unități naturale sau natural-convenționale. Desigur, trebuie analizati în evoluția lor în timp, reflectînd caracterul dinamic al creșterii economice și perspectiva pentru o perioadă cît mai mare, conform tendințelor care se conturează în dinamica forțelor de producție în condițiile revoluției științifice-tehnice contemporane.

Dintre *indicatorii* principali ai *potențialului* economic fac parte : volumul absolut al produsului social total și al formelor sale de manifestare ; volumul absolut al venitului național, al producției globale, al producției finale și al producției nete din fiecare ramură în parte ; venitul net din economie și din fiecare ramură ; volumul absolut al principalelor produse industriale și agricole, al principalelor materii prime și combustibili ; rezervele cunoscute de resurse minerale și energetice ale patrimoniului național ; volumul fondurilor de producție ; mărimea fondului național de dezvoltare alocat lărgirii și modernizării producției materiale. etc.

Dintre *indicatorii care reflectă nivelul* atins în creșterea economică am putea enumera, ca avînd un rol deosebit, cea mai mare parte a celor de

mai sus, calculaţi însă pe cap de locuitor, ca şi indicatorii prin care se exprimă structura pe ramuri a economiei naţionale, a industriei şi ai agriculturii, structura fiecărei ramuri în parte, mergînd pînă la reflectarea ponderii principalelor produse care caracterizează o economie modernă etc.

În rîndul indicatorilor de dinamică se numără, în primul rînd, ritmul de creştere care, ca parametru de maximă sinteză, exprimă — după cum foarte bine precizează prof. dr. Emilian Dobrescu —, intensitatea creşterii cu diversele ei aspecte cantitative şi calitative, acţiunea concomitentă şi interdependentă a unui mare număr de factori [8]. Tot în această grupă pot fi incluşi indicatorii privind sporul anual absolut al produsului social total, al venitului naţional ş.a.m.d. ca şi pe acei care arată evoluţia decalajului faţă de ţările dezvoltate economic etc.

Un astfel de sistem de indicatori, care desigur poate fi mult îmbunătăţit, creează posibilitatea evidenţierii diferitelor laturi ale creşterii economice. Aceşti indicatori, completîndu-se reciproc, redau o imagine de ansamblu a procesului creşterii, laturile lui cele mai semnificative, furnizînd suficiente şi utile informaţii pentru fundamentarea politicii de creştere economică.

★

În privinţa factorilor de creştere economică se întîlnesc puncte de vedere relativ diferite, generate, se pare, de modul cum este înţeleasă creşterea economică. În literatura de specialitate, pe tema teoriei şi modelelor creşterii economice, există studii în care se consideră ca factori ai creşterii economice volumul mijloacelor de producţie şi al forţei de muncă [9]. Alţi autori consideră creşterea numărului de lucrători productivi şi sporirea productivităţii muncii lor drept factori ai creşterii economice. [10] Un alt grup de autori socotesc acumularea şi eficienţa acesteia ca fiind factori ai creşterii economice. [11] Acest ultim punct de vedere corespunde concluziilor la care am ajuns şi noi şi anume că trebuie ţinut seama de acei factori pe baza cărora se asigură dezvoltarea şi perfecţionarea forţelor de producţie, accelerarea ritmului de creştere a producţiei materiale, înfăptuirea reproducţiei lărgite atît pe cale extensivă, cît mai ales, pe cale intensivă.

Experienţa dezvoltării ţării noastre arată că mărimea fondului naţional de dezvoltare economico-socială şi eficienţa folosirii acestuia determină în mod hotărîtor progresul general al societăţii, ritmul de dezvoltare a forţelor de producţie, perfecţionarea continuă a laturilor calitative a acestora. Reluarea pe scară lărgită a producţiei necesită cantităţi sporite de mijloace de producţie şi de forţe de muncă, precum şi îmbunătăţirea calitativă a acestor elemente ale producţiei. Or, tocmai pe baza sporirii fondului naţional de dezvoltare se asigură aceste cerinţe ale reproducţiei lărgite, premizele reale pentru creşterea potenţialului economic al ţării, pentru accelerarea dezvoltării economiei naţionale.

În cadrul legăturii dintre fondul naţional de dezvoltare şi creşterea economică trebuie relevat că volumul acestuia constituie sursa pe baza căreia se înfăptuieşte progresul producţiei materiale, dinamismul ei rapid, sporirea laturilor obiective şi subiective ale forţelor de producţie. Evident, orientarea ce se dă în prezent fondului naţional de dezvoltare nu poate să facă abstracţie de modificările esenţiale ale celor două laturi ale forţelor

de producție, modificări intervenite ca urmare a influențelor pe care le exercită revoluția științifică tehnică contemporană.

Deoarece într-o perioadă scurtă de timp, la resursele date, precum și la volumul dat al fondurilor de producție și al forței de muncă se poate considera eficiența economică drept o mărime constantă, atunci ritmul creșterii economice depinde de cota din venitul național repartizată pentru dezvoltare. În perioade de timp mai mult sau mai puțin îndelungate însă, nivelul eficienței economice se ridică sub influența modificărilor progresiste ce au loc în producția materială. De aceia, sporirea eficienței utilizării fondului național de dezvoltare este, la rîndul său, un factor de mare însemnătate al creșterii economice.

Procesul de creștere economică este astfel strîns legat atît de sporirea factorului cantitativ care asigură caracterul extensiv al reproducției lărgite, cît și de accentuarea factorilor de ordin calitativ care asigură înfăptuirea reproducției lărgite sub aspect intensiv. Volumul și eficiența utilizării fondului național de dezvoltare se află într-o strînsă interdependență cu acești factori (calitativi și cantitativi) ai creșterii economice.[12]. Vastul program de investiții ce se înfăptuiește în țara noastră este expresia folosirii pentru dezvoltare a unei părți însemnate din venitul național. Numai în perioada 1971—1975 se realizează un volum de investiții în sumă de circa 540 miliarde lei. Aceste prevederi, ca și realizările obținute în anii anteriori, dovedesc potențialul sporit al economiei românești,capacitatea acesteia de a mobiliza resurse în vederea lărgirii dimensiunilor producției în viitor, pentru făurirea unei economii moderne, de înaltă eficiență. Volumul fondurilor fixe din sfera productivă se ridica în 1972 la circa 610 miliarde lei, din care aproape trei pătrimi sînt capacități puse în funcțiune în ultimii 10 ani, deci cu un grad superior de tehnicitate. Odată cu aceasta, a sporit și sporește numărul lucrătorilor atrași în sfera productivă ca urmare a lărgirii și dezvoltării acesteia. Numai în anii cincinalului actual se crează circa un milion noi locuri de muncă. La rîndul lor, laturile calitative ale factorilor materiali și personali ai procesului de producție determină caracterul intensiv al reproducției lărgite, creșterea eficienței economice a activității productive. Caracterul intensiv al reproducției lărgite se află tot mai mult în centrul preocupărilor teoriei și practicii economice în țara noastră, deoarece dinamismul economiei naționale este condiționat, în măsură crescîndă , de sporirea eficienței economice. În Raportul la Congresul al X-lea al P.C.R., tovarășul Nicolae Ceaușescu sublinia că „efortul pentru sporirea eficienței producției materiale, pentru ridicarea calitativă a întregii activități economice reprezintă o problemă fundamentală a construcției socialismului în etapa actuală. Realizarea acestui obiectiv va asigura dezvoltarea tot mai dinamică a României pe calea progresului și bunei stări, va accelera mersul înainte pe drumul civilizației socialiste" [13].

Importanța investițiilor nu scade odată cu manifestarea mai puternică a laturilor calitative ale factorilor materiali și personali ai producției materiale. Înzestrarea industriei și a celorlalte ramuri ale economiei cu tehnică avansată, extinderea mecanizării și automatizării, folosirea în producție a tot ceea ce este nou, înaintat în știința și tehnica contemporană, nu pot fi înfăptuite fără investiții. Însăși experiența celor mai dezvoltate țări ale lumii contemporane confirmă importanța investițiilor pentru

dezvoltarea laturilor calitative ale forţelor de producţie. Investiţiile efectuate de statul nostru socialist sînt, de asemenea, o dovadă în această direcţie. Ele contribuie într-o măsură hotărîtoare la dezvoltarea şi perfecţionarea bazei tehnico-materiale, la atragerea în circuitul economic şi valorificarea superioară a resurselor naturale, la folosirea mai eficientă a resurselor de muncă.

Ţara noastră, aflată în plin proces de făurire a societăţii socialiste multilateral dezvoltate, rezolvă într-o viziune realistă şi de largă perspectivă, problemele complicate şi de mare actualitate ale factorilor de creştere economică.

Prin politica economică a partidului şi statului nostru socialist se înfăptuieşte procesul complex de creştere economică potrivit realităţilor şi cerinţelor concrete ale ţării. În prezent, odată cu ampla mobilizare de resurse materiale şi de muncă, se impune cheltuirea tuturor acestor resurse cu maximum de eficienţă, pentru a fi realizate întocmai sarcinile privind creşterea economică, potrivit prevederilor programului P.C.R. de făurire în România a unei societăţi socialiste moderne, dezvoltate.

★

Istoria dezvoltării social economice arată că procesul creşterii economice este un proces obiectiv, care are loc în toate orînduirile sociale, ca o componentă intrinsecă a procesului reproducţiei lărgite. Dimensiunile creşterii economice au fost întotdeauna legate de amploarea acelor factori de ordin economic, social şi politic, care au influenţat asupra reproducţiei lărgite, stimulînd-o sau frînînd-o.

Evoluţia societăţii omeneşti a îmbogăţit conţinutul şi trăsăturile caracteristice ale procesului creşterii economice, fiecare treaptă istorică nouă făcînd să apară stimulentele specifice în acţiunea factorilor acestui proces, creînd modalităţi noi de rezolvare a cerinţelor progresului. *Socialismul a dat naştere unei creşteri economice calitativ superioare*, exprimînd relaţiile de producţie socialiste, desfăşurîndu-se într-un ritm înalt, în scopul progresului rapid şi multilateral al întregii societăţi.

În elaborarea teoriei creşterii economice în socialism, trebuie ţinut seama de faptul că, la fel ca şi în cazul reproducţiei, conţinutul social-economic al creşterii economice, modul de desfăşurare, urmările acestui proces asupra diferitelor clase şi pături sociale etc. sînt diferite de la o orînduire la alta; de aceia, *nu există creştere economică „în general", ci într-o formă concret istorică, cu conţinut social economic precis determinat*, în funcţie de relaţiile economice dominante din societate. Aşa dar, avem de a face cu procese de creştere economică propii fiecărei orînduiri sociale. Rezultă deci că analiza procesului şi factorilor care determină creşterea poate duce la rezultate corecte numai cu condiţia ca să se ţină seama de conţinutul social-economic al acestui proces. Aceasta este o premisă metodologică principală de care trebuie să se ţină seama în teorie şi practică şi care, în general este trecută cu vederea în economia politică burgheză.

Analizînd conţinutul social-economic al creşterii economice în socialism şi subliniind că trăsăturile sale generale sînt aceleaşi pentru toate ţările socialiste, trebuie să avem în acelaşi timp în vedere să acest proces se desfăşoară în cadrul fiecărui complex economic naţional. *Creşterea economică apare, înainte de toate, ca o creştere a diferitelor economii*

naţionale distincte. Acest lucru imprimă în mod inevitabil procesului creşterii economice anumite particularităţi istorice concrete, în fiecare ţară şi în fiecare etapă a construcţiei socialiste. În acelaşi timp, chiar în cadrul aceleiaşi ţări, există anumite particularităţi ale desfăşurării procesului de creştere în diferite ramuri ale economiei şi chiar subramuri, pe care practica economică trebuie să le aibă neapărat în vedere.

Orînduirea socialistă, prin însăşi natura sa, crează posibilităţi noi de înfăptuire a creşterii economice. Aceste premize există şi se manifestă în toate etapele construcţiei socialiste. Totodată, creşte amploarea şi se adînceşte influenţa lor.

Astfel de premise ca instaurarea relaţiilor de producţie socialiste, dezvoltarea şi perfecţionarea lor permanentă, deschiderea unui cîmp larg de acţiune sistemului de legi economice obiective ale socialismului, dezvoltarea pe bază de plan naţional unic a întregii economii, descătuşarea energiilor inepuizabile ale maselor, întărirea statului socialist şi perfecţionarea continuă a activităţii sale, creşterea permanentă a rolului conducător al partidului în întreaga viaţă economică şi socială reprezintă cadrul general care permite progresul rapid şi neîntrerupt al întregii societăţi. De asemenea, socialismul realizează cea mai mare concentrare de forţe umane, materiale şi financiare care pot fi dirijate conştient, planic, conform cerinţelor economiei moderne, a dezvoltării complexe şi echilibrate a tuturor compartimentelor vieţii social economice.

Procesul de creştere economică în condiţiile socialismului nu se realizează de la sine, prin simpla existenţă a acestor premize, ci reprezintă rezultatul folosirii lor depline de către partid în fundamentarea politicii economice şi în organizarea şi mobilizarea maselor pentru înfăptuirea ei. Folosind cu pricepere aceste premize pe care le crează socialismul, stabilind industrializarea ca obiectiv central al politicii economice, partidul şi statul nostru analizează aprofundat condiţiile şi resursele economiei româneşti, fenomenele noi ce apar în viaţa societăţii în vederea realizării cerinţelor creşterii economice.

Înfăptuirea creşterii economice specifice socialismului, este rodul muncii şi activităţii poporului din fiecare ţară, iar pentru atingerea acestui scop este necesară mobilizarea tuturor rezervelor potenţiale din economie. Partidul şi statul nostru au ţinut permanent seama de această teză a marxism-leninismului. Desfăşurarea creşterii economice în România în anii construcţiei socialiste, a fost determinată nu numai de cunoaşterea cerinţelor reale ale dezvoltării ţării, a factorilor obiectivi ce impuneau cu necesitate acest lucru. Nivelul şi ritmurile creşterii economice s-au stabilit avîndu-se în vedere posibilităţile concretizate în resursele de care dispune ţara. Cu deosebită minuţiozitate au fost studiate în România posibilităţile în perspectivă ale tuturor ramurilor şi sectoarelor economiei naţionale, scoţîndu-se în evidenţă noi resurse interne a căror valorificare a contribuit la mersul ascendent şi echilibrat al creşterii economice. Astfel de posibilităţi se concretizează astăzi printr-o industrie cu o puternică bază tehnică, un preţios fond de cadre cu o bună pregătire profesională, acumularea unei experienţe bogate în conducerea şi organizarea vieţii economice, bune rezultate în cunoaşterea, atragerea în circuitul economic şi valorificarea resurselor materiale etc. Există toate posibilităţile pentru

valorificarea avantajelor şi rezervelor inepuizabile pe care le oferă orînduirea socialistă în vederea creşterii economice.

Conţinutul social-economic al creşterii economice în România, ca şi premizele pe care le crează socialismul pentru înfăptuirea ei, îi imprimă *anumite trăsături care se manifestă cu deosebită pregnanţă în etapa făuririi societăţii socialiste multilateral dezvoltate.*

O trăsătură esenţială a creşterii economice în ţara noastră este *ritmul înalt de înfăptuire.* Această trăsătură apare, fie dacă analizăm creşterea economică la scara unui număr mai redus s-au a unui număr mai mare de ani. În condiţiile dezvoltării rapide a producţiei materiale, venitul naţional a ajuns în 1972 să fie de 7,6 ori mai mare ca în 1938; în perioada 1971—1975 creşte cu un ritm mediu anual de peste 11—12%, întrecînd de 5—6 ori în 1990 nivelul anului 1970. Acest ritm înalt va duce la obţinerea unui venit naţional pe cap de locuitor, în 1990, de 2.500—3000 de dolari ceea ce înseamnă un nivel comparabil cu al ţărilor dezvoltate economic. Trebuie remarcat că nu avem de a face doar cu ritmuri înalte de creştere pe ansamblul economiei ci această rată de creştere se manifestă pe un front larg, în toate ramurile de activitate.

Înfăptuirea consecventă a industrializării socialiste, perfecţionarea şi modernizarea structurii producţiei, dezvoltarea deosebit de rapidă a ramurilor şi subramurilor care permit promovarea progresului tehnic, valorificarea superioară a resurselor patrimoniului nostru naţional, se află în centrul preocupărilor pentru creşterea economică. În cincinalul actual şi în perspectivă, procesul de accelerare a ridicării la un nivel superior a întregii economii, de accentuare a dinamismului de creştere, se sprijină pe dezvoltarea în continuare a industriei, ramură cu rol hotărîtor. Producţia globală industrială este în anul 1972 de 21 de ori mai mare de cît în 1938 iar în perioada 1971—1975 creşte într-un ritm mediu anual de peste 11—12%. În perioada de după 1975, pînă în 1990, se estimează o creştere medie anuală de 9—10%, prevăzîndu-se obţinerea la sfîrşitul acestui interval o producţie industrială globală de 6—8 ori mai mare faţă de 1970.

Semnificaţii adînci pentru evidenţierea ritmului înalt de creştere economică are dezvoltarea agriculturii. Producţia agricolă globală din anul 1971 a depăşit de 1,9 ori nivelul antebelic. Transformarea în tot mai mare măsură a agriculturii într-o ramură modernă, cu un pronunţat caracter intensiv, va asigura sporirea producţiei globale a acestei ramuri (calculată pe baza mediei anuale de cinci ani), în perioada actualului cincinal cu peste 36—49%, cu un ritm mediu anual de 6,3—8,3%, în continuare prevăzîndu-se realizarea în anul 1990 a unei producţii de 28-30 milioane tone de cereale, va spori de cîteva ori producţia de sfeclă de zahăr, legume, fructe şi struguri, iar efectivele de animale urmează să crească la 9—10 milioane bovine, 18—20 milioane porcine şi 18—20 milioane ovine.

Ritmuri înalte de creştere vor cunoaşte şi celelalte ramuri ale producţiei materiale, reliefînd cu pregnanţă această trăsătură a creşterii economice.

Asigurarea unor ritmuri înalte de creştere economică se manifestă şi în profil teritorial. Pulsul creşterii economiei pe temelia industrializării socialiste, cu trăsăturile sale actuale, a accelerat şiaccelerează

dezvoltarea economico-socială a zonelor şi localităţilor mai slab dezvoltate, devenind un fapt tendinţa în apropierea nivelului dezvoltării judeţelor ţării. Se manifestă astfel *multilateralitatea creşterii economice* în ţara noastră, cu implicaţii multiple de ordin economic şi social.

Altă trăsătură a creşterii economice în ţara noastră o constituie profundele schimbări structurale care au loc în economie, creîndu-se un cîmp larg de acţiune factorilor intensivi ai creşterii economice. Ample mutaţii ce se produc pe toate planurile în structura economiei naţionale, au loc sub impulsul industrializării şi crează o temelie trainică pentru promovarea accelerată a cuceririlor revoluţiei ştiinţifice tehnice contemporane. Numeroşi indicatori şi corelaţiile care se formează atestă consolidarea rolului conducător al industriei şi transformările înnoitoare în structura acesteia. Aportul industriei la crearea venitului naţional va ajunge în cincinalul actual la circa 67%. În acelaşi timp, în cadrul industriei, se ridică rapid ponderea sectoarelor moderne, promotoare ale progresului tehnic şi care asigură valorificarea superioară a resurselor, adîncirea gradului de prelucrare a acestora. Industria construcţiilor de maşini va avea în 1975 o pondere de circa 33% în totalul producţiei industriale faţă de aproximativ 24% în 1970, iar chimia îşi va spori partea în totalul producţiei industrilale de la 9% la 15,4% în acelaşi interval de timp. În continuare, în perspectivă pînă în 1990, se va intensifica procesul de modernizare a structurii industriei, un accent deosebit punîndu-se pe dezvoltarea energeticii nucleare, a siderurgiei oţelurilor superioare. Ponderea industriei construcţiilor de maşini şi a industriei chimice urmează să ajungă la 55—60% în totalul producţiei industriale. Ca urmare a unor ritmuri accelerate, producţia industriei electronice va reprezenta 16—17% din producţia totală a industriei construcţiilor de maşini; în cadrul acestei ramuri se vor dezvolta intens mecanica fină şi optica, producţia de maşini unelte cu program, de utilaje tehnologice de înaltă complexitate, de mijloace de transport de mare capacitate. În agricultură, dezvoltarea bazei tehnico-materiale, ridicarea gradului de mecanizare şi chimizare, înfăptuirea prevederilor programului de irigaţii vor accentua deplasările spre culturile intensive şi de mare importanţă pentru economia naţională. Una din orientările de bază este dezvoltarea prioritară a zootehniei, ponderea producţiei animaliere în totalul producţiei agricole depăşind 50% în anul 1990. Accente deosebite spre modernizare vor cunoaşteconstrucţiile, unde se poate vorbi de crearea şi consolidarea industriei construcţiilor, ca şi activitatea de transporturi.

Intensificarea laturilor calitative ale creşterii economice, orientarea cu consecvenţă spre o structură modernă şi eficientă a producţiei sociale, *este una din caracteristicile importante ale creşterii economice în actuala etapă. Aceasta imprimă procesului creşterii economice în România şi o altă trăsătură şi anume accentuarea caracterului ei intensiv.* Alături de mutaţiile în structura economiei, arătate mai sus, această trăsătură se reflectă pregnant prin sporirea cu cel puţin 42% a productivităţii muncii pe un salariat în industrie şi prin reducerea cu 11—12% a cheltuielilor la 1000 de lei producţie marfă în industria de stat în 1975 faţă de 1970, reducerea pe toate căile a cheltuielilor materiale de producţie în valoarea produsului social şi creşterea corespunzătoare a venitului naţional. Pon-

derea cheltuielilor materiale în valoarea produsului social se va micşora de la 59,2% în 1970, la 54,4% în anul 1975 şi la circa 50% în 1990.

Înfăptuirea unor rate înalte de creştere, ca aceea caracteristică actualei etape de dezvoltare socialistă a României, necesită *o mare concentrare de forţe umane, materiale şi financiare*, folosite conştient, planic conform cerinţelor economiei moderne, a dezvoltării complexe şi echilibrate a tuturor compartimentelor vieţii social-economice. Vastul program de investiţii ce se înfăptuieşte în ţara noastră este expresia unei atenţii deosebite acordate fondului naţional de dezvoltare economico-sociale. Ponderea acestui fond din venitul naţional reprezintă 30—32% în anii 1971—1975 iar pînă în 1990 va reprezenta 28—30%. Înfăptuirea creşterii noastre economice în ritm susţinut şi echilibrat se întemeiază deci pe mobilizarea tuturor rezervelor potenţiale din economie. De aceasta depinde în mod hotărîtor progresul societăţii noastre, creşterea nivelului de trai al poporului nostru.

Creşterea economică în România are un caracter profund umanist, prin perspectivele ce se deschid dezvoltării social-economice a ţării. Asigurarea creşterii economice devine o condiţie deosebit de însemnată pentru progresul rapid al tuturor laturilor vieţii materiale şi spirituale, pentru înflorirea multilaterală a personalităţii umane.

Trăsăturile analizate scot în evidenţă cu tărie conţinutul social-economic specific al creşterii economice în actuala etapă de dezvoltare a ţării, reliefînd superioritatea relaţiilor de producţie socialiste. Schimbările profunde şi rapide ce se petrec în viaţa noastră economică, în fluxurile civilizaţiei din Romînia, sînt deci indisolubil legate de procesul creşterii economice. De aceia, problemele acestui proces au devenit chestiuni majore ale progresului ţării. Întreg sistemul de indicatori ai creşterii economice în ţara noastră reflectă, sub toate faţetele, soliditatea economiei naţionale, dezvoltarea economică rapidă şi echilibrată.

Sensul fundamental al politicii de creştere economică este crearea condiţiilor pentru ridicarea bunăstării materiale şi spirituale a celor ce muncesc, creşterea nivelului de civilizaţie al întregii societăţi. În concepţia partidului nostru, asigurarea ridicării nivelului de trai al întregului popor, crearea condiţiilor pentru a satisface tot mai din plin cerinţele tuturor membrilor societăţii, reprezintă una din direcţiile fundamentale ale făuririi societăţii socialiste multilateral dezvoltate. Succesele obţinute în dezvoltarea producţiei materiale, în toate ramurile, au permis ca paralel cu alocarea unor însemnate resurse pentru fondul naţonal de dezvoltare economico-socială, să se asigure îmbunătăţirea continuă a condiţiilor de viaţă ale întregului popor. Salariul real în 1972 este de peste 2,7 ori mai mare decît în 1938; în 1975 salariul mediu va întrece cu 35% nivelul anului 1970, iar veniturile reale ale ţărănimii calculate pe o personală activă se prevede să depăşească în 1975 cu peste 40% nivelul realizat în 1971. În deceniile 1970—1990 veniturile reale pe locuitor urmează să crească de circa 3,5 ori.

Posibilităţi fără precedent în ţara noastră s-au deschis pentru ridicarea nivelului cultural al maselor, precum şi pentru ocrotirea sănătăţii populaţiei şi asistenţei medicale. Volumul cheltuielilor pentru învăţămînt cultură şi artă, sănătate a întrecut de 20 de ori în 1972 nivelul din 1938.

În perspectiva făuririi societăţii socialiste multilateral dezvoltate, schimbările ce vor interveni în activitatea de producţie pe baza automa-

tizării și cibernetizării, ridicarea nivelului de pregătire al întregii populații, vor determina reducerea substanțială a deosebirilor esențiale dintre munca fizică și munca intelectuală, accentuarea procesului de omogenizare a societății noastre. Sistematizarea teritoriului, a orașelor și comunelor, crearea unei rețele de noi centre urbane care să cotribuie la ridicarea nivelului de civilizație al zonelor rurale înconjurătore, diversificarea activității eonomico-sociale în mediul rural vor asigura — așa cum se precizează în documentele Conferinței Naționale ă P.C.R. din iulie 1972 — apropierea condițiilor de trai de la sate față de cele de la orașe.

Cunoașterea procesului de creștere economică și a trăsăturilor ei în țara noatră, prezintă însemnătate teoretică și practică, aceasta cu atît mai mult astăzi cînd se impune cu necesitate perfeționa1ea în continuare a metodelor de conducere planificată a economiei noastre socialiste. Determina1ea cît mai precisă a conceptului de ceștere economică este o condiție esențială pentru cercetarea și cunoașterea în profunzime a acestui proces amplu și complex, în vederea elaborării unei metodologii adecvate de abordare, a găsirii căilor și măsurilor necesare de politică economică. Conținutul, trăsăturile și implicațiile creșterii economice în socialism conferă în mod evident teoriei creșterii economice caracterul de știință socială, parte componentă a economiei politice a socialismului. Pentru fundamentarea teoriei creșterii se cer, în continuare, eforturi susținute, iar îndeplinirea acestei sarcini se impune cu atît mai mult în actuala etapă istorică de dezvoltare a țării, cînd are loc o amplă mobilizare de resurse materiale și umane pentru a găsi soluțiile cele mai bune pentru cheltuirea lor cît mai eficientă și a realiza și depăși sarcinile actualului plan cincinal ca și pe cele de perspectivă.

Catedra de economie politică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"

BIBLIOGRAFIE

1. *Nicolae Ceaușescu* : Raport la Conferința Națională a Partidului Comunist Român 19—21 iulie 1972, Ed. politică, București 1972, p. 84—85.
2. S. *Kuznets* : Economic Growth and Structure, London, 1966.
3. *T. Schatteles* : Modelarea creșterii economice. Studii metodologice. Ed. Acad. R. S. România, 1968.
4. *I. Trăistaru* : Creșterea economică și modelarea ei în socialism. În Revista de statistică, 1968, nr. 8 ; V. Bulgaru : Intervenție la lucrările colocviului din iunie 1969 privind creșterea economică în socialism. În „Teoiii și modele ale creșterii economice în socialism". Ed. Acad. R. S. România, București, 1970.
5. *Nicolae Ceaușescu* : Raport la Conferința Națională a Partidului Comunist Român 19—21 iulie 1972. Ed. politică, București 1972, p. 85.
6. *C. V. Băloiu* : Între creștere și dezvoltare. În Viața economică, nr. 27, 1969.
7. *M. Levente* : Cuvînt de deschidere la lucrările Colocviului din iunie 1969 privind creșterea economică în socialism. În Teorii și modele ale creșterii economice în socialism. Ed. Acad. R. S. România, București 1970, p. 15.
8. *E. Dobrescu* : Ritmul creșteri economice. Ed. politică, București 1968, p. 38 și următoarele.
9. *N. Mihaelvski, I. P. Soloviev* : Proizvodstvennaia funcția norodnovo hozeastva S.S.S.R. V. 1951—1963 gg. In Economika i matematiceskie metodi, 1966, nr. 6.
10. *I. Trăistaru* : Influența factorilor intensivi și extensivi asupra creșterii producției industriale. În Revista de statistică nr. 10, 1967.
11. *D. Emilian* : Acumularea și consumul. Legități și corelații. În Viața economică nr. 6, 1966.
12. *Gh. Răboacă, Reghina Crețoiu* : Cointeresarea materială, factor al creșterii economice. În Viața economică nr. 20, 1971.
13. *Nicolae Ceaușescu* : România pe rdrumul construirii societății socialiste multilateral dezvoltate. Vol. IV, Ed. politică, București 1970, p. 280.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1
BUCUREŞTI

FIZICĂ

C. Z : 531

APLICAREA METODELOR DE MONTE CARLO LA STUDIUL CASCADELOR ELECTRONO-FOTONICE (DEZVOLTAREA LONGITUDINALĂ)*

V. DATCU

Introducere

Metoda Monte Carlo constituie o metodă nouă pentru calculul fenomenelor statistice complicate. Primele idei ale metodei şi forma sa cea mai simplă au fost formulate de către matematicienii Ulam şi Neumann (1).

Ca exemple de utilizare a acestei metode putem cita : calculul unei cascade intranucleare de către Goldhaber (2) şi Chavchanidze (3), studiul mecanismului absorbţiei mezonilor π^- de către nuclee, efectuat de Puppi şi alţii (4). Aplicarea metodei Monte Carlo la studiul dezvoltării unei cascade electrono-fonotice a fost făcută de o serie întreagă de autori (5 —12).

Metoda Monte Carlo este aplicabilă la calculul fenomenelor stochastice oricît de complicate. La utilizarea acestei metode este necesară cunoaşterea probabilităţilor acelor procese elementare al căror lanţ formează fenomenul care ne interesează. Procesul aplicării metodei la rezolvarea unei probleme stochastice reprezintă o repetare teoretică succesivă a fenomenului în condiţii aproape asemănătoare celor naturale.

Esenţa metodei Monte Carlo constă în următoarele. Un proces stochastic complicat este considerat ca o succesiune a unui număr finit de procese stochastice elementare. Considerînd că pentru procesele elementare sînt cunoscute legile probabilistice de distribuţie, rezultatele aşteptate ale evenimentelor se împart în grupe de probabilitate egală. Atunci, în calitate de rezultat realizat al unui eveniment se ia la întîm plare un rezultat ce se referă la una din aceste grupe. Acest rezultat se consideră ca iniţial pentru alegerea rezultatului aletoriu al actului elementar la repetarea sa a doua oară şi aşa mai departe. În acest fel, pas cu pas, nedeterminarea stochastică a rezultatului aşteptat al evenimentului următor schimbă rezultatele numerice concrete ale evenimentului prin alegerea în mod aleatoriu („trăgînd la sorţi") unul din evenimentele egal probabile. Ajungîndu-se la al n-lea act al stării finale a fenomenului care ne interesează, se reia totul de la început prin introducerea în proces a unui

* Manuscris predat redacţiei la data de 5 mai 1972.

nou obiect (ca, de exemplu, o nouă particulă). „Dîndu-se drumul" astfel la 100—200 de particule se obţine o distribuţie a obiectelor în starea finală. În principiu, dacă legile actelor elementare ar fi cunoscute absolut exact, rezultatele obţinute prin metoda Monte Carlo ar trebui să fie asemănătoare datelor obţinute pe cale experimentală. În acest sens metoda Monte Carlo poate fi numită „experiment teoretic".

Metoda Monte Carlo poate rezolva o serie întreagă de probleme stochastice, printre care şi cele de următorul tip : calculul difuziei singulare şi multiple a particulelor încărcate la trecerea lor prin substanţă, calculul pierderilor de energie ale particulelor la trecerea lor prin substanţă, calculul unei cascade extranucleare, calculul unei cascade intranucleare însoţită sau neînsoţită de emisia de mezoni π, calculul unei cascade electrono-fotonice, precum şi multe alte probleme cu caracter stochastic ce se întîlnesc în fizica actuală.

Este evident faptul că problemele rezolvabile prin metoda Monte Carlo pot fi rezolvate şi prin alte metode stochastice, care se reduc în special la posibilităţile analitice de determinare a funcţiilor de distribuţie ale stărilor finale, dar în aceste cazuri se întîlnesc adesea dificultăţi matematice inevitabile, care uneori determină renunţarea la rezolvarea unor probleme stochastice complicate.

Drept avantaje ale metodei Monte Carlo în comparaţie cu alte metode se pot cita :

1. — În timp ce pentru alte metode stochastice (metoda ecuaţiilor diferenţiale, metoda ecuaţiilor integrale, metoda funcţiilor caracteristice, metoda momentelor, metoda Markov şi altele) sînt necesare date analitice de tipul probabilităţilor apriorice, a secţiunilor diferenţiale ale proceselor elementare, pentru metoda Monte Carlo este suficientă cunoaşterea graficelor acestor mărimi, a graficelor secţiunilor diferenţiale sau integrale ale proceselor elementare. Aceasta înseamnă că metoda Monte Carlo poate fi aplicată la calculul unui proces stochastic în lanţ complicat direct pe baza valorilor experimentale ale datelor privitoare la actele elementare ale acestui lanţ, fără a aştepta crearea unei teorii a acestor acte elementare şi fără a utiliza expresii simplificate pentru secţiunile diferenţiale.

2. În principiu, niciuna din metodele matematice cunoscute nu poate rezolva efectiv problema referitoare la legea probabilistică de distribuţie a stărilor finale ale proceselor dacă un rezultat probabil al unui eveniment este corelat stochastic cu rezultatele evenimentelor anterioare. Un asemenea gen de problemă se rezolvă simplu prin metoda Monte Carlo.

3. Metoda Monte Carlo are un caracter intuitiv. Orice complex de fenomene corelate stochastic se reduce la un lanţ de fenomene elementare.

4. Metoda permite destul de simplu determinarea influenţei erorilor parametrilor iniţiali asupra distribuţiei finale.

5. Metoda Monte Carlo permite „reproducerea" unui fenomen cu o statistică pe care o dorim. Acest fapt permite „reproducerea" fenomenului cu fluctuaţiile caracteristice pentru cazul real. Dacă numărul de repetări ale fenomenului creşte nelimitat, curbele obţinute prin metoda Monte Carlo coincid cu curbele reale de distribuţie ale stărilor finale ale fenomenului.

1. Metode de simulare ale diverselor evenimente aleatoare

1.1. *Metoda mașinii Monte Carlo*

Conținutul metodei în forma sa inițială constă în următoarele. Să presupunem că un proces stochastic oarecare este dat de spectrul diferențial $f(x)\,dx$, care dă probabilitatea ca mărimea x să fie cuprinsă în intervalul $(x, x + dx)$. De exemplu, fie $f(\varepsilon)\,d\varepsilon$ valoarea pierderii de energie într-un act de ciocnire (de exemplu, valoarea energiei radiate sub forma unei cuante γ]. În acest caz $f(\varepsilon)$ reprezintă „densitatea" pierderii de energie în apropierea valorii ε.

Să presupunem acum că avem un cerc pe care sînt dispuse arce proporționale cu probabilitatea ca pierderea de energie să fie egală cu 1 eV, 2 eV, 3 eV, etc. Fie ca valoarea arcului 0 —1 eV să fie proporțională cu valoarea lui $f(\varepsilon)$ în punctul de 1 eV. Următorul arc 1 —2 eV va fi luat proporțional cu valoarea lui $f(\varepsilon)$ în punctul de 2 eV și așa mai departe. Astfel împărțirea cercului este făcută neuniform și frecvența de găsire a unora sau altora dintre arce va urmări legea probabilistică $f(\varepsilon)$ pentru ε.

Să lipim cercul pe un disc care se poate roti liber prin cuplarea sa la un motor și care se oprește printr-un dispozitiv de frînare, care trebuie să oprească discul în mod întîmplător sub acțiunea forțelor de frînare. Să punem în rotație acest disc și apoi în mod întîmplător să-l oprim cu ajutorul mecanismului de frînare. Atunci o săgeată fixă va arăta unul din intervalele pierderii de energie $(\varepsilon_i, \varepsilon_{i+1})$ cu o probabilitate proporțională cu lungimea acelui arc care se află pe circumferința intervalului pierderii de energie respectiv. Într-adevăr, orice sector de cerc va rămîne în urma săgeții cu o probabilitate egală, dar, deoarece diferitele sectoare sînt distribuite neuniform, unele sau altele din intervale vor cădea cu probabilități proporționale cu ordonatele respective ale curbei diferențiale de distribuție.

Să considerăm acum cazul în care probabilitatea unei valori a mărimii stochastice x depinde de un parametru oarecare α. Ca exemplu putem considera procesul radiației de frînare a unei particule încărcate la trecerea sa prin substanță. În acest caz probabilitatea pierderii de energie este dată de expresia simplificată :

$$f(\varepsilon, v_0)d\varepsilon = Ad\varepsilon/v_0^2\,\varepsilon^2 \qquad (1)$$

în care A este constanta de normare, v_0 — viteza particulei pînă la ciocnire, ε-valoarea pierderii de energie. Fie ca v_0 să fie cunoscut, astfel că curba $f(\varepsilon, v_0)$ poate fi trasată pe un cerc în modul descris mai sus. Dacă „tragem la sorți" procesul pierderii de energie (adică se efectuează operația de rotire a cercului urmată de o oprire arbitrară), obținem valoarea „realizată" concret a pierderii de energie, de exemplu ε' (ε' este un număr concret). Dacă ε' este mare, atunci această pierdere de energie va influența asupra vitezei particulei și din această cauză, înainte de cea de a doua „tragere la sorți", trebuie luat în considerație faptul că valoarea parametrului v_0 din expresia (1) s-a modificat. Aceasta înseamnă practic că trebuie ca pe baza legii de distribuție să se traseze o nouă împărțire a acesluiași cerc. După o astfel de operație prealabilă se poate efectua „tragerea la sorți" a pierderii de energie în cea de a doua ciocnire și așa mai departe.

Este evident că operația de trasare pe cerc a unor noi și noi arce devine tot mai grea. Din acest motiv este necesară modificarea metodei pentru a nu se ajunge la utilizarea unui cerc pe care, după fiecare „tragere la sorți", trebuie să se schimbe împărțirea sa. Aceasta se poate realiza în modul următor.

Pe o bucată de hîrtie dreptunghiulară se trasează de-a lungul marginilor sale axele de coordonate x și $F(x, \alpha) = \int_0^x f(x', \alpha)\,dx'$, unde α este un parametru. De exemplu, în cazul pierderilor de energie prin ionizare :

$$F(\varepsilon, v_0) = \int_0^{\varepsilon} f(\varepsilon', v_0)\,d\varepsilon'$$

$F(\varepsilon, v_0)$ fiind probabilitatea ca pierderea de energie să ia o valoare cuprinsă între o și ε la o valoare v_0 a parametrului. Pentru $\varepsilon = \infty$ avem $F(\varepsilon, v_0) = 1$ Este clar că curba $F(\varepsilon, v_0)$ va fi o curbă monotonă, iar două curbe $F(\varepsilon, v_0)$ și $F(\varepsilon, v_0')$ nu se vor intersecta. Cunoscîndu-se dinainte intervalul de variație al parametrului v_0 se poate ca pe bucata de hîrtie să se traseze curbele $F(\varepsilon, v_0)$, $F(\varepsilon, v_0')$, $F(\varepsilon, v_0'')$ ..., $F(\varepsilon, v_0^n)$ unde numărul n al curbelor acestei familii este determinat de precizia de calcul necesară. Nici-o curbă din această familie nu intersectează o altă curbă a aceleiași familii. Astfel, cu ajutorul acestei familii de curbe integrale se poate face „tragerea la sorți" a valorilor ε pe întreg intervalul de valori ale lui ε și v_0.

Să presupunem că această hîrtie se înfășoară pe un cilindru în jurul axei paralelă cu axa ε. Cilindrul se poate roti liber și îi sînt atașate un dispozitiv de frînare și o săgeată fixă. Să presupunem că cilindrul este pus în rotație cu ajutorul unui motor și apoi este oprit cu dispozitivul de frînare. Este evident că săgeata se poate opri cu o probalitate egală în fața oricărui segment de pe ordonată și prin aceasta permite alegerea lui ε respectiv. Se poate arăta ușor că „tragerea la sorți" pe curba diferențială de distribuție $f(\varepsilon, v_0)$ trasată pe un cerc este echivalentă cu „tragerea la sorți" pentru curba integrală de distribuție $F(\varepsilon, v_0)$ trasată pe un cilindru.

Corectitudinea lucrului mașinii Monte Carlo se poate verifica cu ajutorul criteriilor statistice, de exemplu cu ajutorul criteriului Kolmogorov.

Cu ajutorul mașinii Monte Carlo se poate face și "tragerea la sorți" a unui anumit tip de proces. Să examinăm următorul exemplu: un pozitron de mare energie se deplasează prin substanță. Pozitronul poate suferi următoarele procese : 1) procesul ciocnirii de ionizare cu secțiunea eficace σ_i ; 2) procesul radiației de frînare cu secțiunea eficace σ_r ; 3) procesul de anihilare cu secțiunea eficace σ_a. Să admitem că se cunoaște tipul particulei cu care poate avea loc aceste procese. Trebuie hotărît însă care este procesul realizat concret. Sînt cunoscute numai probabilitățile apriorice ale celor trei procese și anume :

$$\tau_i = \frac{\sigma_i}{\sigma}; \quad \tau_r = \frac{\sigma_r}{\sigma}; \quad \tau_a = \frac{\sigma_a}{\sigma}$$

unde $\sigma = \sigma_i + \sigma_r + \sigma_a$. De obicei este mult mai simplu să se presupună că din N_0 pozitroni $\tau_i N_0$ suferă ciocniri de ionizare, $\tau_r N_0$ — radiație de frînare și $\tau_a N_0$ — anihilare. După cum se știe însă, în condiții concrete apare o lege a cazului și vom avea de-a face cu fluctuații. Metoda Monte Carlo permite și „reproducerea" fluctuațiilor naturale ale fenomenului. Într-adevăr, să ridicăm curba pentru „tragerea la sorți" a tipului de proces. Pe ordonata hîrtiei dreptunghiulare se iau valorile τ_i și $\tau_i + \tau_r$ ca funcție de energia pozitronului. În acest caz este evident că curbele τ_i și $\tau_i + \tau_r$ ridicate împart graficul în trei domenii: ionizare, radiație de frînare și anihilare. Fie, de exemplu, ca la o valoare a energiei pozitronului $E_0 = 10\ MeV$ valorile probabilităților apriorice τ_i, τ_r, τ_a să fie respectiv egale cu 0,212; 0,295 și 0,193. Dacă numărul aleatoriu la „tragerea la sorți" a tipului de proces este egal cu 0,412 este clar că a „căzut" procesul radiației de frînare.

În mod analog se poate face „tragerea la sorți", de exemplu, a tipului de atomi cu care are loc ciocnirea unei particule la deplasarea sa prin substanță, ca de exemplu prin atmosferă, emulsie nucleară, etc., precum și tragerea la sorți a probabilității formării unui număr aleatoriu oarecare de particule la ciocnirea nucleonilor cu nucleoni.

1.2. *Metoda de compoziție*

Datorită volumului mare de calcul din cadrul aplicării metodelor de Monte Carlo la studiul unei cascade electrono-fotonice este recomandabilă utilizarea calculatoarelor electronice. Apare deci necesitatea evidentă de generare a unui eveniment aleatoriu în calculator. La cele mai multe calculatoare fiecare operație pe care o poate executa mașina este complet determinată. Prin urmare, este necesară utilizarea unei succesiuni de operații care produc numere ce sînt în mod precis determinate de un set inițial de condiții și care au multe aspecte de aleatorietate. Pentru comoditate, atît în generarea acestor numere, cît și în utilizarea lor, este recomandabil de a căuta numere aleatoare care să fie uniform distribuite.

Există diverse metode de obținere a unor numere uniform distribuite. De exemplu, Butcher și Messel (7) au utilizat în generarea unor astfel de numere o combinație liniară a patru numere aleatoare prealabile și un număr se formează prin permutarea de cinci ori a cifrelor ultimului număr, precum și ale membrului imediat următor al succesiunii. Diversele teste aplicate acestor numere au dat rezultate complet acceptabile în ipoteza că aceste numere sînt independente și uniform distribuite.

Să presupunem că avem la dispoziție un set de numere aleatoare uniform distribuite între 0 și 1. Să notăm în general un astfel de număr prin simbolul ξ. Urmează deci că funcția de repartiție a unor astfel de numere este $F(\xi) = \xi$.

Există o teoremă care face posibilă, în principiu, scrierea unei reguli de calcul a variabilelor pentru orice tip de distribuție. Această teoremă afirmă că, dacă $F(x)$ este funcția de distribuție a variabilei aleatoare x, atunci $F(x)$ este la rîndul său distribuită uniform între 0 și 1. $F(x)$ este definită prin proprietatea că dacă x este o selecție dintr-o distribuție, probabilitatea ca x să ia o valoare mai mică decît x' este Prob $(x<x') =$

$= F(x')$. $F(x)$ este o funcție de x monoton crescătoare între 0 și 1 și de aceea Prob $[F(x)<F(x')] =$ Prob $(x<x') = F(x')$. Rezultă deci că $F(x)$ este distribuit uniform între 0 și 1.

Această funcție de distribuție $F(x)$ o putem utiliza pentru extragerea de variabile aleatoare x cu această distribuție prin extragerea unui număr aleatoriu uniform distribuit ξ între 0 și 1 și rezolvînd ecuația $F(x) = \xi$.

De exemplu, în cazul distribuției exponențiale $F(x) = 1 - \exp(-x/\bar{x})$ se obține că $x = \bar{x} \ln(1/1-\xi)$, sau, mai simplu, înlocuind pe $1-\xi$ cu ξ, se obține $x = \bar{x} \ln(1/\xi)$.

1.3. *Metoda lui Butcher și Messel.*

În unele cazuri este mai avantajos să se procedeze mai direct în obținerea de numere aleatoare decît prin metoda de compoziție. Butcher și Messel (7) au combinat metoda de compoziție și metoda de respingere (13) pentru obținerea de variabile aleatoare. Această metodă arată că, dacă densitatea distribuției este $f(x)$ și dacă $f(x)$ poate fi scris sub forma:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i(x)\, g_i(x) \tag{2}$$

unde:

$$0 \leqslant g_i(x) \leqslant 1\,;\ \alpha_i > 0\,;\ f_i(x) > 0\,;\ \int f_i(x)\,dx = 1 \tag{3}$$

atunci o selecție x poate fi extrasă pentru distribuția cu densitatea $f(x)$ printr-o primă alegere a unui întreg de la 1 la n cu o probabilitate proporțională cu α_i pentru un anumit i. Aceasta se poate face prin extragerea unei variabile aleatoare uniform distribuite ξ și formînd prin rotație:

$$x_1 = \xi - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n}$$

și terminînd procesul pentru primul x_i care devine negativ și alegînd valoarea lui i respectivă. Avînd aleasă valoarea pentru i, selecția se extrage

din distribuţia cu densitatea $f_i(x)$ şi o valoare x este acceptată sau respinsă prin calcularea valorii lui $g_i(x)$ şi comparînd-o cu variabila ξ uniform distribuită. Dacă:

$$\xi > g_i(x) \; x \text{ se respinge}$$

$$\xi \leqslant g_i(x) \; x \text{ se acceptă}$$

astfel că probabilitatea de a se accepta x este $g_i(x)$. În cazul respingerii procesul se repetă pînă cînd o valoare x este în final acceptată.

S-a văzut mai sus că valoarea lui i se alege atunci cînd $x_i < 0$ şi $x_{i-1} \geqslant 0$, ceea ce este evchivalent cu:

$$\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \leqslant \xi < \sum_{j=i+1}^{n} \alpha_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$$

Deoarece ξ este uniform distribuit, probabilitatea acestui eveniment este

$$\alpha_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$$

Funcţia de distribuţie a lui (i, x) care permite dinainte respingerea este:

$$\alpha_i f_i(x) \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$$

Există însă o probabilitate $1 - g_i(x)$ ca să facem respingerea valorii odată alese. Presupunînd că $j = 0$ înseamnă acceptare şi $j = 1$ respingere, funcţia de distribuţie pentru (i, j, x) este:

$$\left[\alpha_i f_i(x) \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i\right][1 - g_i(x)]$$

Însă, pe măsură ce procesul se repetă pînă se găseşte valoarea $j = 0$ funcţia de distribuţie a primei valori acceptate pentru (i, x) va fi $c\alpha_i f_i(x) g_i(x)$ unde c este o constantă introdusă pentru normalizarea funcţiei. Pentru a găsi densitatea distribuţiei lui x, se poate suma după i, obţinînd:

$$c \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i(x) g_i(x) = cf(x)$$

Astfel, dacă se presupune că $f(x)$ este normalizată, c este de fapt egal unitatea şi astfel a fost stabilit rezultatul cerut, care justifică metoda.

Se poate adăuga că probabilitatea respingerii este ($j = 1$):

$$\sum_{i=1}^{n} \int \left[\alpha_i f_i(x) \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \right] [1 - g_i(x)] \, dx = 1 - \left(1 \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \right)$$

Astfel se vede că $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ este numărul mediu de paşi care trebuie făcut pînă ce valoarea lui x este acceptată.

Valoarea metodei lui Butcher şi Messel constă în faptul că o descompunere a densităţii distribuţiei ca în relaţia (2) poate fi făcută în mod uzual fără o prea mare dificultate, n fiind un număr mic, $f_i(x)$corespunzînd la distribuţii uşor de obţinut şi $g_i(x)$ nu este niciodată mai mic decît 1, astfel că respingerea unei valori x este un eveniment rar.

2. Aplicarea metodelor de Monte Carlo la studiul dezvoltării longitudinale a cascadelor electrono-fotonice

2.1. Calculele lui Wilson

Aplicarea metodei Monte Carlo la studiul dezvoltării cascadelor eletrono-fotonice a fost făcută pentru prima dată de către Wilson (5) Calculele au fost făcute numai pentru cazul plumbului, întîi neglijîndu-se difuzia multiplă şi apoi luîndu-se în consideraţie şi difuzia multiplă a electronilor cascadei.

Distanţa în plumb era luată în intervale de o jumătate de unitate radiativă (în jur de 1 mm). Electronii şi fotonii erau urmăriţi prin intervalele succesive şi soarta lor la trecerea prin fiecare interval era decisă prin metoda maşinii Monte Carlo. Hîrtia lipită pe cilindrul acestei maşini este cea prezentată în fig. 1. Ordonata energiei era paralelă cu axa cilindrului. Pentru electroni curbele au fost astfel trasate încît raportul distanţei dintre două curbe alăturate şi distanţa pînă la extremitatea cilindrului este egal cu probabilitatea radiaţiei unei cuante γ a cărei energie este marcată pe fiecare curbă. Pentru fotoni curbele au fost trasate în mod similar şi ele dau probabilitatea generării unei perechi de electroni ale căror energii sînt marcate lîngă curbe. A fost luată de asemenea în consideraţie difuzia Compton şi pierderile de energie prin ionizare ale electronilor, care s-au considerat ca avînd valoarea constantă de 1,5 MeV per interval. Prin urmare, calculele au fost făcute în aproximaţia B (vezi (14). La trasarea acestor curbe Wilson a utilizat valorile secţiunilor eficace date de calculele lui Bethe şi Heitler /15/ ajustate de valorile experimentale.

Calcule tipice efectuate de Wilson pentru o cascadă generată în plumb de un foton incident cu o energie de 100 MeV sînt prezentate în fig. 2. Liniile punctate orizontale din această figură reprezintă fotonii, liniile continui-electronii, iar cerculeţele-fotonii care nu au fost urmăriţi. Procedura de calcul constă în urmărirea fotonului iniţial prin intervalele succesive prin rotaţia cilindrului maşinii Monte Carlo la fiecare interval de 0,2 unităţi radiative pînă ce indicele fix al maşinii cădea între curbele punctate A şi B din fig. 1. pentru energia respectivă a fotonului. Curba cea mai apropiată de indicele fix va arăta energia unuia din electronii ce se

formează în cadrul fenomenului generării de perechi. Energia celuilalt electron, pe baza legii conservării energiei, se obţine prin scăderea energiei primului electron din energia fotonului iniţial. În plus mai trebuie scăzută energia de aproximativ 1 MeV, care coresunde masei de repaus a electronilor generaţi. Urmărirea fotonului încetează astfel şi în continuare este urmărit unul din electronii perechii. La fiecare interval se roteşte cilindrul maşinii Monte Carlo şi în acest fel energia radiată de electron sub forma unei cuante γ este indicată de curba de radiaţie cea mai apropiată de indicele fix pentru energia respectivă a electronului. Energia electronului este acum micşorată cu valoarea energiei fotonului radiat şi în plus cu valoarea constantă de 1,5 MeV, ce reprezintă pierderea de energie prin ionizare pe fiecare interval ale unui electron. În acest mod electronul este urmărit pînă ce va pierde întreaga sa energie şi se va opri. Apoi este urmărit celălalt electron al perechii, precum şi fotonii care sînt generaţi, pînă ce cascada încetează. Un grafic ca cel din fig. 2 reprezintă deci istoria unei cascade particulare. Procedura este repetată succesiv pînă cînd statistica obţinută este satisfăcătoare. Se va observa că există variaţii îizbitoare în forma şi complexitatea fiecărei cascade.

Fotonii nu au fost urmăriţi după ce energia lor scade sub 10 MeV entrucît în acest caz parcursul lor liber mijlociu este prea lung. Pentru anergii între 10 MeV şi 1 MeV parcursul liber mijlociu al fotonilor este aproximativ constant şi acest fapt constituie o mică dificultate în calculul propagării unei astfel de radiaţii. Numărul de electroni n_2 de la distanţa t datorat acestei radiaţii este dat de expresia :

$$n_2(t) = \int_0^t [w(t')/\beta] \cdot e^{-(t-t')\sigma_m} \cdot dt' \qquad (4)$$

în care $w(t')\,dt'$ este energia medie per cascadă generată de o cuantă γ cu o energie mai mică de 10 MeV în intervalul aflat între distanţele t' şi $t' + dt'$. Ea se obţine din graficele cascadelor de tipul celui prezentat în fig. 2 prin adunarea la energia tuturor fotonilor indicaţi a energiei mai mici de 10 MeV care apare în intervalele de distanţă cuprinse într-o unitate radiativă şi care se împarte la numărul graficelor, deci la numărul de cascade simulate. În acelaşi timp Wilson face presupunerea că această energie se propagă ca $e^{-(t-t')\sigma_m}$ în care σ_m este secţiunea eficace medie pe unitatea radiativă de lungime a unui foton cu o energie cuprinsă între 10 MeV şi 1 MeV. Wilson a luat pentru plumb valoarea $\sigma_m = 0{,}24$. În deducerea relaţiei (4) a fost de asemenea făcută presupunerea că, după ce energia este absorbită, electronii rezultaţi cedează toţi energia prin ionizare într-o regiune mică în comparaţie cu drumul liber mijlociu al radiaţiei. Lungimea parcursului cu care contribuie aceşti electroni este $w(t')/\beta$, unde β este ionizarea per unitatea radiativă sau energia critică. Pentru plumb a fost luată valoarea $\beta = 7{,}5$ MeV.

Rezultatele obţinute de Wilson sînt prezentate, aşa după cum se obişnuieşte, sub forma unor curbe ce dau numărul mediu de electroni ca funcţie de distanţa t în plumb. Astfel, fig. 3 prezintă această funcţie pentru fotoni incidenţi ale căror energii sînt marcate lîngă curbe, curbe care au fost de fapt obţinute prin luarea în consideraţie a difuziei multiple,

așa după cum vom vedea mai jos. Numărul de electroni n aflat pe ordonata acestei figuri reprezintă suma dintre n_2, numărul de electroni de la adîncimea t generați de fotoni cu o energie mai mică de 10 MeV și n_1-numărul de electroni de la adîncimea t generați de fotoni cu energii mai mari de 10 MeV. Numărul n_1 se obține direct din graficul cascadei de tipul celui prezentat în fig. 2 prin adunarea tuturor electronilor existenți la o anumită adîncime t și împărțirea la numărul de grafice utilizat. În general Wilson a efectuat una sau două sute de simulări de cascadă pentru fiecare curbă, astfel că precizia statistică a fiecărui punct este în jur de 10%. Curbele au fost normalizate cu cîteva procente în modul următor: panta inițială a curbelor pentru fotoni incidenți este egală cu $2\ \sigma_\pi^- + \sigma_e$ unde σ_π și σ_e sînt respectiv secțiunile eficace pentru generarea de perechi și respectiv pentru difuzia Compton; curbele teoretice trebuie să scadă în final ca $e^{-\sigma_m t}$ și, în plus, trebuie satisfăcută relația:

$$\int_0^\infty \beta n dt = W_0$$

unde W_0 este energia inițială. Scopul pe care și l-a propus Wilson pentru calculele sale a fost determinarea pantei curbelor în regiunea intermediară.

Pentru energii inițiale $E_0 \geqslant 300$ MeV munca devine excesivă și din acest motiv Wilson nu a mai urmărit fotonii și electronii cu energii sub 50 MeV, unde deja fuseseră obținute rezultate numerice prin metoda Monte Carlo. Totodată, spre comparație, sînt prezentate în fig. 3 și rezultatele teoretice ale lui Rossi și Greisen /16/ în aproximația B pentru un foton inițial cu $W_0 = 100$ MeV sub forma curbei punctate. Se observă că nu există concordanță între aceste rezultate teoretice și cele obținute de către Wilson prin metoda Monte Carlo pentru motivul că teoria cascadei în aproximația B dă rezultate satisfăcătoare numai pentru elemente ușoare.

Difuzia multiplă a electronilor la trecerea lor prin plumb ar putea fi luată în considerație cu ajutorul unei mașini Monte Carlo auxiliare pentru a se putea găsi unghiul de difuzie multiplă al unui electron la trecerea sa prin fiecare interval de distanță. Întrucît această cale este mult mai laborioasă, Wilson a utilizat o alta, în care efectul difuziei multiple asupra parcursului unui electron a fost găsit absolut teoretic într-o altă lucrare /17/, în care rezultatele sînt calculate prin metoda Monte Carlo. În cadrul teoriei dezvoltate de către Wilson el a admis existența a două grupuri de electroni. La început drumul electronului este considerat ca fiind rectiliniu pînă ce energia sa va scădea pînă la o valoare critică E_r, după care mișcarea electronului se consideră a fi complet aleatoare. S-a găsit că energia critică E_r este complet independentă de energia inițială a electronului și ea este dată în MeV de relația aproximativă:

$$E_r \approx 20/\beta^{1/2} \tag{5}$$

După ce un electron a atins această energie deplasarea sa ulterioară este neglijabilă deoarece parcursul său rezidual este consumat într-o mișcare complet aleatoare. Aceasta înseamnă că unul din efectele difuziei multiple

constă în scurtarea parcursurilor tuturor electronilor din cascadă cu o cantitate r, ce reprezintă parcursul unui electron cu energia E_r. Acest parcurs este dat în unităţi radiative de relaţia /17/ :

$$\frac{r}{\ln 2} = \ln\left(1 + \frac{E_r}{\ln 2}\right) \tag{6}$$

în care β este energia critică exprimată în aceleaşi unităţi ca şi E_r.

Calculele lui Wilson prezentate mai sus sînt aplicabile plumbului. Pentru elementele învecinate rezultatele sînt similare, însă ordonatele curbelor cascadei trebuiesc modificate prin înmulţirea lor cu raportul dintre energiile critice în elementele respective şi plumb.

Pentru elemente cu numere atomice Z mici se poate aplica teoria cascadei /14/ în cazul unor particule incidente de mare energie. La energii mici, sau pentru elemente cu Z intermediar, se poate utiliza, de exemplu, metoda lui Bernstein (18).

Efectele difuziei multiple sînt relativ mici în cazul elementelor cu Z mic şi aceasta din două motive : în primul rînd, cascada este urmărită pînă la o energie de cut-off β care variază aproximativ ca $1/Z$ şi, în al doilea rînd, energia E_r, sub care mişcarea electronilor devine aleatoare, variază ca $1/\beta^{1/2}$, şi, prin urmare, ca $Z^{1/2}$. De aceea numărul relativ de electroni dintr-o cascadă ce au o energie mai mică decît E scade rapid cu Z.

2.2. Calculele lui Chavchanidze.

Chavchanidze, Shaduri şi Kumsishvili /6/ au aplicat metoda Monte Carlo la calculul unei cascade electrono-fotonice într-o placă de plumb cu o grosime de 0,5 cm, generată de un foton cu energia de 500 MeV.

Procedura de calcul utilizată se bazează pe metodica „tragerii la sorţi", însă fără a utiliza o maşină Monte Carlo, ci tabele cu numere aleatoare uniform distribuite. Schema de calcul utilizată era următoarea. Se „trage la sorţi" mărimea parcursului fotonului incident pînă la primul act de interacţie. Această tragere la sorţi se efectua pe baza curbei integrale a dependenţei secţiunii totale eficace de energia cuantei. Apoi se trage la sorţi „soarta" cuantei γ. În cazul generării de perechi se trage apoi la sorţi energia pozitronului şi pe baza sa se determină şi energia electronului. Urmează apoi tragerea la sorţi a parcursurilor lor în mod analog cu procedura utilizată pentru cuanta γ. Se determină valoarea pierderilor de energie prin ionizare şi deci energiile componentelor perechii înaintea interacţiilor ulterioare. Totodată se „trage la sorţi" şi corecţia datorată difuziei multiple. Dacă electronul şi pozitronul nu au ieşit în afara limitelor plăcii, se urmăreşte evoluţia lor ulterioară. Pentru „tragerea la sorţi" a energiei cuantei de frînare s-a utilizat metodica curbelor integrale nenormate cu argumente cu scale nenormate. „Tragerea la sorţi" a unghiurilor de difuzie s-a făcut fără a se lua în consideraţie corelaţia existentă între unghiurile de difuzie Compton ale cuantei şi electronului. În cazul ani hilării s-a „tras la sorţi" unghiul de zbor a unei din cuantele γ generate în sistemul centrului de masă şi pe baza datelor obţinute s-a determinat şi unghiul celei de a doua cuante.

Rezultatele calculelor efectuate sînt prezentate sub forma curbelor distribuțiilor după energie ale electronilor, pozitronilor și cuantelor γ care ies din placă. Datele obținute permit găsirea acelorași distribuții și pentru grosimi de plumb intermediare între 0 și 0,5 cm.

Volumul de lucru pentru calculul cascadei este extrem de mare, cel mai mult timp ocupîndu-l operația de trecere de la datele obținute prin „tragere la sorți" la datele ulterioare ei. Din acest motiv Chavchanidze propune ca pentru efectuarea unor astfel de calcule să fie utilizate mașinile electronice de calcul. În același timp el propune și două metode de programare.

Particularitatea primei metode constă în aceea că în memoria constantă a calculatorului se păstrează argumentele funcțiilor de distribuție respective într-o anumită ordine. Să presupunem, de exmplu, că este necesară cunoașterea graficului funcției de distribuție $P = F(x)$. Acest grafic se poate obține cu ajutorul unei mulțimi de perechi de numere de forma x_i, $P_i = F(x_i)$, unde i variază de la 1 la N. Pentru $N \sim 300 \div 500$ se poate asigura o precizie suficientă pentru lucrul practic. Cunoașterea uneia din aceste componente ale perechii de numere permite găsirea în mod univoc a celeilalte componente. De aceea este suficientă păstrarea într-o anumită ordine într-o adresă a memoriei constante a calculatorului a argumentului funcției. Fie ca pentru păstrare numerele $x_i \in M(x)$ (mulțimea argumentelor) să fie depuse în adresele începînd cu a și sfîrșind cu $a + 1000$. În acest caz introducerea numerelor în memorie se face după o stabilire prealabilă a unei succesiuni a acestor x_i. Un număr distribuit uniform din tabelul de numere aleatoare se egalează cu $F(x_b)$, întrucît se știe că $F(x)$ este distribuit uniform între 0 și 1 și astfel se alege x_b — cea de a doua componentă a perechii x_b, $F(x_b)$. Acest număr se introduce în memorie la adresa $a + 1$. În mod analog se alege un alt număr aleatoriu x_c, care se introduce în adresa $a + 2$ și așa mai departe. În acest mod se introduc în memoria calculatorului 1000 de numere aleatoare x cu funcția de distribuție $F(x)$. La comandă, acolo unde trebuiesc utilizate succesiv numerele aleatoare $x_i \in M(x)$, se citesc adresele respective în ordine, adică $a + 1$, $a + 2$ și așa mai departe. După terminarea adreselor se poate da comanda deplasării adresei inițiale.

Cea de a doua metodă de programare permite introducerea funcției $F(x)$ în memoria calculatorului în modul următor. Numerele aleatoare x_i se păstrează în adresele $F(x_i)$. La programare, în calitate de adresă se ia un număr aleatoriu uniform distribuit din tabelul de numere aleatoare. Dacă adresele în care se păstrează numerele x_i încep cu α și sfîrșesc cu $\alpha + 1000$, atunci în program se introduce ca adresă respectivă pentru x_i numărul $\alpha + p_i$, unde p_i este un număr aleatoriu uniform distribuit cu trei cifre care se întîlnește la citirea tabelului de numere aleatoare

2.3. Calculele lui Butcher și Messel

Butcher și Messel, utilizînd un calculator electronic SILLIAC, au calculat prin metoda Monte Carlo distribuția numărului de electroni din cascadele electrono-fotonice /7/. Ei au calculat valorile numerice ale funcției de distribuție Φ, care reprezintă probabilitatea găsirii unui număr dat de electroni de o anumită energie la o anumită adîncime în absorbant

într-o cascadă generată de un anumit tip de particulă (electron sau foton) cu o anumită energie primară.

În lucrarea /8/ autorii prezintă rezultate numerice complete pentru funcţia de distribuţie Φ a numărului de particule. Rezultatele se referă la cazul absorbanţilor aer şi aluminiu. Atît fotonul, cît şi electronul primar, au energii E_0 cuprinse în domeniul $50 \div 50000$ MeV. Energiile secundare care au fost luate în consideraţie variază în domeniul $E = 5 \div 20000$ MeV la adîncimi de la 0 la 10 unităţi radiative. Domeniul de energii utilizat este destul de larg şi acoperă parţial regiunea experienţelor cu raze cosmice şi acceleratori. Deoarece acest domeniu de energie este un domeniu în care secţiunile Bethe-Heitler pentru radiaţia de frînare şi generarea de perechi sînt destul de puternic dependente de energie, autorii au utilizat expresii exacte pentru aceste secţiuni eficace. În plus, sînt luate în consideraţie pierderile de energie prin ionizare şi efectul Compton. Deoarece numărul atomic la aer şi aluminiu este mic, difuzia la energii mici este complet neglijată.

Schema de Monte Carlo utilizată presupune că „electronii" şi „fotonii" au numere asociate, care le reprezintă poziţia, orientarea şi energia lor. Se presupune că fiecare particulă are o anumită probabilitate de a suferi un anumit tip de „interacţie" atunci cînd străbate o anumită „distanţă". Toate particulele care sînt produse sînt considerate pe rînd şi toate procesele continuă pînă cînd toate particulele vor ieşi în afara domeniului de energie şi poziţie pus în discuţie. La sfîrşitul fiecărei cascade numărul de electroni ce au energii mai mari decît o anumită valoare E la o anumită adîncime t este evaluat şi adăugat într-o histogramă.

În simularea proceselor fizice autorii au considerat că în mecanismul generării unei cascade electrono-fotonice au loc numai patru procese şi anume: radiaţia de frînare, generarea de perechi, efectul Compton şi pierderile de energie prin ionizare. Pentru primele două procese, pentru elemente uşoare, au fost luate secţiunile eficace Bethe-Heitler date de către Rossi /14/. Pentru radiaţia de frînare:

$$\Phi_1(E, \varepsilon) = \frac{4\alpha N Z^2 r_0^2 \rho}{A} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \left\{ [1 + (1-\varepsilon)^2] \cdot \left[\frac{1}{4} f_1(\delta) - \frac{1}{3} \ln Z \right] - \right.$$
$$\left. - \frac{2}{3}(1-\varepsilon) \left[\frac{1}{4} f_2(\delta) - \frac{1}{3} \ln Z \right] \right\} \tag{7}$$

şi pentru generarea de perechi:

$$\Phi_2(E, \varepsilon) = \frac{4\alpha N Z^2 r_0^2 \rho}{A} \left\{ [\varepsilon^2 + (1-\varepsilon)^2] \cdot \left[\frac{1}{4} f_1(\delta) - \frac{1}{3} \ln Z \right] + \right.$$
$$\left. + \frac{2}{3} \varepsilon(1-\varepsilon) \left[\frac{1}{4} f_2(\delta) - \frac{1}{3} \ln Z \right] \right\} \tag{8}$$

unde Φ_1 este secţiunea diferenţială pe unitatea de lungime pentru radiaţia de frînare, care constă în generarea unui foton de energie εE de către un

electron cu energia primară E. Φ_2 este secţiunea eficace diferenţială pe unitatea de lungime pentru un foton de energie E care generează o pereche de electroni, dintre care unul are energia εE. Cantităţile N, α şi r_0 sînt respectiv numărul lui Avogadro, constanta structurii fine şi raza clasică a electronului ($r_0 = e^2/m$, m fiind exprimat în unităţi de energie). A şi Z sînt numerele de masă şi atomic ale mediului absorbant, iar ρ este densitatea acestuia.

În lucrarea /7/ autorii nu au luat în consideraţie efectul electronilor atomici asupra acestor procese, însă în lucrarea /8/ acest efect a fost luat în consideraţie prin utilizarea valorilor de 26,3 g/cm^2 şi 24,7 g/cm^2 pentru unităţile radiative în aer şi respectiv aluminiu, care sînt obţinute prin utilizarea factorului $Z(Z + 0{,}8)$ în loc de Z^2 (vezi Heitler /19/) în expresia unităţii radiative.

δ este o variabilă care depinde de influenţa efectului de ecranare al electronilor externi într-o interacţie electromagnetică, care în cazul radiaţiei de frînare este:

$$\delta = 136\, Z^{-1/3} \frac{m}{E} \cdot \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \tag{9 a}$$

şi în cazul generării de perechi:

$$\delta = 136\, Z^{-1/3} \frac{m}{E} \cdot \frac{1}{\varepsilon(1-\varepsilon)} \tag{9 b}$$

Rossi utilizează în locul lui δ varaiabila $\gamma = 100\ \delta/136$.

Funcţiile $f_1(\delta)$ şi $f_2(\delta)$ sînt funcţii tabelate, care în cazul ecranării totale ($\delta = 0$) au valorile:

$$f_1(0) = 4\ \ln 183\,;\ f_2(0) = f_1(0) - 2/3$$

Butcher şi Messel au aproximat aceste două funcţii prin expresiile:

— pentru $\delta \leqslant 1$:

$$f_1(\delta) = 20{,}867 - 3{,}242\ \delta + 0{,}625\ \delta^2 \tag{10}$$

$$f_2(\delta) = 20{,}209 - 1{,}930\ \delta - 0{,}086\ \delta^2 \tag{11}$$

— pentru $\delta > 1$:

$$f_1(\delta) = f_2(\delta) = 21{,}12 - 4{,}184 \cdot \ln(\delta + 0{,}952) \tag{12}$$

Dacă distanţa se va măsura în unităţi radiative de lungime, unde o unitate radiativă de lungime R este definită prin relaţia:

$$1/R = 4\alpha N r_0^2 Z(Z + 0{,}8)\rho \ln(183 Z^{-1/3})/A \tag{13}$$

atunci secţiunile eficace Φ_1 şi Φ_2 devin :

$$\varphi_1(E, \varepsilon) = \Phi_1(E, \varepsilon)\cdot R = \left[\ln 2\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{9\ln(183\ Z^{-1/3})}\right)\right]\cdot\left[\frac{1}{\ln 2}\left(\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\right)\right]\times$$

$$\times [A(\delta)] + \left[\frac{1}{2}\right]\cdot[2\varepsilon]\cdot[B(\delta)] \tag{14}$$

$$\varphi_2(E, \varepsilon) = \Phi_2(E, \varepsilon)\cdot R = \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{36\ln(183\ Z^{-1/3})}\right]\cdot[1]\cdot[C(\delta)] +$$

$$+\frac{1}{12}\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{9\ln(183\ Z^{-1/3})}\right)\cdot\left[12\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\right)^2\right]\cdot[A(\delta)] \tag{15}$$

unde :

$$A(\delta) = \frac{9f_1(\delta) - 3f_2(\delta) - 8\ln Z}{9f_1(0) - 3f_2(0) - 8\ln Z} \tag{16}$$

$$B(\delta) = \frac{3f_1(\delta) - 4\ln Z}{3f_1(0) - 4\ln Z} \tag{17}$$

$$C(\delta) = \frac{9f_1(\delta) + 3f_2(\delta) - 16\ln Z}{9f_1(0) + 3f_2(0) - 16\ln Z} \tag{18}$$

Aceste relaţii au fost generalizate /8/ pentru cazul unui absorbant alcătuit nu dintr-un element, ci avînd o structură compusă în care proporţia fiecărui tip de nuclee (Z_i, A_i) este un număr proporţional cu n_i. În cazul unei astfel de structuri se poate găsi numărul de atomi de un anumit tip dintr-o moleculă a absorbantului şi anume prin numărul de nuclee respectiv. Se definesc următoarele mărimi :

$$a = (\ln 183)\sum n_i Z_i(Z_i + 0{,}8)\,; \quad b = \sum n_i Z_i(Z_i + 0{,}8)\ln Z^{-1/3}$$

$$c = \sum n_i Z_i\,; \quad \mathrm{d} = \sum n_i Z_i \ln Z_i^{-2}\,; \quad M = \sum n_i A_i \tag{19}$$

în care sumările se fac toate peste tipurile de nuclee ale absorbantului. Se observă că c şi M reprezintă respectiv numărul total de protoni dintr-o moleculă a absorbantului şi greutatea moleculară.

În cazul unui absorbant cu structură compusă R este dat de relaţia :

$$1/R = 4\alpha N r_0^2\,\rho\ (a + b)M = 1{,}139\cdot 10^{-3}\ \rho(a + b)M\ \mathrm{cm}^{-1} \tag{20}$$

în care ρ este măsurat în g/cm^3.

Este convenabilă definirea următoarelor rapoarte :

$$p = b/a\,; \quad q = c/(a + b)\,; \quad s = d/(a + b) \tag{21}$$

În cazul unui absorbant cu structură compusă secțiunile eficace diferențiale φ_1 și φ_2 pe unitatea radiativă de lungime pentru radiația de frînare și generarea de perechi sînt date de relațiile :

$$\varphi_1(E, \varepsilon) = \left[\ln 2 \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{(9 \ln 183)(1+p)}\right)\right] \cdot \left[\frac{1}{\ln 2}\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)\right] \cdot [A(\delta')] + \\ + \left[\frac{1}{2}\right] \cdot [2\varepsilon] \cdot [B(\delta')] \tag{22}$$

$$\varphi_2(E, \varepsilon) = \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{(36 \ln 183)(1+p)}\right] \cdot [1] \cdot [C(\delta')] + \\ + \left[\frac{1}{12}\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{(9 \ln 183)(1+p)}\right)\right] \cdot \left[12\left(\varepsilon - \frac{1}{12}\right)^2\right] \cdot [A(\delta')] \tag{23}$$

în care :

$$A(\delta') = \frac{3 f_1(\delta') - f_2(\delta') + 8p \ln 183}{3 f_1(0) - f_2(0) + 8p \ln 183} \tag{24}$$

$$B(\delta') = \frac{f_1(\delta') + 4p \ln 183}{f_1(0) + 4p \ln 183} \tag{25}$$

$$C(\delta') = \frac{3 f_1(\delta') + f_2(\delta') + 16p \ln 183}{3 f_1(0) + f_2(0) + 16p \ln 183} \tag{26}$$

unde variabila δ' este definită ca :

$$\delta' = (136)(183^p) \frac{m\varepsilon}{E(1-\varepsilon)} \quad \text{pentru radiația de frînare}$$

$$\delta' = (136)(183^p) \frac{m}{E\varepsilon(1-\varepsilon)} \quad \text{pentru generarea de perechi}$$

Trebuie notat faptul că pentru un absorbant alcătuit dintr-un singur element $\delta' = \delta$. În absorbanții cu valori mult diferite ale lui Z între diferitele tipuri de nuclee utilizarea unei valori medii a lui δ', definită în modul de mai sus, conduce la o eroare mică numai în cazul în care δ' este foarte mare. Pentru simplitate, se va scrie în continuare δ în loc de δ'.

Secțiunea eficace pentru efectul Compton pe unitatea radiativă de lungime este dată de relația :

$$\varphi_3(E, \varepsilon) = \frac{\pi m}{4\alpha(Z+0{,}8) \ln(183 Z^{-1/3})} \cdot \frac{1}{E\varepsilon} \cdot [1 + \varepsilon^2 - \varepsilon \sin^2\theta] \tag{27}$$

ce poate fi scrisă sub forma :

$$\varphi_3(E, \varepsilon) = \frac{\pi m}{4\alpha} \cdot \frac{q}{E\varepsilon} [1 + \varepsilon^2 - \varepsilon \sin^2 \theta)] =$$

$$= \left[\frac{\pi m}{4\alpha} \frac{q}{E} \ln 2\right] \cdot \left[\frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{\varepsilon}\right] \cdot \left[1 - \frac{\varepsilon \sin^2 \theta}{1+\varepsilon^2}\right] + \left[\frac{\pi m}{4\alpha} \frac{q}{E} \frac{1}{2}\right] \cdot [2\varepsilon] \cdot \left[1 - \frac{\varepsilon \sin^2 \theta}{1+\varepsilon^2}\right] \tag{28}$$

în care unghiul de difuzie θ al fotonului este dat de relaţia :

$$m(1-\varepsilon) = \varepsilon E (1 - \cos \theta)$$

iar E este energia fotonului incident şi εE este energia fotonului difuzat. S-a considerat că difuzia Compton are loc pe un electron aflat iniţial în repaus, care după difuzie va avea energia cinetică $(1-\varepsilon)E$.

Pierderile de energie prin ionizare sînt luate în consideraţie prin scăderea din energia electronului, după ce acesta a străbătut o distanţă de t unităţi, radiative, a cantităţii :

$$E_0 - E = \frac{\pi m}{2\alpha(Z+0{,}8)\ln(183Z^{-1/3})} \cdot \left[20{,}2 + 3 \ln \frac{E_0}{m} - 2 \ln Z\right] t = \tag{29}$$

$$= \frac{\pi m}{2\alpha}\left[20{,}2q + s + 3q \ln \frac{E_0}{m}\right] t$$

în care E_0 este energia înainte de străbaterea distanţei t şi E — energia corectată. Formula (29) se bazează pe relaţia dată de Rossi /14/, însă diferă de aceasta printr-o cantitate neglijabilă, în care E_0 din termenul logaritmic este înlocuit prin impulsul electronului şi se acéeptă că rata pierderii de energie este constantă cînd electronul străbate o distanţă t mică.

La simularea diverselor procese s-a utilizat metoda propusă de autori. Acum este evident motivul factorizării secţiunilor eficace diferenţiale ale diverselor procese, date de relaţiile (22), (23) şi (28).

Astfel, pentru secţiunea eficace a generării de perechi (23) se poate alege :

$$\alpha_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{(36 \ln 183)(1+p)} \qquad \alpha_2 = \frac{1}{12}\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{(9 \ln 183)(1+p)}\right)$$

$$f_1 = 1 \qquad f_2 = 12\left(\varepsilon - \frac{1}{12}\right)^2$$

$$g_1 = C(\delta) \qquad g_2 = A(\delta)$$

Distribuţia corespunzătoare lui f_1 este pur şi simplu distribuţia uniformă, iar cea corespunzătoare lui f_2 poate fi obţinută prin extragerea a trei numere aleatoare uniform distribuite şi alegînd pe unul care diferă cel mai mult de celelalte.

Pentru radiaţia de frînare secţiunea eficace (22) desigur că nu este chiar atît de simplă. Este necesară introducerea unui cut-off artificial pentru evitarea „catastrofei infraroşii", astfel că pentru comoditate s-a înlocuit termenul $\frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$ printr-o funcţie $f_0(\varepsilon)$ care, să zicem, are această valoare pentru $2^{-r} \leqslant \varepsilon \leqslant 1$ şi are valoarea constantă $(2^r - 1)/\ln 2$ pentru $\varepsilon \leqslant 2^{-r}$. Dacă se va defini:

$$f_i(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \varepsilon \geqslant 2^{1-i} \\ \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1-\varepsilon 2^{i-1}}{\varepsilon} & \text{pentru } 2^{-i} \leqslant \varepsilon \leqslant 2^{1-i} \\ \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^{i-1} & \text{pentru } \varepsilon \leqslant 2^{-i} \end{cases}$$

pentru $i = 1, 2, \ldots, r$, atunci:

$$f_0(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{r} f_i(\varepsilon)$$

În plus, toţi $f_i(\varepsilon)$ au integrale egale cu unitatea şi o variabilă cu distribuţia $f_i(\varepsilon)$ poate fi extrasă prin înmulţirea unei variabile cu distribuţia f_1 cu 2^{1-i}.

S-a făcut în acest fel o descompunere convenabilă a secţiunii eficace a radiaţiei de frînare:

$$\sum_{i=1}^{r+1} \alpha_i f_i(\varepsilon)\, g_i(\varepsilon)$$

unde:

$$\alpha_i = \ln 2 \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{(9 \ln 183)(1+p)} \right) \qquad (i = 1, 2, \ldots r)$$

$$\alpha_{r+1} = 1/2$$

$f_i(\varepsilon)$ este definit pentru $i = 1, 2, \ldots, r$ mai sus şi:

$$f_{r+1}(\varepsilon) = 2\varepsilon$$

De asemenea: $g_i(\varepsilon) = A(\delta)$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$; $g_{r+1}(\varepsilon) = B(\delta)$

Variabilele aleatoare ce au distribuţia cu funcţia de frecvenţă $f_{r+1} = 2\varepsilon$ pot fi obţinute prin alegerea celui mai mare număr din două numere aleatoare uniform distribuite, sau prin extragerea a două numere uniform distribuite ξ_1 şi ξ_2 şi calculînd pe ε ca $\varepsilon = 1 - |\xi_1 - \xi_2|$.

Să vedem care este modul de extragere a variabilelor cu o distribuţie cu funcţia de frecvenţă :

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} \dfrac{1}{\ln 2}\,\dfrac{1-\varepsilon}{\varepsilon} & \text{pentru } \dfrac{1}{2} \leqslant \varepsilon \leqslant 1 \\ \dfrac{1}{\ln 2} & \text{pentru } 0 \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Deoarece :

$$Pr\left(\varepsilon < \frac{1}{2}\right) = \int_0^{1/2} \frac{1}{\ln 2}\, d\varepsilon = \frac{1}{2\ln 2} \approx 0{,}72$$

la început se poate compara un număr aleatoriu ξ_1 cu această cifră şi dacă $1/2 \ln 2 \geqslant \xi_1$ atunci se poate lua pentru ε valoarea $\varepsilon = \xi_2/2$.

Cînd $1/2 \ln 2 < \xi_1$ trebuiesc extrase variabile cu distribuţia cu funcţia de frecvenţă :

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} \dfrac{1}{(\ln 2) - 1/2}\cdot\dfrac{1-\varepsilon}{\varepsilon} & \text{pentru } \dfrac{1}{2} \leqslant \varepsilon \leqslant 1 \\ 0 & \text{pentru } \varepsilon < \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Dacă se substituie $\varepsilon = 1 - x/2$, astfel ca x să fie cuprins în intervalul [0,1], atunci funcţia de frecvenţă a lui x, să zicem $h(x)$, este :

$$h(x) = \frac{1}{(4\ln 2) - 2}\cdot\frac{x}{1 - x/2} = \frac{1}{(4\ln 2) - 2}\cdot\frac{2x}{2 - x}\ ;\ 0 \leqslant x \leqslant 1$$

Se poate scrie că $h(x) = \alpha' f'(x)\, g'(x)$ în care :

$$\alpha' = \frac{1}{(4\ln 2) - 2} = 1{,}294\ ;\quad f'(x) = 2x\ ;\quad g'(x) = 1/2 - x$$

S- a văzut deja modul de extragere a variabilelor ce au o distribuţie cu funcţia de frecvenţă $f'(x) = 2x$.

Secţiunea eficace a efectului Compton (28) poate fi scrisă sub forma :

$$\varphi_3 = \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i f_i(\varepsilon) g_i(\varepsilon) \qquad (30)$$

unde :

$$\alpha_i = \frac{\pi m q}{4 \alpha E} \cdot \ln 2 \qquad (1 \leqslant i \leqslant n)$$

$$\alpha_{n+1} = \frac{\pi m q}{4 \alpha E} \cdot \frac{1}{2}$$

$$f_i(\varepsilon) = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \quad (2^{-i} \leqslant \varepsilon < 2^{1-i};\ 1 \leqslant i \leqslant n)$$

$$f_{n+1}(\varepsilon) = 2\varepsilon$$

$$g_i(\varepsilon) = 1 - \frac{\varepsilon \sin^2 \theta}{1 + \varepsilon^2} \quad (1 \leqslant i \leqslant n+1)$$

în care $m(1-\varepsilon) = \varepsilon E (1 - \cos \theta)$ şi g_i este luat egal cu zero în cazurile în care θ nu este un unghi real. n este cel mai apropiat întreg ce depăşeşte $\log E(/2m')$ şi m' este cea mai mică energie pe care fotonul difuzat o poate avea în conformitate cu criteriul $\cos \theta > -1$ şi anume $m' = m/(2 + m/E')$ în care E' este cea mai mică energie a particulelor utilizată în cadrul programului. Autorii au utilizat $m' = 0{,}24$ MeV ce corespunde la $E' = 4$ MeV.

Obţinerea unei selecţii dintr-o distribuţie cu funcţia de frecvenţă $f_{n+1}(\varepsilon) = 2\varepsilon$ a fost deja prezentată mai sus. Extragerea variabilelor aleatoare cu funcţia de frecvenţă $f_i(\varepsilon)$ $(i \leqslant n)$ se face prin extragerea unui număr aleatoriu uniform distribuit ξ şi atunci $\varepsilon = 2^{1-i}\ 2^{-\xi}$.

Să vedem acum care a fost modul de obţinere a unei selecţii din distribuţia energiilor secundare, care este definită de secţiunile eficace ale diverselor evenimente. A rămas deci de rezolvat problema găsirii prin calcul a secţiunii eficace totale pentru o energie primară dată. Această problemă a fost complet rezolvată prin observarea faptului că, dacă se adună secţiunile eficace ale diverselor evenimente, se va obţine forma :

$$f(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i(\varepsilon) g_i(\varepsilon)$$

unde restricţiile (3) ce se aplică funcţiilor din relaţia (2) sînt satisfăcute. Atunci, dacă se alege secţiunea eficace totală ca $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$, nu se introduce nici-o eroare dacă se procedează în modul următor. Se extrage o variabilă aleatoare cu o distribuţie exponenţială cu secţiunea eficace totală $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$, adică cu drumul liber mijlociu $1 \Big/ \left(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \right)$, în modul descris anterior (vezi secţ. 1.2). Se simulează mişcarea particulei prin considerarea ei la sfîrşitul acestei distanţe. Se extrage o selecţie a lui ε, care arată în prea-

labil dacă valoarea lui ε se acceptă sau se respinge, aceasta prin compararea cu un număr aleatoriu ce este dat de $g_i(\varepsilon)$. În cazul respingerii se acceptă că distanţa pe care a străbătut-o particula a fost prea mare şi din această cauză a fost respinsă şi că ea se va mişca numai şi numai pînă cînd valoarea lui ε este acceptată.

Dacă secţiunea eficace adevărată este σ, iar valoarea lui $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ este σ', atunci este clar că probabilitatea de acceptare a lui ε la un anumit pas este în mod corect σ/σ'. Astfel, dacă avem nevoie de n paşi pînă la acceptare, distanţa străbătută t va fi distribuită ca:

$$\frac{(\sigma')^n t^{n-1} e^{-\sigma' t}}{(n-1)!}$$

Însă probabilitatea de a avea exact n paşi este:

$$\frac{\sigma}{\sigma'}\left(1-\frac{\sigma}{\sigma'}\right)^{n-1}$$

Prin urmare, distanţa străbătută va fi distribuită ca:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sigma')^n t^{n-1} e^{-\sigma' t}}{(n-1)} \frac{\sigma}{\sigma'}\left(1-\frac{\sigma}{\sigma'}\right)^{n-1} = \sigma e^{-\sigma t}$$

astfel că secţiunea efectivă $\sigma' = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$ este corectă.

Secţiunea eficace a efectului Compton φ_3 este strîns dependentă de energie, astfel că valoarea lui σ_3' se calculează în fiecare moment cînd fotonul este luat în consideraţie. Dacă privim ecuaţia (30), vom vedea că:

$$\sigma_3' = \frac{\pi m q}{4 \alpha E}(n \ln 2 + 1/2) \tag{31}$$

Simularea mişcării fotonului se face prin calcularea drumului său liber mijlociu ca $1/(\sigma_2' + \sigma_3')$, în care σ_2' are o valoare constantă $\sigma_2' = 7/9 - 1/(54 \ln 183)(1 + p)$, iar σ_3' este dat de relaţia (31). Avînd simulată mişcarea fotonului pe o distanţă aleatoare corespunzătoare drumului liber mijlociu, se consideră apoi ori generarea de perechi, ori efectul Compton, în acord cu un număr aleatoriu ξ, după cum acesta este mai mic sau mai mare decît $\sigma_2'/(\sigma_2' + \sigma_3')$. În cazul respingerii în cadrul generării de perechi sau a efectului Compton, ne întoarcem la simularea mişcării pe o distanţă mai mare.

Rezultatele obţinute de către Butcher şi Messel în lucrarea /7/ sînt prezenate sub forma a 21 de figuri. Unele din acestea dau probabilitatea de a găsi cel mult n electroni cu energii mai mari decît E într-o cascadă

de un anumit tip specificat ca funcţie de distanţa t măsurată în unităţi radiative. Pentru a se obţine probabilitatea de a găsi exact n electroni la o distanţă t este suficientă citirea intervalului dintre curbele alăturate între care este scris n. Alte figuri dau probabilitatea găsirii a zero electroni cu energii mai mari decît E în cazurile în care $E_0/E = 10$ ca funcţie de distanţă.

Autorii au făcut şi comparaţia între rezultatele pe care le-au obţinut şi cele care se obţin în ipoteza că distribuţia este de o formă simplă cu unul sau doi parametri, calculîndu-se aceşti parametri din valorile exacte ale mediei şi, dacă este necesar, ale celui de al doilea moment. Cele două forme de distribuţie ce ar fi în modul cel mai firesc acceptate sînt distribuţia Poisson, cu funcţia generatoare $e^{m(u-1)}$ şi generalizarea sa — distribuţia binomială cu funcţia generatoare $[(\lambda+um)/(\lambda+m)]^{\lambda}$. (Funcţia generatoare $g(u)$ a unei distribuţii $f(n)$ este definit ca $g(u) = \sum_{n=0}^{\infty} u^n . f(n)$. În cazul în care parametrul λ este negativ distribuţia se numeşte distribuţie Polya).

Rezultatele obţinute în lucrarea /8/ sînt prezentate sub forma a 276 de tabele, fiecare tabel dînd valorile funcţiei de distribuţie, adică a $\Phi_{abs}^{i,1}(E_0, E, n, t)$ de a găsi exact n electroni cu energii mai mari decît E la o adîncime t unităţi de cascadă într-un anumit absorbant (aer şi aluminiu) dintr-o cascadă generată de particula primară $i (i = 1$ pentru electroni şi $i = 2$ pentru fotoni) cu energia E_0. Tabelele dau în plus valorile numărului mediu de particule :

$$N_{abs}^{i,1}(E_0, E, t) = \sum_{n=0}^{\infty} n \, \Phi_{abs}^{i,1}$$

şi valorile varianţei :

$$V_{abs}^{i,1}(E_0, E, t) = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \, \Phi_{abs}^{i,1} - (N_{abs}^{i,1})^2$$

2.4. Metoda simplificată a lui Cioni şi Treves

Cioni şi Treves /12/ au elaborat un program de simulare a cascadelor electrono-fotonice mai simplu decît cele prezentate pînă acum. Principala sa simplificare constă în utilizarea curbelor de transmisie emipirice pentru studiul electronilor de energie mică.

S-a presupus că fotonii interacţionează numai prin difuzie Compton şi generare de perechi. Secţiunea eficace utilizată pentru difuzia Compton este cea dată de formula Klein-Nishina (vezi /19/) :

$$\Sigma_c(K,E) = \frac{\sigma r_0^2}{K}\left[\frac{K}{E} + \frac{E}{K} + \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{K}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{E} - \frac{1}{K}\right)\right]$$

în care energia K a fotonului incident şi E a fotonului difuzat sînt măsurate în mase electronice, iar r_0 este raza clasică a electronului. Pentru

generarea de perechi s-a utilizat secțiunea eficace dată de formula Bethe-Heitler cu corecția lui Bethe :

$$\Sigma_{g\cdot p\cdot}(K, E\pm) = \frac{r_0^2 Z(Z+1)}{137\,K^3}\left\{[E_+^2 - E_-^2]\left[\Phi_1(\delta) - \frac{4}{3}\ln Z\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3}\,E_+\,E_-\left[\Phi_2(\delta) - \frac{4}{3}\ln Z + 4f(z)\left(1 - \frac{3}{K}\right)\right]\right\}$$

în care $E_\pm$ sînt energiile particulelor perechii, K-energia fotonului incident, Z-numărul atomic al absorbantului, $\delta = 136\ K/E_+E_-Z^{1/3}$, iar Φ_1 (δ), Φ_2 (δ) și $f(z)$ sînt funcții definite în /19/.

Fotonii au fost urmăriți numai pînă la o energie de 2MeV, întrucît fotonii cu energii mai mici decît această limită contribuie numai neînsemnat la dezvoltarea cascadei.

Pentru electroni s-a luat în considerație radiația de frînare și pierderile de energie prin ionizare. Radiația de frînare s-a considerat ca un efect continuu pentru emisia de fotoni cu o energie mai mică de 2 MeV,

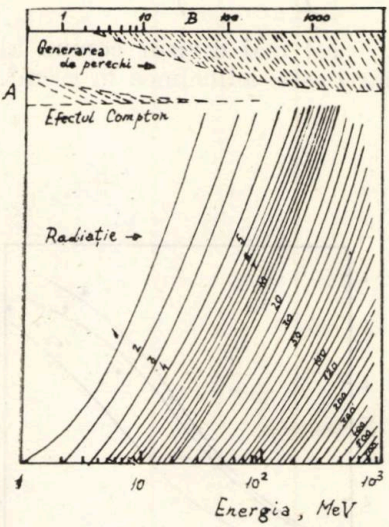


Fig. 1

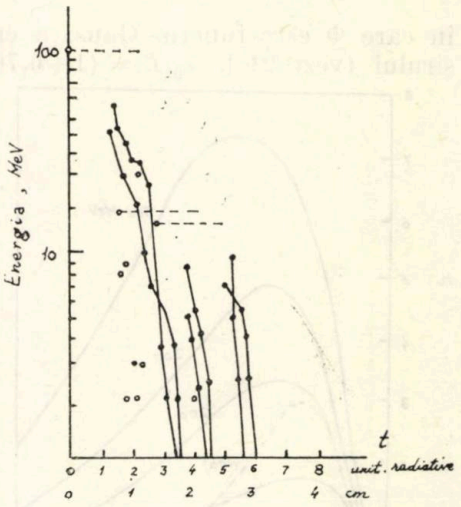


Fig. 2

iar pentru alte energii secțiunea eficace utilizată este cea dată de formula Bethe-Heitler cu corecțiile sugerate de către Koch și Motz /20/ :

$$\Sigma_r(E_0, K) = \frac{4\Phi}{K}\left\{\left[1 + \left(\frac{E}{E_0}\right)^2\right]\left[\frac{1}{4}\,\Phi_1(\delta) - \frac{1}{3}\ln Z - f(z)\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3}\,\frac{E}{E_0}\left[\frac{1}{4}\,\Phi_2(\delta) - \frac{1}{3}\ln Z - f(z)\right]\right\}$$

în care E_0 este energia electronului incident, K-energia fotonului generat, E-energia electronului după interacție, $\Phi = [Z(Z+1)/13]r_0^2$, iar $f(z)=0$ pentru $\delta>0$. Pierderile de energie prin ionizare sînt considerate continui pentru orice energie și sînt introduse sub forma sugerată de către Berger și Seltzer /21/ :

$$\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi N r_0^2 Z}{A}\left\{\ln\left[\frac{\tau^2(\tau+2)}{2I^2}\right] + 0{,}33 - \delta\right\}$$

în care N este numărul lui Avogadro, A și ρ sînt respectiv greutatea atomică și densitatea absorbantului, τ-energia cinetică a electronului, δ—corecția efectului de densitate (vezi /14/), iar I este energia de excitare medie a absorbantului.

La energii mici ($E<30$ MeV) s-au utilizat curbele de transmisie obținute experimental pentru determinarea drumului electronilor. În acest drum s-a neglijat difuzia multiplă. Coeficientul de transmisie utilizat pentru electroni cu energii mici este :

— pentru $E>8$ MeV (vezi /22/) :

$$\eta(E_0, Z, t) = 1 - \Phi\left(5{,}03\frac{t}{L} - 3{,}83\frac{\lambda_0}{L} - 0{,}84\right)$$

în care Φ este funcția Gauss a erorilor, L — cel mai divizor comun al șirului (vezi /21/), $\lambda_0/L = (1+0{,}76Z/E)^{-1}$, iar t este adîncimea în g/cm^2.

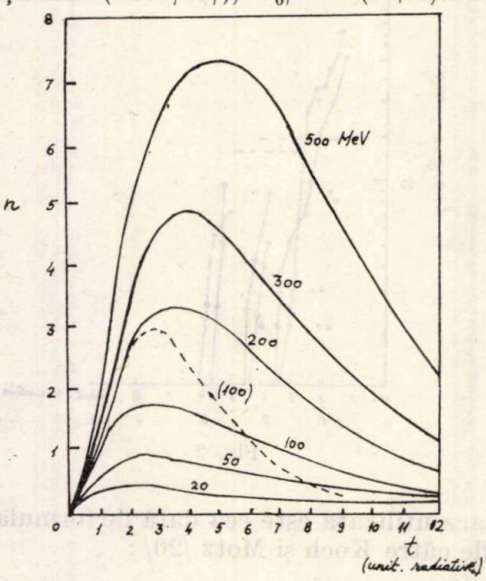


Fig. 3

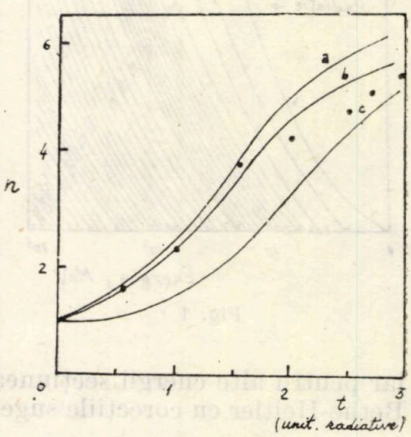


Fig. 4

— pentru $E<8$ MeV : $\eta = 1 - t/R_p$

în care $R_p = L\,(0{,}77+1{,}01\sqrt{Z/E})^{-1}$.

Datele scoase de program sînt pozițiile și energiile particulelor în punctele lor de generare și interacție. Aceste date, care sînt imprimate pe o bandă magnetică, sînt apoi prelucrate statistic la un calculator.

Din punct de vedere teoretic este dificilă estimarea erorii introduse de simplificările programului şi de aceea un control al valabilităţii sale a fost făcut prin compararea rezultatelor obţinute cu alte rezultate şi anume cu rezultatele de Monte Carlo ale lui Nagel /11/, care sînt bine verificate experimental. Au fost simulate 100 de cascade în tungsten de către electroni cu energia $E_0 = 1$ GeV şi s-a comparat numărul mediu de electroni (punctele din fig. 4) cu curbele lui Nagel pentru plumb pentru energiile de cut-off $E = 3$ MeV (curba *a*, fig. 4), $E = 5$ MeV (curba *b*), $E = 7$ MeV (curba *c*). Se observă o concordanţă mai bună de 10 % cu curba corespunzătoare unei energii de cut-off de 5 MeV. Această situaţie se poate interpreta în sensul că utilizarea curbelor de transmisie este echivalentă cu introducerea unui cut-off efectiv de 5 MeV, ceea ce este pe deplin rezonabil întrucît producerea de electroni secundari de către electroni cu o energie mai mică de 30 MeV este neînsemnată.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Ulam, J. von Neumann*, Bull. Am. Math. Soc., 53, 1120 (1947).
2. *Goldhaber M. L.*, Phys. Rev., 74, 1269 (1948).
3. *Chavchanidze V. V.*, Izv. ANUSSR seria fiz., 19, 629 (1955).
4. *Puppi G., De Sabbata V., Manaresi E.*, Nuovo Cim., 9, 726 (1952).
5. *Wilson R. R.*, Phys. Rev., 86, 216 (1952).
6. *Chavchanidze V. V., Shaduri R. S.*, Kumsishvili V. A., J.E.T.F., 34, Nr. 4, 912 (1958).
7. *Butcher J. C., Messel H.*, Phys. Rev., 112, 2096 (1958).
8. *Butcher J. C., Messel H.* Nucl. Phys., 20, 15 (1960).
9. *Messel H., Smirnov A. D., Varfolomeev A. A., Crawford D. F., Butcher J. C.*, Nucl. Phys., 39, 1 (1962).
10. *Crawford D., Messel H.*, Nucl. Phys., 61, 145 (1965).
11. *Nagel H. H.*, Zeits. Phys., 186, 319 (1965).
12. *Cioni G., Treves A.*, Nuovo Cim., 62B, 371 (1969).
13. *Butler J. W.*, Symposium on Monte Carlo Methods, New York 1956, Pag. 249.
14. *B. Rossi*, Ciastiţi bolşih energhiah, Moscova 1955.
15. *H. A. Bethe, W. Heitler*, Proc. Roy. Soc. (London) 146, 84 (1934).
16. *Rossi B., Greisen K.*, Rev. Mod. Phys , 13, 24 (1941).
17. *Wilson R. R.*, Phys. Rev., 84, 100 (1951).
18. *Bernstein I. B.*, Phys. Rev., 80, 993 (1950),.
19. *Heitler W.*, The Quantum Theory of Radiation, Oxford 1954.
20. *Koch H. W., Motz S. M.*, Rev. Mod. Phys., 31, 920 (1959).
21. *Berger M. H., Seltzer S. N.*, N.A.S.A. SP-3012 (1964).
22. *Harder D., Poschel G.*, Phys. Lett., 21B, 519 (1967).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

DIE MINERALISIERENDE WIRKUNG DER FLUORVERBINDUNGEN AUF DIE BINDEMITTELEIGENSCHAFTEN DER PORTLANDZEMENT-KLINKER *

I. TEOREANU, TRAN VAN HUYNH

C.Z.; 66

1. Die Fluorverbindungen beeinflussen die Bildungsprozesse des Klinkers, seine mineralogische Zusammensetzung und Textur in bedeuttendem Masse. Der Mechanismus ihrer Wirkung wurde von uns in früheren Arbeiten untersucht /1—3/ .

2. In der vorliegenden Arbeit wurde der Einfluss der Natron-, Kalium- und Magnesiumfluosilikatzusätze und der Calcium-, Magnesium-Nickel-, Kalium-, Natron- und Lithiumfluoridzusätze auf die mechanischen Eigenschaften der Portlandzemente untersucht. Die Bestimmung der Festigkeiten wurde auf Kühl'schen Kleinproben aus Mörtel (Zement : Kleinprüfungssand = 1 : 3) nach 3, 7 und 28 Tagen Erhärtungsdauer gemacht.

Der Einfluss der Natur und Menge des Zusatzes, im Zusammenhang mit der Brenntemperatur, wurde auf einem Klinker mit $S_K = 0{,}96$, $M_{Si} = 2{,}2$ und $M_{Al} = 2{,}0$ untersucht. Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 1 angegeben. Besonders gute Beeinflussungen der Festigkeitsentwicklung wurden hauptsächlich bei Fluosilikatzusätzen festgestellt. Man erhält optimale Werte für Zusätze von 0,3 % Na_2SiF_6, beziehungsweise 0,5 % K_2SiF_6 oder $MgSiF_6$. Für gleiche Brenntemperaturen kann man eine Steigerung der 28-Tage-Druckfestigkeiten bis zu 50 % feststellen. Die Zugfestigkeiten werden in nochgrösserem Masse beeinflusst. Ebenfalls kann man grössere Anfangsfestigkeiten als bei den aus nichtmineralisierten Klinkern erhaltenen Zementen feststellen. Bemerkenswert ist die Tatsache dass für Klinker mit einem optimalen Zusatz von $MgSiF_6$, welche bei 1350°C gebrannt wurden, die gleichen Ergebnisse erzielt wurden als für nichtmineralisierte, bei 1450°C gebrannte Klinker, mit allen Folgerungen die aus dieser Feststellung gezogen werden können (die Zugfestigkeiten sind sogar besser). Es besteht ein vollkommener Parallelismus zwischen der Entwicklung der mechanischen Festigkeiten und dem Gehalt an Tricalciumsilikat der Klinker — Tabelle 1.

---

* Manuscript am 8 Iuli 1972 eingegangen

Tabelle 1

Probennummer	Mineralisator	Zusatz (%)	Brenntemperatur (°C)	Prozentuelle Silikatmenge in der kristallisierten Masse		Mechanische Festigkeiten (daN/cm²)					
						Druck			Zug		
				$3CaO \cdot SiO_2$	$2CaO \cdot SiO_2$	3 Tage	7 Tage	28 Tage	3 Tage	7 Tage	28 Tage
1	Ohne	—	1350	43,2	28,9	216	233	300	16,4	19,2	20,8
2	Zusatz	—	1400	53,0	19,4	232	252	389	17,4	19,6	23,0
3		—	1450	61,0	14,0	272	334	458	20,4	27,2	31,2
4	Na_2SiF_6	0,3	1350	58,6	14,2	273	308	387	20,4	28,4	34,0
5		0,5	1350	57,2	14,3	270	300	378	20,0	28,0	29,0
6		1,0	1350	56,4	14,8	213	290	370	18,4	22,4	28,4
7		1,5	1350	53,0	17,0	184	281	368	17,0	20,2	27,2
8	Na_2SiF_6	0,3	1400	65,0	7,0	306	379	458	21,8	29,0	36,0
9		0,5	1400	64,5	7,2	296	378	424	20,0	28,8	35,0
10		1,0	1400	63,7	7,8	277	366	418	19,0	27,4	32,4
11		1,5	1400	63,1	7,5	252	294	410	18,8	24,6	30,0
12	Na_2SiF_6	0,3	1450	70,0	5,0	412	504	586	30,1	36,2	39,0
13		0,5	1450	68,5	6,4	359	383	498	26,4	28,6	34,6
14		1,0	1450	67,8	6,8	302	361	464	20,4	27,8	31,3
15		1,5	1450	66,3	7,0	288	336	459	20,4	27,2	30,0
16	K_2SiF_6	0,3	1350	45,2	28,0	259	302	375	17,6	27,4	29,4
17		0,5	1350	54,2	19,8	266	304	376	20,7	28,6	30,0
18		1,0	1350	45,0	30,0	235	300	344	20,2	24,0	26,2
19		1,5	1350	43,8	30,0	232	291	342	20,0	23,0	26,0
20	K_2SiF_6	0,3	1400	62,0	11,2	292	365	422	18,8	28,6	29,6
21		0,5	1400	64,0	10,6	306	374	456	20,9	29,2	34,4
22		1,0	1400	62,1	12,0	300	368	440	20,2	27,0	30,0
23		1,5	1400	62,0	12,0	284	304	404	19,0	26,0	29,8
24	K_2SiF_6	0,3	1450	63,0	10,7	348	364	488	26,0	28,8	34,4
25		0,5	1450	67,3	7,0	406	476	528	28,8	31,2	36,4
26		1,0	1450	61,0	13,1	301	372	471	26,0	27,8	31,0
27		1,5	1450	48,7	24,0	260	279	366	20,0	25,2	28,0
28	$MgSiF_6$	0,3	1350	60,0	14,0	275	340	430	26,0	31,2	33,8
29		0,5	1350	60,6	13,9	279	350	458	30,0	38,0	39,2
30		1,0	1350	59,0	14,6	240	342	436	28,6	36,0	38,4
31		1,5	1350	58,0	15,0	234	336	430	28,4	30,8	37,4
32	$MgSiF_6$	0,3	1400	65,0	9,8	360	400	480	33,2	35,8	39,0
33		0,5	1400	65,3	9,3	410	440	520	36,0	39,0	40,0
34		1,0	1400	64,0	9,7	388	408	512	31,6	34,5	36,0
35		1,5	1400	63,6	11,3	350	402	502	30,6	34,0	35,6
36	$MgSiF_6$	0,3	1450	68,6	6,2	415	498	590	34,4	39,0	39,5
37		0,5	1450	69,5	5,7	426	508	605	37,8	39,4	41,2
38		1,0	1450	67,0	8,5	418	504	586	32,4	34,8	36,8
39		1,5	1450	66,2	9,0	411	458	582	32,0	34,6	36,0
40*	LiF	0,2482	1450	—	—	285	360	470	22,4	27,0	31,4
41	NaF	0,4021	1450	—	—	280	342	460	20,0	24,0	30,0
42	KF	0,5562	1450	—	—	275	336	450	19,0	21,0	29,0
43	MgF_2	0,2982	1450	—	—	354	405	495	24,5	26,8	36,6
44	CaF_2	0,4630	1450	—	—	344	390	476	23,5	25,4	34,8
45	NiF_2	0,3738	1450	—	—	347	396	480	24,0	26,0	35,0

* Im Falle der Fluoride wurde eine konstante Menge Fluor (0,182%) zugesetzt.

Die in der Arbeit /2/ hervorgehobene Beziehung zwischen der Natur der Kationenkonstituenten der Zusätze und ihrer mineralisierenden Wirkung wird auch dieses Mal bestätigt.

Von besonderem Interesse ist die Tatsache dass die mit Fluosilikat mineralisierten Klinker Lagerungsbeständigkeit aufweisen. Der aus nichtmineralisiertem Klinker erhaltene und vor der Verwendung acht Monate lang gelagerte Zement hatte bei allen Prüfterminen deutliche Festigkeitsabfälle — Tabelle 2; wie aus dem Diffraktogramm — Abb. 1a — hervorgeht, konnte eine teilweise Zersetzung des Tricalciumsilikates unter Bildung von freiem Kalk und Dicalciumsilikat und eine teilweise Umwandlung von $\beta-2CaO.SiO_2$ in $\gamma-2CaO.SiO_2$ festgestellt werden. Die mit Zusätzen von 0,3% Na_2SiF_6, 0,5% K_2SiF_6 oder 0,5% $MgSiF_6$, bei 1450°C gebrannten Klinker ergeben, nach acht Monaten Lagerungsdauer, Zemente welche keine Festigkeitsabfälle aufweisen—Tabelle 2; in diesem Fall wurden keine wesentlichen Anderungen in der mineralogischen Zusammensetzung (Abb. 1) und Textur des Klinkers festgestellt, auch die teilweise Hydratation führte nicht zu einer Verschlechterung der mechanischen Festigkeiten (diese Tatsache führt uns zu der Annahme dass die in der Fachliteratur verbreitete Idee über die anregende Wirkung kleiner Mengen Hydratationsprodukte, denen die Rolle von Kristallisationskeimen zugeschrieben wird, in Betracht gezogen werden könnte).

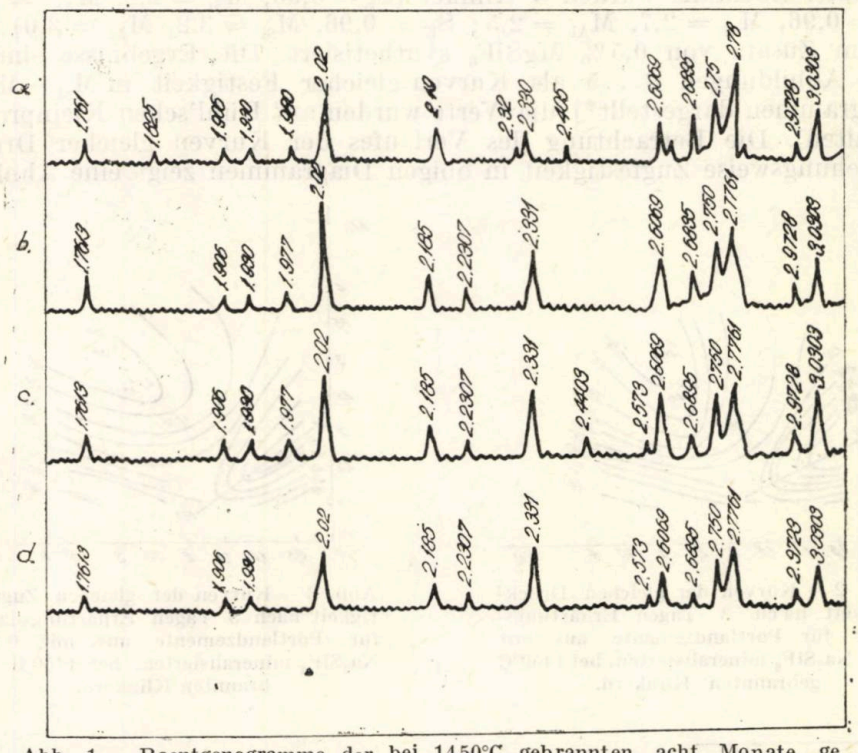


Abb. 1. — Roentgenogramme der bei 1450°C gebrannten, acht Monate gelagerten Klinker: a — ohne Zusatz; b — mit 0,3% Na_2SiF_6; c — mit 0,5% $MgSiF_6$; d — mit 0,5% K_2SiF_6.

Tabelle 2

Natur des Klinkers	Mineralisator (%)	Zusatz (%)	Brenntemperatur (°C)	Mechanische Festigkeit (daN/cm²)					
				Druck			Zug		
				3 Tage	7 Tage	28 Tage	3 Tage	7 Tage	28 Tage
nichtgelagert	—	—	1450	272	334	458	20,4	27,2	31,2
gelagert				240	300	410	16,4	22,8	26,2
nichtgelagert	Na_2SiF_6	0,3	1450	412	504	586	30,1	36,2	39,0
gelagert				420	506	590	30,5	36,6	39,4
nichtgelagert	K_2SiF_6	0,5	1450	406	476	528	28,8	31,2	36,4
gelagert				410	486	530	29,0	31,0	36,4
nichtgelagert				426	508	605	37,8	39,4	41,2
elagert	$MgSiF_6$	0,5	1450	430	510	605	38,2	39,6	40,6

Die Beziehung zwischen der Klinkerzusammensetzung und der mineralisierenden Wirkung der Zusätze wurde auf 33 Klinkern mit $S_K = 0{,}96$ für M_{Si}-Werte von 1,1 bis 3,4 und M_{Al}—Werte zwischen 0,5 und 3,5, welche bei 1400°C in Gegenwart von 0,3 % Na_2SiF_6 gebrannt wurden, geprüft. Ebenfalls wurden 3 Klinker ($S_K = 0{,}96$, $M_{Si} = 2{,}2$, $M_{Al} = 2{,}0$; $S_K = 0{,}96$, $M_{Si} = 2{,}7$, $M_{Al} = 2{,}5$; $S_K = 0{,}96$, $M_{Si} = 3{,}2$, $M_{Al} = 3{,}0$) mit einem Zusatz von 0,5 % $MgSiF_6$ synthetisiert. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 2...5 als Kurven gleicher Festigkeit in $M_{Si} - M_{Al}$—Diagrammen dargestellt*) (die Werte wurden auf Kühl'schen Kleinproben erhalten). Die Betrachtung des Verlaufes der Kurven gleicher Druck- beziehungsweise Zugfestigkeit in obigen Diagrammen zeigt eine Ahnlich-

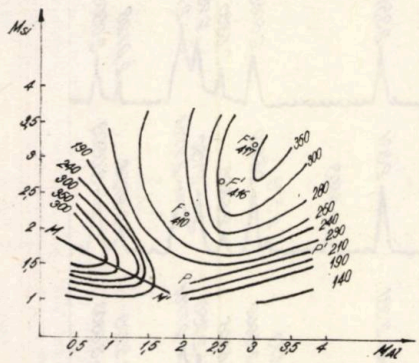


Abb. 2 — Kurven der gleichen Druckestigkeit nach 3 Tagen Erhärtungsdauer für Portlandzemente aus mit 0,3 % Na_2SiF_6 mineralisierten, bei 1450°C gebrannten Klinkern.

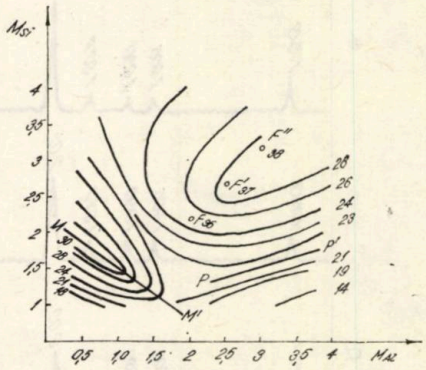


Abb. 3 — Kurven der gleichen Zugfestigkeit nach 3 Tagen Erhärtungsdauer für Portlandzemente aus, mit 0,3 % Na_2SiF_6 mineralisierten, bei 1450°C gebrannten Klinkern.

* Die, für die mit $MgSiF_6$ mineralisierten Massen erhaltenen Ergebnisse wurden in den Diagrammen durch die Punkte F, F' und F'' figuriert

keit mit dem Verhalten der aus nichtmineralisierten Klinkern erhaltenen Zementen /4/ (die Begründung dieses Verhaltens ist dieselbe die in Arbeit /4/ für aus nichtmineralisierten Klinkern erhaltenen Zementen gegeben wurde), das Relief der Kurven im Feld der Normalportlandzemente unterscheidet sich von demjenigen der Kurven aus dem Gebiet der Ferroport-

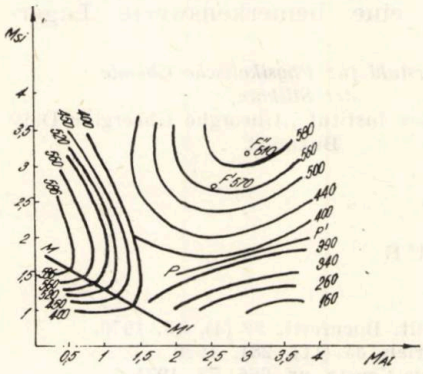


Abb. 4 — Kurven der gleichen Druckfestigkeit nach 28 Tagen Erhärtungsdauer für Portlandzemente aus, mit 0,3 % Na_2SiF_6 mineralisierten, bei 1450°C gebrannten Klinkern.

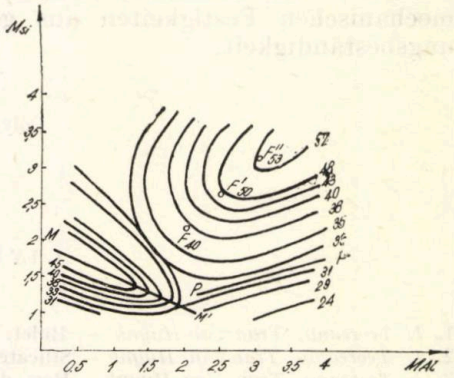


Abb. 5 — Kurven der gleichen Zugfestigkeit nach 28 Tagen Erhärtungsdauer für Portlandzemente aus, mit 0,3 % Na_2SiF_6 mineralisierten, bei 1450°C gebrannten Klinkern.

landzemente. Unter dem Einfluss der Mineralisatoren erleiden die Kurven eine gewisse Verschiebung; für die gleichen Werte der Si- und Al-Module werden grössere Werte der mechanischen Festigkeiten als im Falle der Zemente aus nichtmineralisierten Klinkern erhalten. Die Gerade $\overline{PP'}$ drückt die Beziehung zwischen M_{Si} und M_{Al} für Normalportlandzemente, welcher gleiche mechanische Festigkeiten entsprechen, aus (für $\tilde{S}_K =$ = konstant); die Gerade $\overline{MM'}$ hat die gleiche Bedeutung für das Gebiet der Ferroportlandzemente.

3. Die Betrachtung der Versuchsergebnisse erlaubt folgende Schlussfolgerungen:

— Die Fluosilikate haben eine bedeutendere mineralisierende Wirkung als die entsprechenden Fluoride.

— Die Beziehung zwischen der mineralisierenden Wirkung — welche durch die mechanischen Festigkeiten ausgedrückt wurde — und der Stelle der Kationenkonstituenten der Mineralisatoren im periodischen System der Elemente, bestätigt noch einmal die diesbezüglich in einer früheren Arbeit /2/ festgelegten Schlussfolgerungen.

— Die mechanischen Festigkeiten der Zemente zeigen eine klare Parallelität mit dem Alitgehalt der Klinker aus denen sie erhalten wurden.

— Der Zusatz von Mineralisatoren führt entweder zu einer Senkung der Brenntemperaturen bei gleichbleibenden mechanischen Eigenschaften der erhaltenen Klinker, oder, bei gleichbleibenden Brenntemperaturen, zu grösseren mechanischen Festigkeiten; im letzteren Falle wirkt der Zusatz von Mineralisatoren besonders auf die Zugfestigkeit.

— Die Beziehung zwischen der Zusammensetzung und der mechanischen Festigkeit der Zemente die aus mineralisierten Klinkern erhalten wurden, ergibt Kurven gleicher Festigkeit mit einem ähnlichen Relief wie diejenigen der aus nichtmineralisierten Klinkern erhaltenen Zemente.

— Zemente die aus mit Magnesium-, Natron- oder Kaliumfluosilikat mineralisierten Klinkern erhalten wurden zeigen, vom Standpunkt der mechanischen Festigkeiten aus gesehen, eine bemerkenswerte Lagerungsbeständigkeit.

Lehrstuhl für Physikalische Chemie der Silikate
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATUR

1. *I. Teoreanu, Tran Van Huynh* — Bulet. Inst. Polit. Bucureşti, *22* (4), 45, 1970.
2. *I. Teoreanu, TranVan Huynh* — Silicates Industriels *35* (11), 281, 1970.
3. *I. Teoreanu, Tran Van Huynh* — Rev. des Mat. de Constr. nr. 666, 73, 1971.
4. *S. Solacolu* — Chimia Fizică a Silicaţilor Tehnici, Ed. Tehn. Bucureşti 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

C.Z.: 667.6

STUDIU PRIVITOR LA EFICIENȚA EXTINDERII NOȚIUNILOR DE „CONCENTRAȚIE VOLUMETRICĂ" ȘI „CONCENTRAȚIE VOLUMETRICĂ CRITICĂ" ÎN PIGMENT, LA CERNELURILE DE TIPAR*

TH. BĂDESCU, C. KONRAD

I. Elementele studiului

Noțiunile de concentrație volumetrică în pigment (*C.V.P.*) și concentrație volumetrică critică în pigment (*C.V.C.P.*) au fost relativ de curînd introduse în domeniul vopselelor, în locul concentrației gravimetrice, ele dînd o explicație mai satisfăcătoare fenomenelor legate de proprietățile peliculelor uscate.

C.V.P. exprimă procentual volumul pe care îl ocupă componenții pulverulenți într-o peliculă uscată:

$$C.V.P. = \frac{V_p}{V_p + V_1} 100 \qquad (1)$$

în care, V_p este volumul componenților pulverulenți (pigmenți și materiale de umplutură);

V_1 — volumul lianților, inclusiv sicativii și adjuvanții organici nevolatili.

C.V.C.P. se definește ca fiind concentrația volumetrică în pigment, la care un sistem pigment — liant manifestă modificări substanțiale, în aparență și comportare. Urmărindu-se o proprietate în funcție de concentrația în pigment, această proprietate prezintă valori crescătoare pînă la o anumită concentrație, critică, după care ea se modifică mai mult sau mai puțin brusc, valorile respective ale proprietăților scăzînd sau prezentînd o tendință de stabilizare [1, 2]. Pe de altă parte, valoarea concentrației critice în pigment este o valoare dinamică, variind în timp, în funcție de fenomenele de maturizare a sistemelor pigment-liant, datorită reactivității pigmentului sau liantului, sau, datorită unor fenomene fizice care au loc la interfața pigment-liant. În general, la aceste sisteme au loc modificări ale echilibrului de adsorbție, și deci, ale echilibrului de aglomerare, natura și concentrația substanțelor tensioactive prezente influ-

* Manuscris predat redacției la data de 21 martie 1972.

ențînd valoarea maximă a *C.V.C.P.*, care poate fi atinsă într-un sistem pigment-liant.

Plecînd de la faptul că cernelurile de tipar sînt sisteme disperse, este necesar ca și în cazul acestor produse industriale, la fel ca în cazul vopselelor, aprecierile date comportării cernelurilor la utilizare, precum și după stabilizarea proprietăților peliculelor, să țină seama de legătura dintre valorile obținute pentru *C.V.P.* și *C.V.C.P.*

Pentru a propune extinderea noțiunilor de mai sus la cerneluri, autorii au pornit de la constatarea că, dacă se separă fenomenele care determină calitatea cernelurilor, adică transferul cernelii de pe forma de imprimare pe hîrtie și realizarea unei densități optice suficiente pe imprimate, curbele reprezentative ale acestor fenomene prezintă o alură în care se remarcă existența unor valori maxime, specifice unor situații în care proprietățile fizice respective obțin sensuri noi. Astfel, încît, considerate în mod separat, aceste maxime corespund, fiecare, cîte unei valori critice ale concentrației în pigment.

Atingerea unei densități optice satisfăcătoare pe imprimate, care caracterizează de asemenea capacitatea de tipărire a cernelurilor (imprimabilitatea) [3] se poate realiza, pentru unul și același pigment, prin creșterea grosimii stratului de cerneală — deci favorizînd transferul (fapt care se realizează în practică prin reducerea vîscozității cernelii) sau mărind concentrația în pigment a cernelii (care conduce la micșorarea fluidității cernelii și defavorizează, deci, transferul). În caracterizarea sistemelor disperse pe baza concentrației volumetrice în pigment un rol important îl joacă, de asemenea, dimensiunile particulelor. Natura pigmentului are un rol determinant în manifestarea fenomenelor de mai sus.

Pentru a lega transferul cernelii de densitatea optică a imprimatelor am apelat la ecuațiile de transfer tipice, căutînd elementele care să ofere posibilitatea de a fi determinate, în afara calculului, pe calea unor măsurători fizice:

$$y = (1 - e^{-kx}) \{b(1 - e^{-\frac{x}{b}}) + f[x - b(1 - e^{-\frac{x}{b}})]\} \tag{2}$$

$$y = b + f(x - b) \tag{3}$$

În ecuația de transfer (2) a lui A. C. Zettlemoyer ([4, 5], aplicabilă pentru valori mici ale stratului de cerneală (inferioare celor corespunzătoare saturării porilor hîrtiei), valorile parametrilor b (cantitatea de cerneală imobilizată în interiorul hîrtiei) și f (factorul de separație) se pot obține apelînd la ecuația simplificată (3), aplicabilă la valori ale stratului de cerneală superioare înegririi critice a formei, adică a cantității minime x de cerneală depusă pe forma de imprimare, corespunzătoare unei cantități y transferate, care să asigure saturarea porilor hîrtiei. Creșterea cantității de cerneală transferată, deasupra valorii corespunzătoare saturării cu cerneală a porilor hîrtiei precum și acoperirii neregularităților superficiale ale hîrtiei, va conduce la o creștere nesemnificativă a densității optice a imprimatului, cantitatea de cerneală de saturație corespunzînd punctului de inflexiune al curbei de densitate optică.

Utilizînd presele în miniatură şi măsurînd diversele cantităţi x şi y de cerneală, după substituirea în ecuaţia (3) a două perechi de valori determinate experimental (la valori mari ale lui x) şi rezolvînd cele două ecuaţii, se pot calcula valorile lui b şi f. Introducînd în ecuaţia (2) o pereche de valori pentru x şi y, de asemenea determinate experimental (la valori mici ale lui x, inferioare înegririi critice), precum şi valorile obţinute pentru parametrii b şi f, se poate afla şi valoareă constantei k. Acest parametru este singurul care se poate obţine şi pe calea unei măsurători fizice, în mod indirect, determinîndu-se fotometric gradul de negru S al tiparelor uscate (densitatea optică). Aceasta va fi maximă la valoarea cantităţii de cerneală de saturaţie, cunoscînd că această valoare particulară a lui y (indicele de transfer, I), corespunzătoare punctului de inflexiune al curbei de densitate optică, este $I = \frac{1}{k}$ [5].

Rezultă, în mod evident, că valoarea maximă a inversului cantităţii de cerneală de saturaţie k_{max} atunci cînd se compară mai multe cerneluri cu concentraţii în pigment diferite, va corespunde concentraţiei volumetrice critice în pigment, iar pentru aprecierea în ansamblu a capacităţii de tipărire a cernelii valorile obţinute trebuie corelate cu cele corespunzătoare pentru transfer.

II. Rezultatele experimentale — concluzii

Deoarece valoarea concentraţiei volumetrice în pigment corespunzătoare lui k_{max} (pentru mai multe cerneluri) constituie *C.V.C.P.* determinată în mod empiric, se poate afla raportul optim pigment — liant, care indică o bună capacitate de imprimare a cernelii de tipar.

În acest sens, pentru studiul transferului în corelaţie cu densitatea optică ă imprimatelor, obţinute cu cerneluri la concentraţii volumetrice în pigment diferite, s-a ales o cerneală polidispersă pentru tiparul înalt, în vederea studierii posibilităţilor de înlocuire a cernelurilor monodisperse pe bază de ulei de in polimerizat. Plecînd de la reţeta de bază au

Tabel 1

Componenţii \ Reţeta	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Negru de fum	16,0	15,35	14,75	14,52	13,99	16,62	17,26	17,89	12,23
Reflexblau RB	6,5	6,25	5,99	5,48	6,76	7,01	7,01	7,26	4,07
Albastru de fier	3,0	2,88	2,76	2,63	2,53	3,12	3,23	3,35	2,30
Sicativ Co-extr.	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
Motorină	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0
Liant	66,0	67,0	68,0	69,0	70,0	65,0	64,0	63,0	72,0

fost preparate o serie de cerneluri (tabel 1) la care s-a variat raportul pigment-liant din aproape în aproape, menţinîndu-se liantul şi păstrînsu-se proporţia dintre componenţii pulverulenţi.

Cu ajutorul presei-miniatură Fogra a fost stabilită capacitatea de transfer pe hîrtie cretată etalon a cernelurilor obţinute, în urma trasării curbelor de repartiţie $V = f(x)$ ale celor nouă cerneluri, dintre care, în

fig. 1 sînt prezentate cele mai caracteristice. Datorită utilizării aceluiași sortiment de hîrtie, valoarea parametrilor f și b nu prezintă interes. Condițiile de lucru la aparat au fost: presiune = 35 kgf/cm, viteza = = 1 m/s, temperatura = 23°C.

Curbele de densitate optică a imprimatelor $S = f(y)$, obținute la

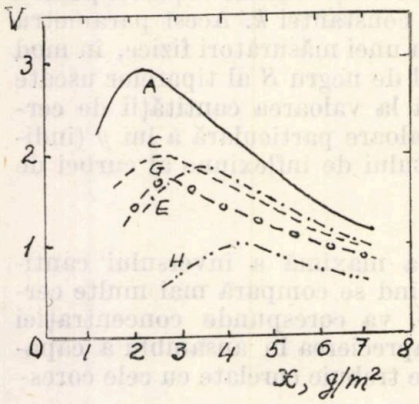


Fig. 1

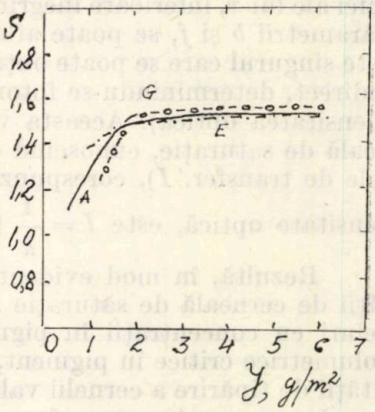


Fig. 2

cernelizări succesive ale rolei (formei) aparatului Fogra sînt prezentate, pentru unele din cernelurile de mai sus, în fig. 2.

În sfîrșit, tabelul 2 prezintă datele centralizate asupra determinărilor,

Tabel 2

Rețeta / Valoarea	A	B	C	D	E	F	G	H	I
V_{max}	2,95	2,08	1,99	1,91	1,81	1,97	1,73	1,03	1,63
$I(g/m^2)$	1,58	1,77	1,77	2,10	2,12	1,85	1,70	2,18	2,13
S_{max}	1,49	1,48	1,50	1,50	1,48	1,52	1,54	1,48	1,48
k	0,63	0,56	0,56	0,48	0,48	0,54	0,59	0,46	0,47
$C.V.P.$ (%)	25,11	24,18	23,15	26,12	21,18	26,10	27,09	28,07	19,21

din care se pot obține concluzii asupra alegerii celei mai corespunzătoare rețete dintre cele prezentate.

Analizînd valorile din tabelul 2, se pot trage succesiv următoarele concluzii:

1. Cifra de repartizare (V_{max}) cea mai ridicată dintre cele nouă cerneluri de mai sus (care indică un transfer maxim, la valori ridicate pentru y sau valori scăzute pentru x) corespunde cernelii cu formularea A (2,95), deși aceasta nu prezintă în compoziție un procent deosebit de ridicat de vehicul (66 %) față de alte cerneluri: aceasta confirmă faptul că, în cazul utilizării negrului de fum în sistemele disperse, interacțiunea pigment-liant este mai complexă decît cea manifestată prin simpla însumare a jonctiunilor pigmentului cu mediul de dispersie. Din datele de mai sus rezultă că cerneala A va asigura o saturație corespunzătoare pe imprimate, la un consum minim.

2. Intrucît valori mici ale cantității cernelii de saturație corespunzătoare unei înegriri optime a imprimatului dau valori ridicate pentru constanta k, rezultă că cerneala cu formularea A prezintă și din acest punct de vedere cea mai bună imprimabilitate.

Această cerneală corespunde unei *C.V.P.* de 25,11%.

3. Deoarece, dintre valorile *C.V.P.* obținute pentru cernelurile studiate (cuprinse între 19,21% și 28,07%) valoarea de 25,11% este cea care corespunde unei capacități de imprimare optime, atît din punctul de vedere al transferului cît și al densității optice, această valoare poate fi considerată ca fiind *C.V.C.P.* pentru formulările de cerneluri studiate. În afara valorilor capacității de imprimare optime ale fiecărei cerneli în parte, proprietățile respective ale cernelii obțin un sens modificat: în cazul de față, scăderea mai mult sau mai puțin bruscă a transferului după saturarea porilor hîrtiei cu cerneală, și începutul stabilizării proprietăților optice ale cernelii, odată cu obținerea unei pelicule cu o densitate optică suficientă, care să asigure uniformitatea imprimării.

4. Proprietățile optice ale peliculelor uscate depinzînd atît de grosimea stratului de cerneală (modul de realizare a transferului) cît și de raportul pigment-liant în situația în care pelicula este stabilizată din punct de vedere fizico-chimic, pentru aprecierea legăturii dintreaceste proprietăți și calitățile cernelii de tipar este necesară luarea în considerație a concentrației volumetrice în pigment, concentrația gravimetrică oferind date insuficiente pentru această apreciere.

5. Aplicarea metodei preconizate, la formularea noilor sortimente de cerneluri cu concentrații ridicate în pigment, poate contribui la îmbunătățirea calității cernelurilor de tipar și poate fi de un real folos economic, prin stabilirea justă a raportului pigment-liant și prin aprecierea consumului optim de cerneală la utilizare.

În cazul în care compararea valorilor transferului și densității optice nu conduce la observarea unei concordanțe reciproce (datorită experimentării unui număr insuficient de rețete sau încadrării lor în afara limitelor în care are loc variația bruscă a valorilor de mai sus), va fi necesar, în practică, să se aleagă formularea cea mai potrivită, conform necesității, în urma comparării valorilor V_{max}, k și *C.V.P.*, din punctul de vedere al tehnologiei de tipărire, a calităților optice ale imprimatului obținut și a eficienței economice a aplicării rețetei alese.

Catedra de tehnologia substanțelor anorganice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Flamm*, A., Peintures, pigments, vernis, 6 (1962).
2. *Metz*, *R.*, Buletin tehnico-științific., LCCLC, 2, 16 (1964)
3. *Bădescu*, *Th.*, Materiale poligrafice, Ed. did. și ped., Buc., 1967, pag. 507–509.
4. *Talis*, *F.*, Celuloză și hîrtie, 2 (1965)
5. *Hölszky*, *B.*, Relațiile dintre cerneală și hîrtie în procesul de imprimare, LCCLC-M. I. Ch., Buc., 1967, pag. 30–31.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

UTILAJ CHIMIC

C.Z. : 66

CONTRIBUȚII LA APRECIEREA CONCENTRĂRII DE EFORTURI UNITARE LA REZERVOARELE CILINDRICE *

RADU I. IATAN

1. Generalități

Rezervoarele cilindrice verticale au o largă utilizare pentru echiparea depozitelor de substanțe lichide. Utilizarea judicioasă a materialelor de construcție impune ca pe măsură ce poziția tronsonului cilindric este mai îndepărtată de bază, acesta să fie realizat din tablă cu grosime mai mică.

Problema ce se pune este cea a caracterizării cantitative a stării de eforturi unitare în acele zone în care se manifestă concentrări. În cele ce urmează se prezintă o nouă metodă de calcul care, spre deosebire de cea cunoscută din literatura de specialitate, ține seamă de influența simultană a greutății mantalei rezervorului și a presiunii hidrostatice exercitate de lichidul depozitat.

Considerîndu-se un element dintr-un rezervor cilindric (fig. 1), în cazul încărcării axial-simetrice, se obține în urma calculelor ecuația diferențială a deplasărilor radiale [1]:

$$\frac{d^4 w_j}{dx^4} + 4k_j^4 w_j = -\frac{p_{h,x}}{D_j} + \frac{\mu S_j}{D_j R} \cdot \quad (1)$$

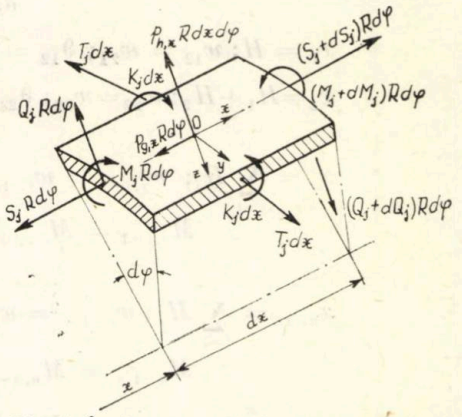


Fig. 1. Încărcarea unui element dintr-un rezervor cilindric.

În cele ce urmează, aprecierea concentrării de eforturi unitare se face în două ipoteze de calcul.

* Manuscris predat redacției la data de 3 aprilie 1972

2. Evaluarea concentrării de eforturi unitare fără luarea în considerație a greutății proprii a mantalei rezervorului

În acest caz efortul S_j fiind nul, ecuația diferențială (1) devine:

$$\frac{d^4 w_j}{dx^4} + 4k_j^4 w_j = -\frac{p_{h,x}}{D_j}, \tag{2}$$

a cărei soluție, cu luarea în considerație a presiunii lichidului într-o secțiune de cotă x a rezervorului, măsurată de la baza acestuia

$$p_{h,x} = \rho_l g \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right) - x \right], \tag{3}$$

este:

$$w_j = w_{jo} - \frac{\rho_l g}{4k_j^4 D_j} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right) - x \right], \tag{4}$$

unde

$$w_{jo} = (C_{1j} \sin k_j x + C_{2j} \cos k_j x)\, e^{-k_j x} + (C_{3j} \sin k_j x + C_{4j} \cos k_j x)\, e^{k_j x}. \tag{5}$$

Constantele $C_{1,\ldots 4,j}$ avînd valori diferite pentru fiecare tronson în parte *, se determină luîndu-se în considerație condițiile la limită și de continuitate

$$\left.\begin{aligned}
&x_0 = 0;\ w_0 = 0;\ \vartheta_0 = \frac{dw_0}{dx} = 0^{**};\\
&x_1 = H;\ w_{12} = w_{21};\ \vartheta_{12} = \vartheta_{21};\ M_{12} = M_{21};\ Q_{12} = Q_{21};\\
&x_2 = H_1 + H_2;\ w_{23} = w_{32};\ \vartheta_{23} = \vartheta_{32};\ M_{23} = M_{32};\ Q_{23} = Q_{32};\\
&\vdots\\
&x_j = \sum_{i=1}^{j} H_i;\ w_{j,j+1} = w_{j+1,j};\ \vartheta_{j,j+1} = \vartheta_{j+1,j};\\
&\qquad M_{j,j+1} = M_{j+1,j};\ Q_{j,j+1} = Q_{j+1,j};\\
&\vdots\\
&x_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} H_i;\ w_{n-1,n} = w_{n,n-1};\ \vartheta_{n-1,n} = \vartheta_{n,n-1};\\
&\qquad M_{n-1,n} = M_{n,n-1};\ Q_{n-1,n} = Q_{n,n-1};\\
&x_n = \sum_{i=1}^{n} H_i;\ M_n = 0;\ Q_n = 0^{***}.
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

* Datorită utilizării tronsoanelor de grosimi diferite

** Se consideră că tronsonul de bază este încastrat rigid.

*** Condițiile sînt valabile pentru rezervoarele fără capac sau cu capac plutitor.

Rezultă în total 4 n ecuații, prin a căror rezolvare se obțin valorile constantelor $C_1 \ldots {}_{4,j}$, caracteristice fiecărui tronson al rezervorului, acest lucru fiind necesar, în special, pentru aprecierea concentrării de eforturi unitare în zona de trecere dintre tronsoane.

În lucrarea de față făcîndu-se o evaluare a concetrării de eforturi unitare la baza rezervoarelor cilindrice (fig. 2) și considerîndu-se numai partea ondulator amortizată a deplasării radiale [2], se obține :

$$C_{11} = \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - \frac{1}{k_1}\right];$$

$$C_{21} = \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1}\sum_{i=1}^{n} H_i, \qquad (7)$$

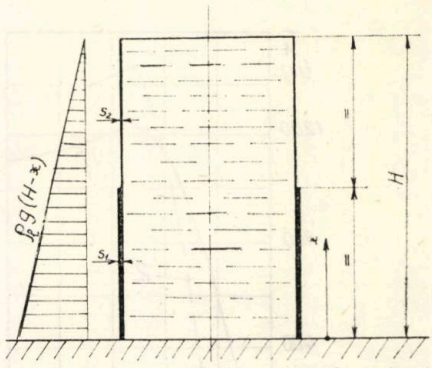


Fig. 2. Rezervor cilindric vertical, cu fund plan, executat din două tronsoane de grosimi diferite ale tablei de execuție.

și, în continuare ,

$$\left.\begin{aligned}
w_1 &= \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1} e^{-k_1 x}\left\{\left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - \frac{1}{k_1}\right]\sin k_1 x + \left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right)\cos k_1 x\right\} - \\
&\quad - \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - x\right]; \\
\theta_1 &= -\frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1} e^{-k_1 x}\left\{\left[2k_1\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - 1\right]\sin k_1 x + \cos k_1 x\right\} + \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1}; \\
M_1 &= -D_1\frac{d^2 w_1}{dx^2} = -\frac{\rho_l g}{2k_1^3} e^{-k_1 x}\left\{k_1\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right)\sin k_1 x - \right. \\
&\quad \left. - \left[k_1\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - 1\right]\cos k_1 x\right\}; \\
K_1 &= \mu M_1; \\
Q_1 &= \frac{dM_1}{dx} = \frac{\rho_l g}{2k_1^2} e^{-k_1 x}\left\{\sin k_1 x - \left[2k_1\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - 1\right]\cos k_1 x\right\}.
\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Dacă se reprezintă grafic variația valorii efortului inelar T_1, conform relației [1]:

$$T_1 = -\frac{E s_1}{R} w_1, \qquad (9)$$

și a momentului încovoietor meridional M_1 [v. relațiile (8)], se obțin

curbe de forma celor din figurile 3 și 4. Graficul din fig. 4 ne arată că momentul încovoietor meridional are valoare maximă în încastrare, scăzînd repede pe măsura îndepărtării de fundul rezervorului. Efortul

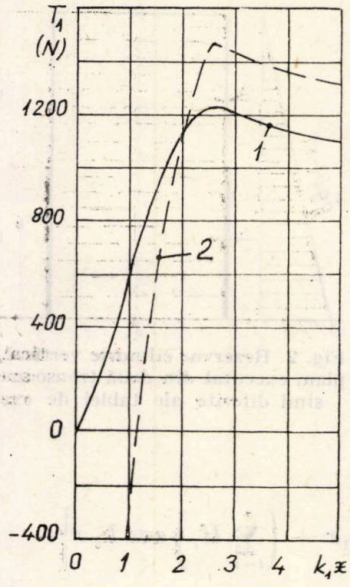


Fig. 3. Reprezentarea grafică a variației valorii eforturilor tangențiale T_1, pe baza relațiilor (9) și (25), în funcție de mărimea produsului a dimensional k_1x. — 1 — fără luarea în considerație a greutății proprii a rezervorului; 2 — cu luarea în considerație a greutății proprii a rezervorului.

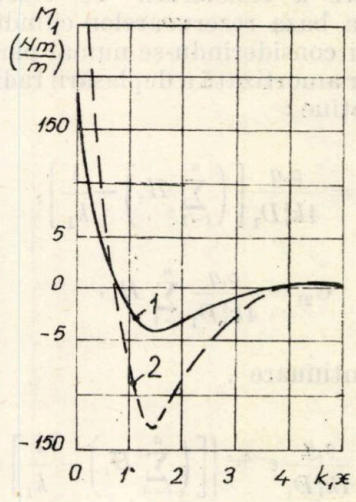


Fig. 4. Rerprezentarea grafică a variației valorii momentelor încovoietoare meridionale M_1, pe baza relațiilor (8) și (25), în funcție de mărimea produsului adimensional k_1x. 1 — fără luarea în considerație a greutății proprii a rezervorului; 2 — cu luarea în considerație a greutăți proprii a rezervorului;

inelar T_1 este nul în încastrare și la început crește repede, iar apoi scade apropiindu-se de o dreaptă a cărei ecuație este

$$T_1 = \rho_l g R \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right) - x \right]. \tag{10}$$

Se constată că pentru $x > l_{sj}^*$ efectul sarcinilor care încarcă baza rezervorului, practic, nu se mai manifestă, calculul putîndu-se face cu ajutorul teoriei fără momente.

---

* $l_{sj} = \frac{\pi \sqrt{R s_j}}{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}$, [2], p. 40. lungimea semiundei.

Valorile eforturilor unitare pot fi calculate cu relaţiile :

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{p_{h0}R}{2s_1} \pm \frac{6M_1}{s_1^2}\\ \sigma_2 &= \frac{p_{h0}R}{s_1} + \frac{T_1}{s_1} \pm \frac{6K_1}{s_1},\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

obţinîndu-se efortul unitar echivalent (eforturile unitare tangenţiale, datorită eforturilor Q, se neglijează în raport cu eforturile unitare meridionale şi inelare) :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leqslant \sigma_{as}. \tag{12}$$

Dacă un rezervor de acest tip este umplut şi golit des, atunci trebuie avută în vedere rezistenţa admisibilă la oboseală a cordoanelor de sudură [$\sigma_{ech} \leqslant (\sigma_{as})_{ob}$].

Coeficientul de concentrare a eforturilor unitare se obţine ca raport între efortul unitar echivalent determinat cu ajutorul relaţiei (12) şi efortul unitar echivalent datorit presiunii hidrostatice :

$$\alpha = \sigma_{ech} / \sigma_{ech}^{(p_{hv})} \tag{13}$$

Exemplu de calcul. Se consideră un rezervor cilindric vertical, executat din două tronsoane (fig. 2), cu următoarele caracteristici : $R = 2650$ mm; $H_1 = H_2 = \frac{H}{2} = 2400$ mm; $s_1 = 5$ mm; $s_2 = 4$ mm, umplut cu apă ($\rho_l = 1$ kg/dm^3).

Pentru acest exemplu de calcul, valoarea efortului inelar T_1 este reprezentată în figura 3, iar a momentului încovoietor meridional M_1 în figura 4. Valorile pentru T_1 şi M_1 s-au obţinut folosind expresiile (8), (9) şi diferite mărimi ale produsului adimensional $k_1 x$, caracteristic tronsonului de bază al rezervorului. Coeficientul de concentrare a eforturilor unitare, α, calculat pe baza relaţiei (13), este reprezentat în figura 5, avînd valoarea maximă în încastrare ($\alpha = 2{,}36$). Se disting două zone ale variaţiei coeficientului de concentrare a eforturilor unitare :

— zona I (a—i—b). Fibra cea mai încărcată este fibra interioară, influenţa cea mai puternică asupra variaţiei coeficientului de concentrare avînd-o momentele încovoietoare meridionale şi inelare.

— zona II (b—c). Apare o uşoară încărcare a fibrei exterioare pînă la $k_1 x = 3$, după care încărcarea ambelor fibre este aproximativ aceeaşi. În această zonă influenţa cea mai mare asupra valorii coeficientului de concentrare o are efortul inelar T_1. După $k_1 x = 4$ valoarea coeficientului de concentrare a eforturilor unitare are o descreştere liniară, condiţionată de variaţia liniară a mărimii efortului inelar T_1 [v. relaţia (10)].

3. Evaluarea concentrării de eforturi unitare cu luarea în considerație a greutății proprii a mantalei rezervorului ($S \neq 0$)

Pentru a studia influența greutății proprii a mantalei cilindrice asupra concentrării de eforturi unitare, se utilizează figura 6.

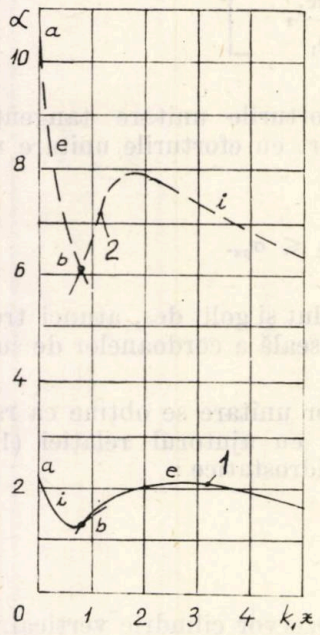


Fig. 5. Variația valorii coeficientului de concentrare a eforturilor unitare, în funcție de mărimea produsului adimensional $k_1 \times 1$ — fără luarea în considerație a greutății proprii a rezervorului; 2 — cu luarea în considerație a greutății proprii a rezervorului.

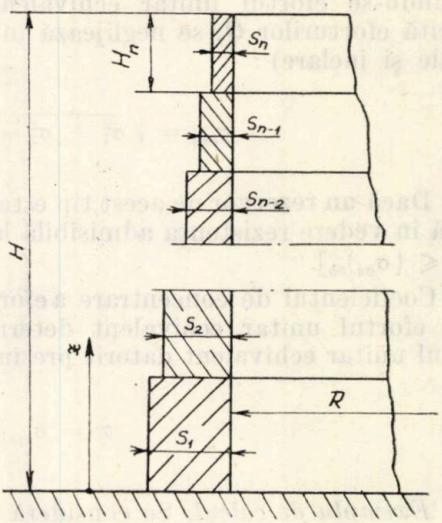


Fig. 6. Rezervor cilindric vertical, cufund plan, executat din n tronsoane de grosimi diferite ale tablei de execuție.

Greutatea tronsoanelor superioare secțiunii de cotă x poate fi calculată cu ajutorul relației:

$$G_x = \pi \rho_m g \left\{ \sum_{i=j+1}^{n} [H_i(R_{ei}^2 - R^2)] + \left[\left(\sum_{i=1}^{j} H_i \right) - x \right] (R_{ej}^2 - R^2) \right\}, \quad (14)$$

exercitînd în această secțiune o presiune:

$$p_{g,x} = \rho_m g \left\{ \frac{1}{\beta_j^2 - 1} \sum_{i=j+1}^{n} [H_i(\beta_i^2 - 1)] + \left(\sum_{i=1}^{j} H_i \right) - x \right\}. \quad (15)$$

Ecuaţia de echilibru în raport cu axa Ox, a încărcărilor elementului de rezervor din fig. 1, conduce la obţinerea relaţiei :

$$\frac{dS_j}{dx} = p_{g,x}, \tag{16}$$

prin a cărei integrăre rezultă :

$$S_j = C + \rho_m g x \left\{ \frac{1}{\beta_j^2 - 1} \sum_{i=j+1}^{n} [H_i(\beta_i^2 - 1)] + \left(\sum_{i=1}^{i} H_i \right) - \frac{x}{2} \right\}, \tag{17}$$

Solicitarea maximă fiind la baza rezervorului şi influenţa încastrării amortizîndu-se rapid, în continuare secţiunea curentă $0 \leqslant x \leqslant H_1 > l_{s1}$ (înălţimea primului tronson al rezervorului), astfel încît :

$$S_1 = C + \rho_m g x \left\{ \frac{1}{\beta_1^2 - 1} \sum_{i=2}^{n} [H_i(\beta_i^2 - 1)] + H_1 - \frac{x}{2} \right\}. \tag{18}$$

Constanta de integrare se poate determina punînd condiţiile la limită (19) în relaţia (17) :

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} H_i \; ; \; S_n = 0^* \tag{19}$$

Se obţine în urma calculului (pentru $j = 1$) :

$$\begin{aligned} S_1 = &- \rho_m g \left\{ \frac{1}{\beta_1^2 - 1} \sum_{i=2}^{n} [H_i(\beta_i^2 - 1)] + H_1 \right\} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right) - x \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \rho_m g \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right)^2 - x^2 \right]. \end{aligned} \tag{20}$$

În acest caz o soluţie particulară a ecuaţiei diferenţiale a deplasărilor radiale va avea forma :

$$\begin{aligned} w_p = &- \frac{\rho_i g}{4k_1^4 D_1} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right) - x \right] - \frac{\mu \rho_m g}{4k_1^4 R D_1} \left\{ \frac{1}{\beta_1^2 - 1} \sum_{i=2}^{n} [H_i(\beta_i^2 - 1)] + \right. \\ &\left. + H_1 \right\} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right) - x \right] + \frac{\mu \rho_m g}{8k_1^4 R D_1} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i \right)^2 - x^2 \right], \end{aligned} \tag{21}$$

* Dacă înălţimea rezervorului este mai mare decît cea a coloanei de lichid cu valoarea h, relaţiile (19) vor deveni

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} H_i ; \quad S_n = \frac{1}{2} \rho_m g h^2.$$

iar soluția generală va deveni :

$$w_1 = w_{10} + w_p$$

Considerîndu-se, de asemenea, partea ondulator amortizată a deplasărilor radiale, se obțin următoarele expresii pentru calculul constantelor de integrare :

$$C_{11} = \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - \frac{1}{k_1}\right] + \frac{\mu\rho_m g}{4k_1^4 R D_1}\left\{\frac{1}{\beta_1^2 - 1}\sum_{i=2}^{n}[H_i(\beta_i^2 - 1)] + H_1\right\}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right) - \frac{1}{k_1}\right] - \frac{\mu\rho_m g}{8k_1^4 R D_1}\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right)^2; \tag{23}$$

$$C_{21} = \frac{\rho_l g}{4k_1^4 D_1}\sum_{i=1}^{n} H_i + \frac{\mu\rho_m g}{4k_1^4 R D_1}\left\{\frac{1}{\beta_1^2 - 1}\sum_{i=2}^{n}[H_i(\beta_i^2 - 1)] + H_1\right\}\sum_{i=1}^{n} H_i - \frac{\mu\rho_m g}{8k_1^4 R D_1}\left(\sum_{i=1}^{n} H_i\right)^2. \tag{24}$$

Se poate ușor observa că valorile constantelor C_{11} și C_{21} (7) se obțin din relațiile (23), (24) pentru $\rho_m = 0$.

Rezultă astfel pentru tronsonul de bază :

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -2k_1 D_1 e^{-k_1 x}(C_{21}\sin k_1 x - C_{11}\cos k_1 x) + \frac{\mu\rho_m g}{4k_1^4 R};\\ K_1 &= \mu M_1;\\ Q_1 &= -2k_1 D_1 e^{-k_1 x}[(C_{11} - C_{21})\sin k_1 x + (C_{11} + C_{21})\cos k_1 x];\\ T_1 &= -\frac{E s_1}{R} w_1 + \mu S_1. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

În acest caz se pot utiliza următoarele relații pentru calculul valorilor eforturilor unitare :

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{p_{h0} R}{2s_1} + \frac{S_1}{s_1} \pm \frac{6M_1}{s_1^2};\\ \sigma_2 &= \frac{p_{h0} R}{s_1} + \frac{T_1}{s_1} \pm \frac{6K_1}{s_1^2}, \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

valoarea efortului unitar echivalent putînd fi calculată cu relația (12). În mod corespunzător rezultă valoarea coeficientului de concentrare a eforturilor unitare, calculată cu relația (13).

Caz particular. Atunci cînd rezervorul se execută din n tronsoane de înălțimi egale, relațiile (14), (15), (20), (21), (23), (24) se modifică corespunzător, obținîndu-se expresiile prezentate în tabela 1. Valorile momen-

Tabela 1

Expresiile mărimilor G_x, $p_{g,x}$, S_1, w_p, C_{11}, C_{21} în cazul executării unui rezervor cilindric vertical din n tronsoane de înălțimi egale (H/n).

Mărimea	Nr. relației	Expresia *
G_x	(26)	$\frac{\pi}{n}\rho_m gH\left\{\left[\sum_{i=2}^{n}(R_{ei}^2-R^2)\right]+\left(1-n\frac{x}{H}\right)(R_{e1}^2-R^2)\right\};$
$p_{g,x}$	(27)	$\frac{1}{n}\rho_m gH\left\{\left[\frac{1}{\beta_1^2-1}\sum_{i=2}^{n}(\beta_i^2-1)\right]+1-n\frac{x}{H}\right\};$
S_1	(28)	$-\frac{1}{n}\rho_m gH^2\left\{\left[\frac{1}{\beta_1^2-1}\sum_{i=2}^{n}(\beta_i^2-1)\right]+1\right\}\left(1-\frac{x}{H}\right)+\frac{1}{2}\rho_m gH^2\left[1-\left(\frac{x}{H}\right)^2\right];$
w_p	(29)	$-\frac{\rho_l gH}{4k_1^4D_1}\left(1-\frac{x}{H}\right)-\frac{\mu\rho_m gH^2}{4nk_1^4RD_1}\left\{\left[\frac{1}{\beta_1^2-1}\sum_{i=2}^{n}(\beta_i^2-1)\right]+1\right\}\left(1-\frac{x}{H}\right)+$ $+\frac{\mu\rho_m gH^2}{8k_1^4RD_1}\left[1-\left(\frac{x}{H}\right)^2\right];$
C_{11}	(30)	$\frac{\rho_l gH}{4k_1^4D_1}\left(1-\frac{1}{k_1H}\right)+\frac{\mu\rho_m gH^2}{4nk_1^4RD_1}\left\{\left[\frac{1}{\beta_1^2-1}\sum_{i=2}^{n}(\beta_i^2-1)\right]+1\right\}\left(1-\frac{1}{k_1H}\right)-$ $-\frac{\mu\rho_m gH^2}{8k_1^4RD_1};$
C_{21}	(31)	$\frac{\rho_l gH}{4k_1^4D_1}+\frac{\mu\rho_m gH^2}{4nk_1^4RD_1}\left\{\left[\frac{1}{\beta_1^2-1}\sum_{i=2}^{n}(\beta_i^2-1)\right]+1-\frac{n}{2}\right\};$

* Expresiile sînt valabile pentru $0\leqslant x\leqslant\frac{H}{n}$, caz în care $j=1$.

telor încovoietoare M_1, K_1, a eforturilor Q_1, T_1, a eforturilor unitare σ_1, σ_2, σ_{ech}, precum și valoarea coeficientului de concentrare a eforturilor unitare, se calculează avînd în vedere mărimile constantelor C_{11}, C_{21}, determinate pe baza relațiilor (30) și (31).

Exemplu de calcul. Se păstrează aceleași date ca mai înainte, adăugîndu-se $\rho_m = 7{,}8$ kg/dm^3 (oțel).

Utilizînd relațiile din tabela 1, pentru diferite valori ale produsului adimensional k_1x și $n = 2$, au fost obținute valorile efortului inelar T_1 (fig. 3) și ale momentului încovoietor meridional M_1 (fig. 4).

Variația valorii coeficientului de concentrare a eforturilor unitare, pe măsură ce ne îndepărtăm de secțiunea de bază a rezervorului, este redată în figura 5. Ca și în cazul precedent, pe prima porțiune a graficului influența cea mai mare asupra concentrării de eforturi unitare o au momentele încovoietoare meridionale și inelare, după aceea făcîndu-se simțită influența eforturilor meridionale S_1 și inelare T_1. Spre deosebire de exemplul anterior, cînd nu a fost luată în considerație greutatea proprie a mantalei cilindrice, în apropierea încastrării fibra cea mai încărcată este fibra exterioară $(a+e+b)$, după $k_1.x = 0{,}8$ încărcarea cea mai mare suportîndu-o fibra interioară $(b+i)$. În această ipoteză de calcul rezultă o concentrare de eforturi unitare mai mare ($\alpha = 10{,}5$).

4. Concluzii

Concentrarea de eforturi unitare la baza mantalelor cilindrice ale rezervoarelor este cunoscută și a dus la prevederea unor secțiuni suplimentare în această zonă. Noua metodă de calcul prezentată, spre deosebire de cea cunoscută din literatura de specialitate, redă influența simultană a celor doi factori considerați, presiunea hidrostatică și greutatea proprie a mantalei cilindrice, asupra concentrării de eforturi unitare, reflectînd mai veridic fenomenul real. Din cele ce se preced rezultă că un factor important în aprecierea stării de eforturi unitare — cu atît mai important cu cît construcția este mai mare — este greutatea proprie.

Se constată că prevederea unei secțiuni suplimentare de grosime egală cu cea a tronsonului de bază, duce la micșorări importante ale coeficientului de concentrare (în cazul examinat de aproximativ 3 ori). Este de observat că greutatea proprie condiționează și încărcările seismice, iar pe calea frecvenței proprii și încărcările eoliene [4...9]. Numai ținîndu-se seama de cei trei factori : presiunea hidrostatică (eventual și cea a unui gaz aflat deasupra lichidului), greutatea proprie a rezervorului și încărcările (sarcinile) seismice sau eoliene se poate determina corect concentrarea de eforturi unitare, fiind eliminate, printr-o proiectare judicioasă, orice incidente ce pot apare în timpul exploatării.

Pe baza metodei prezentate și cu utilizarea condițiilor de continuitate (5) se poate face o evaluare a concentrării de eforturi unitare și în zonele de trecere dintre perechile de tronsoane adiacente, cu caracteristici geometrice diferite. Așa cum este cunoscut însă, aceste zone sînt mai puțin periculoase din punctul de vedere al siguranței în funcționare decît zona de la baza rezervorului, fapt care a făcut ca în cadrul lucrării să se dea o mai mare atenție acesteia din urmă.

Notații utilizate :

D_j — rigiditatea cilindrică la încovoiere, a tronsonului j al rezervorului, calculată cu relația $\dfrac{Es_j^3}{12(1-\mu^2)}$;

E — modulul de elasticitate longitudinal al materialului de execuție a rezervorului, la temperatura de lucru ;

g — accelerația gravitațională ;

G_x — greutatea tronsoanelor rezervorului situate deasupra secțiunii curente, x, în care se face calculul ;

H — înălțimea totală a rezervorului / ;

$H_{i,j}$ — înălțimea tronsonului i, respectiv j, al rezervorului;
j — numărul tronsonului la care se află secțiunea x, numerotarea tronsoanelor făcîndu-se de la baza rezervorului spre capătul superior al acestuia;
K_j — moment încovoietor inelar, caracteristic tronsonului j;
k_j — coeficient de amortizare, caracteristic tronsonului j, calculat cu relația $\frac{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{Rs_j}}$;
M_j — moment încovoietor meridional, caracteristic tronsonului j;
n_p — numărul total al tronsoanelor de execuție a rezervorului;
$p_{h,x}$ — presiunea hidrostatică într-o secțiune curentă x în care se face calculul;
$p_{g,x}$ — presiunea exercitată de greutatea proprie a tronsoanelor rezervorului situate deasupra secțiunii curente x în care se face clalculul;
R — raza interioară a rezervorului;
R_{ei}, R_{ej} — raza exterioară a tronsonului i, respectiv j;
S_j — efort meridional, caracteristic tronsonului j;
s_j — grosimea tablei de execuție a tronsonului j;
T_j — efort inelar, caracteristic tronsonului j;
x — cota (înălțimea) unei secțiuni curente a rezervorului, măsurată de la baza acestuia;
Q_j — efort tangențial, caracteristic tronsonului j;
w_j — deplasarea radială, caracteristică tronsonului j;
ϑ_j — rotația meridională, caracteristică tronsonului j;
μ — coeficientul contracției transversale (Poisson);
α — coeficient de concentrare a eforturilor unitare;
β_i, β_j — coeficient adimensional obținut ca raport între raza exterioară și interioară ale aceluiași tronson ($\beta_i = R_{ei}/R$; $\beta_j = R_{ej}/R$);
ρ_l — densitatea lichidului aflat în interiorul rezervorului;
ρ_m — densitatea materialului de execuție a rezervorului;
σ_1 — efort unitar meridional;
σ_2 — efort unitar inelar,
σ_{ech} — efortul unitar echivalent, calculat pe baza teoriei energiei de deformație;
σ_{as} — efortul unitar admisibil al cordoanelor de sudură pentru solicitarea statică;
$(\sigma_{as})_{ob}$ — efortul unitar admisibil al cordoanelor de sudură pentru solicitarea la oboseală;

Catedra de utilaj chimic
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ponomariov D. A. ș.a.*, Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol. 2, (traducere din limba rusă), Ed. tehnică, București 1963.
2. *Renert M., Tănase G.*, Calculul și construcția utilajului chimic, vol. 1, E.D.P., București 1964.
3. *Timoshenko P., Woinowsky-Krieger S.*, Teoria plăcilor plane și curbe, Ed. Tehnică, București 1968.
4. *Pavel Alexandru*, Contribuții la elaborarea unui normativ de calcul pentru aparatele de tip coloană (IV). Metoda generală de calcul al încărcărilor (sarcinilor) seismice în cazul aparatelor de tip coloană (1). In: Standardizarea română, nr. 6, 1970, p. 297—308.
5. *Pavel Alexandru*, Contribuții la elaborarea unui normativ de calcul pentru aparatele de tip coloană (V). Metoda generală dee calcul al încrărcărilor (sarcinilor) seismice în cazul aparatelor de tip coloană (2). In: Standardizarea română, nr. 7, 1970, p. 349—362.
6. * * * M.C.I. (C.S.C.A.S.) P 13—63. Normativ condiționat pentru proiectarea construcțiilor civile și industriale din regiuni seismice, București Buletinul CSCAS, anul IV, nr. 16, 1963.

7.* * * M. I. Ch. – N.I.D. 3 236–64. Coloane autoportante. Prescripţii de calcul pentru rezistenţa la sarcini eoliene şi seismice, IPROCHIM, Bucureşti 1964.

8. *Korcinski I. L., ş. a.*, Bazele proiectării clădirilor în regiuni seismice, Manual pentru proiectanţi, Ed. tehnică, Bucureşti 1964.

9. *Babiţki I. F., Vihman G. L., Volfson S. I.*, Rascet i konstruirovanîie apparaturî neftepererabatîvaiuşcih zavodov, Moskva, Nedra 1965.

10. * * * STAS 3 684–61. Grade de intensitate seismică.

11. * * * STAS 946–56. Sarcini în construcţii. Sarcini dinamice. Construcţi civile, industriale şi agricole.

12. * * * STAS 763/1–66. Prscripţii pentru proiectarea construcţiilor metalice.

13. * * * STAS 763/2–66. Construcţii civile, industriale şi agricole. Ipoteze de încărcare.

14. * * * Rezervoare cilindrice verticale cu fund plan. Prescripţii de calcul şi indicaţii constructive, ICPUCR, 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. Z.: 620

STUDIUL OVALIZĂRII SECȚIUNII TRANSVERSALE LA TUBURILE CIRCULARE CU PEREȚI SUBȚIRI SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE ȘI LA PRESIUNE INTERIOARĂ *

TOMA PANA

Se consideră un tub cu pereți subțiri de secțiune circulară constantă solicitat la încovoiere pură și la presiune interioară. Sub acțiunea momentului încovoietor, linia centrelor de greutate ale secțiunilor transversale, inițial dreaptă, ia forma unui arc de cerc de rază R. În același timp secțiunea transversală se deformează luînd forma unui oval cu două axe de simetrie. Un punct $M(y, z)$ de pe linia mediană a secțiunii transversale, ca urmare a deformării acesteia, se va deplasa cu cantitățile v și w respectiv în direcțiile axelor y și z ale sistemului de referință la care este raportat tubul (fig. 1).

În baza ipotezei secțiunii plane, alungirea specifică a fibrei ce trece prin punctul $M'(y + v, z + w)$ se scrie:

$$\varepsilon = \frac{y + v}{R} \tag{1}$$

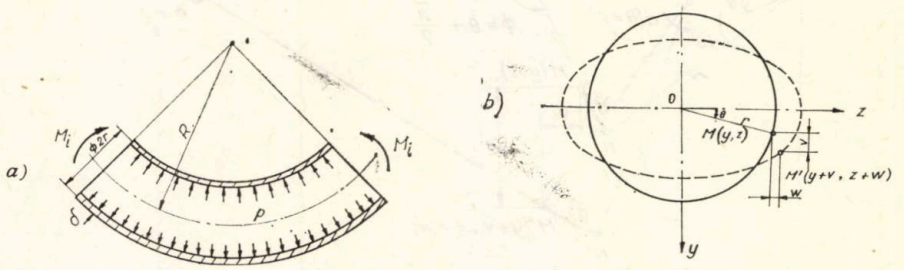


Fig 1

Considerînd că materialul din care este confecționat tubul ascultă de legea lui Hooke, eforturile unitare normale care produc deformațiile specifice ε, dau față de axa z un moment încovoietor:

$$M_z = \int_A \sigma(y + v)\, \delta\, ds = \int_A \frac{E}{R}(y + v)^2\, \delta\, ds \tag{2}$$

* Manuscric predat redacției la data de 20 septembrie 1972.

unde s-a notat :

E — modulul de elasticitate longitudinal ;

δ — grosimea peretelui tubului ;

$ds = rd\theta$ — elementul de lungime de arc măsurat pe linia mediană a secțiunii transversale.

Pentru determinarea deplasării v se procedează similar ca la studiul deformațiilor învelișurilor cilindrice de lungime infinită încărcate cu presiune interioară.

Coordonatele punctului M de pe linia mediană a secțiunii se pot exprima în funcție de o singură variabilă cu ajutorul relațiilor

$$y = r \sin \theta \tag{3}$$

$$z = r \cos \theta$$

în care r reprezintă raza liniei mediane, iar θ unghiul făcut de raza OM cu axa z.

Cînd punctul M trece în M' parcurgînd deplasările v și w, raza de curbură r a liniei mediane se modifică devenind ρ. Ca urmare, unghiul Φ pe care îl face tangenta în M la linia mediană, cu axa z—se modifică, devenind $\Phi + \beta$, așa cum se arată în fig. 2.

Presupunînd că deformarea liniei mediane se face fără lungirea acesteia, se poate scrie :

$$ds = rd\theta = \rho d(\theta + \beta) \tag{4}$$

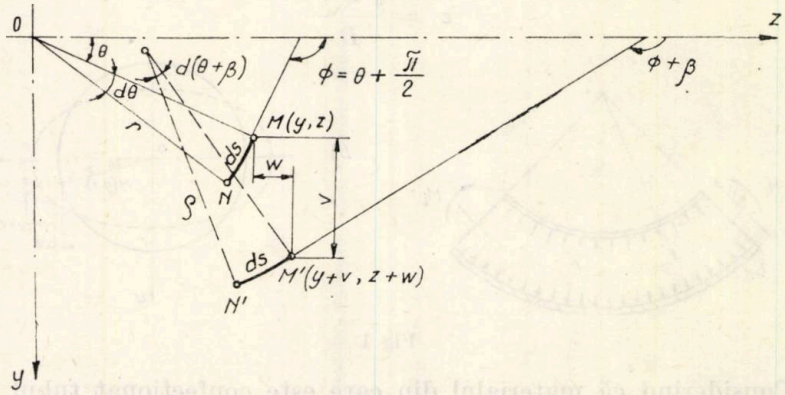


Fig. 2

sau, împărțind cu $d\theta$ în ultima egalitate și scriind $\beta' = \dfrac{d\beta}{d\theta}$:

$$r = \rho(1 + \beta') \tag{5}$$

Luînd pe linia mediană un punct $N(y + dy, z + dz)$ infinit apropiat de M, după deformarea acesteia, punctul respectiv se va afla în N' $[(y + v) + d(y + v), (z + w) + d(z + w)]$. Creșterile coordonatelor punctului N' față de punctul M' se pot scrie:

$$d(y + v) = ds \sin(\Phi + \beta)$$

$$d(z + w) = -ds \cos(\Phi + \beta) \tag{6}$$

Cum $ds = rd\theta$ și $\Phi = \theta + \frac{\pi}{2}$, ținînd seama de relațiile (3) rezultă:

$$dv = rd\theta \sin\left(\theta + \beta + \frac{\pi}{2}\right) - r\cos\theta\, d\theta$$

$$dw = -r\, d\theta \cos\left(\theta + \beta + \frac{\pi}{2}\right) + r\sin\theta\, d\theta \tag{7}$$

adică:

$$\frac{dv}{d\theta} = r\,[\cos(\theta + \beta) - \cos\theta]$$

$$\frac{dw}{d\theta} = r\,[\sin(\theta + \beta) + \sin\theta] \tag{8}$$

Observînd că din motive de simetrie pentru $\theta = 0$, avem $v = 0$, prima ecuație (8) se mai poate scrie:

$$v = r\int_0^{\theta} [\cos(\theta + \beta) - \cos\theta]\, d\theta \tag{9}$$

Expresia funcției β rezultă din studiul echilibrului unui element de înveliș decupat din tubul aflat în stare deformată. Așa cum rezultă din fig. 3, pe suprafețele frontale ale acestui element de înveliș acționează eforturile unitare normale σ iar pe suprafețele laterale forțele axiale N, forțele tăietoare T și momentul încovoietor M_x, toate aceste eforturi fiind raportate la unitatea de lungime de tub. În afară de sarcinile care acționează pe fețele laterale ale elementului, pe suprafața lui mediană se aplică presiunea p produsă de fluidul din tub.

Dacă se neglijează efectul deformațiilor asupra dimensiunilor elementului, precum și modificările de direcții ale eforturilor distribuite N, T și M în raport cu sistemul de referință ntx la care acesta este raportat, atunci elementul de tub considerat poate fi asemănat cu un sector

decupat dintr-un inel de grosime δ şi lăţime dx. În acest caz, forţa axială elementară $\sigma\delta\rho d(\theta+\beta)$, aplicată în secţiunea infinit vecină, va da în planul nt, după direcţia axei y o componentă :

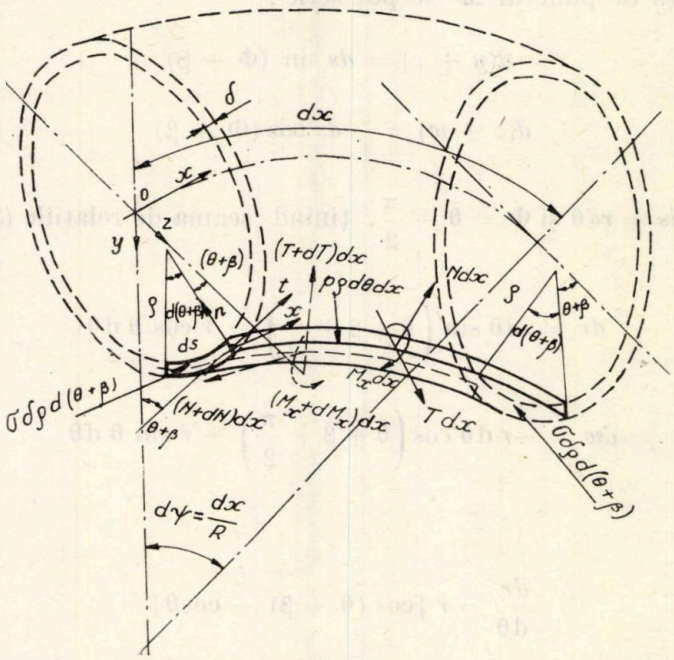


Fig. 3

$$Q_y = \sigma\delta\,\rho d(\theta+\beta)\frac{dx}{R} \tag{10}$$

care este echivalentă cu sarcina distribuită

$$q_y = \sigma\frac{\delta}{R} \tag{11}$$

aplicată pe unitatea de suprafaţă mediană a inelului. Această sarcină distribuită, se descompune în planul secţiunii transversale, după direcţiile axelor n şi t, în două componente :

$$p_n = -p + q_y \sin(\theta+\beta) = -p + \sigma\frac{\delta}{R}\sin(\theta+\beta) \tag{12}$$

$$p_t = q_y \cos(\theta+\beta) = \sigma\frac{\delta}{R}\cos(\theta+\beta) \tag{13}$$

Din relaţia (12) se observă că în scrierea componentei p_n a sarcinii distribuite ce solicită inelul s-a ţinut seama şi de efectul presiunii interioare.

Întrucît toate sarcinile aplicate în planul secțiunii transversale a inelului sînt proporționale cu lățimea acestuia, pentru studiul echilibrului sectorului de inel se poate considera că lățimea inelului este egală cu unitatea.

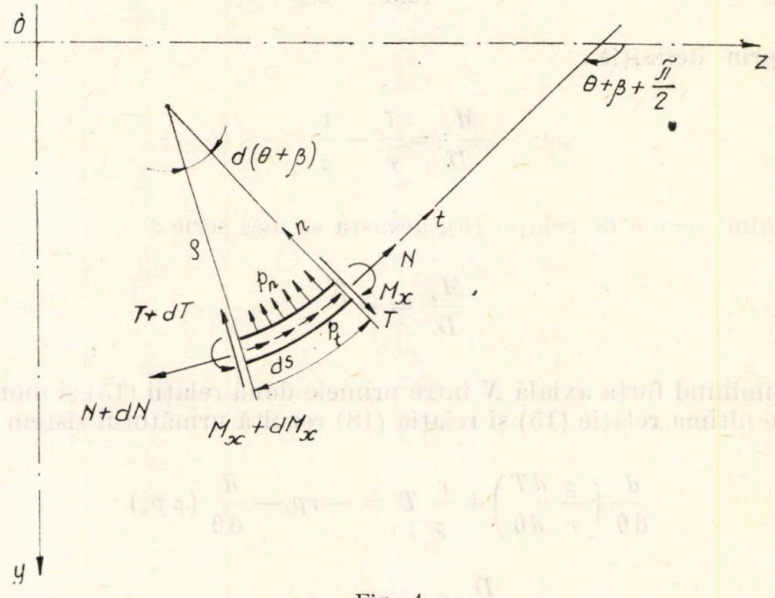


Fig. 4

Sarcinile care acționează asupra sectorului de inel de lungime *ds*, fiind cele indicate în figura 4, studiul echilibrului conduce la obținerea următorului sistem de ecuații :

$$\begin{aligned} -\frac{dN}{ds}+\frac{T}{\rho}+p_t&=0\\ \frac{dT}{ds}+\frac{N}{\rho}+p_n&=0\\ \frac{dM_x}{ds}-T&=0 \end{aligned} \tag{14}$$

Cum $ds = rd\theta$, acest sistem se mai scrie :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{r}\frac{dN}{d\theta}+\frac{T}{\rho}+p_t&=0\\ \frac{1}{r}\frac{dT}{d\theta}+\frac{N}{\rho}+p_n&=0\\ \frac{1}{r}\frac{dM_x}{d\theta}-T&=0 \end{aligned} \tag{15}$$

Dacă se notează cu D rigiditatea inelului:

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} \tag{16}$$

atunci prin definiție:

$$\frac{M_x}{D} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} \tag{17}$$

Ținînd seama de relația (5), aceasta se mai scrie:

$$\frac{M_x}{D} = -\frac{\beta'}{r} \tag{18}$$

Eliminînd forța axială N între primele două relații (15) și momentul M_x între ultima relație (15) și relația (18) rezultă următorul sistem:

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{\rho}{r}\frac{dT}{d\theta}\right) + \frac{r}{\rho}T = -rp_t - \frac{d}{d\theta}(\rho p_n) \tag{19}$$

$$\frac{D}{r^2}\beta'' + T = 0$$

În sfîrșit eliminînd pe T rezultă următoarea ecuație diferențială în β:

$$\frac{D}{r^2}\left(\frac{\rho}{r}\beta'''\right)' + \frac{D}{r\rho}\beta'' = rp_t + (\rho p_n)' \tag{20}$$

Înlocuind pe p', p_n și ρ respectiv cu relațiile (13), (12) și (5) se obține:

$$\frac{D}{r^3}\left[\left(\frac{\beta'''}{1+\beta'}\right)' + (1+\beta')\beta'' + \frac{pr^3}{D}\left(\frac{1}{1+\beta'}\right)'\right] = \frac{\delta}{R}\left[\sigma\cos(\theta+\beta) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\sigma\sin(\theta+\beta)}{1+\beta'}\right)'\right] \tag{21}$$

Înlocuind relația (9) în relația (1) și scriind legea lui Hooke, rezultă:

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{r}{R}\left[\sin\theta + \int_0^\theta (\cos(\theta+\beta) - \cos\theta)d\theta\right] \tag{22}$$

Prin eliminarea lui σ din relațiile (21) și (22) se obține o ecuație diferențială, din a cărei integrare rezultă funcția $\beta(\theta)$. Presupunînd că β este suficient de mic astfel încît să se poată scrie :

$$\sin\beta \approx \beta \quad \text{și} \quad \cos\beta \approx \left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right), \tag{23}$$

relația (22) devine :

$$\sigma = \frac{Er}{R}\left[\sin\theta - \int_0^\theta \left(\beta\sin\theta + \frac{\beta^2}{2}\cos\theta\right)d\theta\right] \tag{24}$$

Efectuînd calculele în ecuația (21) cu aproximațiile (23) și renunțînd la termenii de ordin superior lui doi, rezultă următoarea ecuație :

$$\frac{D}{r^3}\left[\beta^{IV} + \left(1 - \frac{pr^3}{D}\right)\beta'' + \beta'\beta^{IV} - \beta''\beta''' + 3\beta''\beta'\right] = \frac{\delta}{R}\Big(\sigma\{[2(1+\beta')^2 -$$

$$- \beta(\beta + \beta'')\cos\theta - [2\beta(1+2\beta') + \beta'']\sin\theta\} +$$

$$+ \sigma'\left[\left(1 + \beta' - \frac{\beta^2}{2}\right)\sin\theta + \beta(1+\beta')\cos\theta\right]\Big) \tag{25}$$

Înlocuind pe σ din relația (24) rezultă :

$$\frac{D}{r^3}\left[\beta^{IV} + \left(1 - \frac{pr^3}{D}\right)\beta'' + \beta'\beta^{IV} - \beta''\beta''' + 3\beta'\beta''\right] = \frac{Er\delta}{R^2}\Big\{[2(1+\beta')^2 -$$

$$-\beta(\beta+\beta'')]\cos\sin\theta - 2(1+2\beta')\cos\theta\int_0^\theta \beta\sin\theta\,d\theta - \cos\theta\int_0^\theta \beta^2\cos\theta\,d\theta -$$

$$-[2\beta(1+2\beta') + \beta'']\sin^2\theta + (2\beta + \beta'')\sin\theta\int_0^\theta \beta\sin\theta\,d\theta +$$

$$+\left(1 + \beta' - \frac{\beta^2}{2}\right)\sin\theta\cos\theta + \beta(1+\beta')\cos^2\theta - \beta(1+\beta')\sin^2\theta -$$

$$- \beta^2\sin\theta\cos\theta - \frac{\beta^2}{2}\sin\theta\cos\theta \tag{26}$$

sau grupînd termenii:

$$\frac{D}{r^3}\left[\beta^{IV}+\left(1-\frac{pr^3}{D}\right)\beta''+\beta'\beta^{IV}-\beta''\beta'''+3\beta'\beta''\right]=\frac{Er\delta}{R^2}\Big\{(1+\beta')(3+2\beta')$$

$$-\beta(3\beta+\beta'')]\sin\theta\cos\theta-(3\beta+5\beta\beta'+\beta'')\sin^2\theta+\beta(1+\beta')\cos\theta-$$

$$-\cos\theta\int_0^\theta\beta^2\cos\theta\,d\theta+[(2\beta+\beta'')\sin\theta-2(1+2\beta')\cos\theta]\int_0^\theta\beta\sin\theta\,d\theta\Big\} \quad (27)$$

Se introduc notaţiile

$$\alpha^2=\frac{\delta Er^4}{DR^2},\qquad \lambda=\frac{pr^3}{D} \quad (28)$$

şi observînd că β depinde numai de aceşti parametri, soluţia ecuaţiei poate fi dezvoltată în serie de puteri

$$\beta=\alpha^2\beta_1+\alpha^4\beta_2+\ldots \quad (29)$$

Introducînd soluţia (29) în ecuaţia diferenţială (27) şi grupînd termenii după puterile parametrului α rezultă următorul sistem:

$$\beta_1^{IV}+(1-\lambda)\beta_1''=\frac{3}{2}\sin 2\theta$$

$$\beta_2^{IV}+(1-\lambda)\beta_2''=-\beta_1'\beta_1^{IV}+\beta_1''\beta_1'''-3\beta_1'\beta_1''+\frac{5}{2}\beta_1'\sin 2\theta+$$

$$+\beta_1(2\cos 2\theta-1)-\frac{1}{2}\beta_1''(1-\cos 2\theta)-2\cos\theta\int_0^\theta\sin\theta\,d\theta \quad (30)$$

Se vede uşor că soluţia primei ecuaţii (30) este

$$\beta_1=A_1\sin 2\theta,\qquad \text{unde } A_1=\frac{3}{24+8\lambda} \quad (31)$$

Înlocuind în cea de a doua ecuaţie (30), aceasta se scrie:

$$\beta_2^{IV}+(1-\lambda)\beta_2''=\frac{2}{3}A_1\sin 2\theta+2A_1\left(\frac{4}{3}+6A_1\right)\sin 4\theta \quad (32)$$

Soluţia ecuaţiei (32) este de forma :

$$\beta_2 = A_2 \sin 2\theta + B_2 \sin 4\theta \tag{33}$$

unde

$$A_2 = \frac{4}{9} A_1^2; \qquad B_2 = 8A_1 + \frac{16}{9} A_1^2 \tag{34}$$

Se ştie că datorită simetriei în punctele $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \pi$ şi $\theta = \frac{3\pi}{2}$, deplasarea se produce radial, deci $\beta = 0$.

De asemenea, ca urmare a simetriei, forţele tăietoare fiind nule pentru aceste valori ale lui θ, rezultă $/\beta'' = 0$.

În consecinţă, soluţia generală a ecuaţiilor (30) scrisă sub formă omogenă, care este de forma :

$$\beta_i = A_i \sin \theta \sqrt{1 - \lambda} + B_i \cos \theta \sqrt{1 - \lambda} , \qquad (i = 1, 2, 3 \ldots)$$

pentru a îndeplini condiţiile la limite mai sus amintite, este identic nulă.

Înlocuind soluţia (29) în expresia (9) a deplasării rezultă :

$$\frac{v}{r} = -\int_0^\theta \left(\beta \sin \theta + \frac{\beta^2}{2} \cos \theta\right) d\theta = -\int_0^\theta (\alpha^2 \beta_1 + \alpha^4 \beta_2) \sin \theta \, d\theta -$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^\theta (\alpha^2 \beta_1 + \alpha^4 \beta_2)^2 \cos \theta \, d\theta \tag{35}$$

adică se poate scrie :

$$\frac{v}{r} = \alpha^2 \frac{v_1}{r} + \alpha^4 \frac{v_2}{r} + \ldots \tag{36}$$

unde

$$\frac{v_1}{r} = -\int_0^\theta \beta_1 \sin \theta \, d\theta$$

$$\frac{v_2}{r} = -\int_0^\theta (\beta_2 \sin \theta + \frac{1}{2} \beta_1^2 \cos \theta) d\theta \tag{37}$$

Folosind relaţia (2) şi cunoscînd că momentul de inerţie în raport cu axa z, al secţiunii transversale se scrie $I_z = \pi r^3 \delta$, rezultă :

$$\frac{M_z}{EI_z} = \frac{1}{\pi R}\int_0^{2\pi} \left(\sin \theta + \frac{v}{r}\right)^2 d\theta \tag{38}$$

care se mai scrie :

$$\frac{M_z}{EI_z}=\frac{1}{R}\left[1+\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{v}{r}\sin\theta\,d\theta+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{v}{r}\right)^2 d\theta\right] \tag{39}$$

Înlocuind $\frac{v}{r}$ prin seria (36), relația (39) poate fi scrisă sub forma :

$$\frac{M_z}{EI_z}=\frac{1}{R}\left[1+C_1\alpha^2+C_2\,\alpha^4+\ldots\right] \tag{40}$$

unde coeficienții C_1, C_2 ... au expresiile :

$$C_1=\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{v_1}{r}\sin\theta\,d\theta$$

$$C_2=\frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\left[\frac{v_2}{r}\sin\theta+\frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{r}\right)^2\right]d\theta \tag{41}$$

Calculînd rapoartele $\frac{r_1}{r}$ și $\frac{v_2}{r}$ cu ajutorul relațiilor (37) se obține :

$$\frac{v_1}{r}=-\frac{1}{2}A_1\sin\theta+\frac{1}{6}A_1\sin 3\theta$$

$$\frac{v_2}{r}=-\left(\frac{1}{2}A_2+\frac{1}{4}A_1^2\right)\sin\theta+\left(\frac{1}{6}A_2-\frac{1}{6}B_2+\frac{1}{24}A_1^2\right)\sin 3\theta+$$

$$+\left(\frac{1}{10}B_2+\frac{1}{40}A_1^2\right)\sin 5\theta \tag{42}$$

Înlocuind în (41) și efectuînd calculele se obține :

$$C_1=-A_1$$

$$C_2=-\left(A_2+\frac{1}{2}A_1^2\right)+\frac{10}{36}A_1^2=-\frac{2}{3}A_1^2 \tag{43}$$

Deci, relația (40) ia forma :

$$\frac{M_z}{EI_z}=\frac{1}{R}\left[1-A_1\alpha^2-\frac{2}{3}(A_1\alpha^2)^2+\ldots\right] \tag{44}$$

în care :

$$A_1 \alpha^2 = \frac{9(1-\mu^2)\, r^4}{(6+2\lambda)\,\delta^2 R^2} \tag{45}$$

Dacă se notează $A_1 \alpha^2 = \omega^2$, relația (44) se scrie :

$$m = \omega\left(1 - \omega^2 - \frac{2}{3}\omega^2\right) \tag{46}$$

unde

$$m = \frac{M_z}{EI_z} \cdot \frac{3r^2}{\delta} \sqrt{\frac{1-\mu^2}{6+2\lambda}} \tag{47}$$

Funcția $m(\omega)$ este maximă atunci cînd $\frac{dm}{d\omega} = 0$. Anulînd derivata relației (46) rezultă o ecuație a cărei soluție este :

$$\omega_{cr} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{201}-9}{5}} \cong 0{,}51 \tag{48}$$

Pentru această valoare a variabilei ω, funcția (46) are valoarea $m_{max} = 0{,}355$; deci, din relația (47) rezultă valoarea maximă a momentului încovoietor :

$$M_{z_{max}} = 0{,}118\, \frac{EI_z\delta}{r^2} \sqrt{\frac{6+2\lambda}{1-\mu^2}} \tag{49}$$

care se mai scrie

$$M_{z_{max}} = 0{,}37\, Er\delta^2 \sqrt{\frac{6+2\lambda}{1-\mu^2}} \tag{50}$$

Această valoare maximă a momentului încovoietor este critică pentru tubul considerat deoarece, după atingerea ei, curbura continuă să crească, în timp ce momentul încovoietor pe care îl poate prelua tubul, scade rapid. În decursul încărcării tubului, linia mediană a secțiunii transversale — inițial circulară — se ovalizează progresiv pînă cînd momentul încovoietor atinge valoare M_{max}. Depășirea acestei stări critice de încărcare conduce la aplatisarea bruscă a secțiunii.

Analizînd parametrii de care depinde deplasarea v rezultă că, la o stare de tensiune dată, raportul $\frac{v}{r}$ este maxim pentru $\theta = \frac{\pi}{2}$; valoarea

respectivă reprezintă ovalizarea Δ a secțiunii transversale. Din relațiile (36) și (42) se obține:

$$\Delta = \frac{1}{r} v\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3} A_1 \alpha^2 - \left(\frac{2}{3} A_2 + \frac{4}{15} A_1^2 + \frac{4}{15} B_2\right)\alpha^4 \tag{51}$$

de unde

$$\Delta = -\frac{2}{3} A_1 \alpha^2 - \left(\frac{4}{45} A_1^2 - \frac{32}{15} A_1^3\right)\alpha^4 \tag{52}$$

Folosind notația $A_1 \alpha^2 = \omega^2$, această relație devine:

$$\Delta = -\frac{2}{3}\omega^2 - \frac{4(1+\lambda)}{45(3+\lambda)}\omega^4 \tag{53}$$

Pentru valoarea (48) a variabilei ω, ovalizarea Δ devine critică și are expresia:

$$\Delta_{cr} = -\frac{2}{3}\omega_{cr}^2 - \frac{4(1+\lambda)}{45(3+\lambda)}\omega_{cr}^4 \tag{54}$$

sau, înlocuind $\omega_{cr} = 0{,}51$,

$$\Delta_{cr} = -58.10^{-4}\,\frac{91+31\lambda}{3+\lambda} \tag{55}$$

Ovalizarea critică reprezintă cea mai mare valoare a ovalizării și corespunde încărcării cu momentul încovoietor maxim. Ea caracterizează starea limită de deformație a liniei mediane a secțiunii transversale care precede fenomenul de aplatisare rapidă.

Din relația (55) rezultă că Δ_{cr} nu depinde de valoarea maximă a momentului încovoietor M aplicat și este foarte puțin afectată de valoarea presiunii interioare, de raza liniei mediane a secțiunii sau de grosimea peretelui. Într-adevăr, cum Δ_{cr} depinde de p, r și δ prin intermediul parametrului λ și cum pentru $\lambda = 0$, $\Delta_{cr} = -0{,}175$ iar pentru $\lambda = \infty$, $\Delta_{cr} = -0{,}180$, rezultă că ovalizarea critică nu depinde practic de presiune și de dimensiunile secțiunii transversale, avînd valoarea aproximativă de 18%.

Din formulele (24), (35), (36), (42) și (51), rezultă că efortul unitar normal din secțiunea transversală a secțiunii este maxim pentru $\theta = \frac{\pi}{2}$ și are expresia

$$\sigma_{max} = \frac{Er}{R}[1 + \Delta] \tag{56}$$

De aici rezultă că cea mai mare valoare a efortului unitar normal maxim din secțiunea transversală se atinge pentru starea critică de încărcare. Exprimînd curbura cu ajutorul relației:

$$\frac{1}{R} = \frac{\omega\delta}{3r^2}\sqrt{\frac{6+2\lambda}{1-\mu^2}} \tag{57}$$

obținută din formula (45), valoarea critică a efortului unitar normal σ_{max} se scrie:

$$\sigma_{cr} = \frac{E\delta}{3r}\sqrt{\frac{6+2\lambda}{1-\mu^2}}(1+\Delta_{cr})\,\omega_{cr} \approx 0{,}14\,\frac{E\delta}{r}\sqrt{\frac{6+2\lambda}{1-\mu\lambda}} \tag{58}$$

Se observă că acest efort unitar este o caracteristică a tubului considerat; el depinde de natura materialului, de raportul dintre grosimea peretelui și raza liniei mediane precum și de presiunea din interiorul tubului.

Din relația (58) rezultă că, pentru a evita atingerea stării critice de deformație — adică pierderea stabilității formei geometrice a liniei mediane a secțiunii transversale — în zona de lucru a materialului, este necesar ca efortul unitar critic să fie mai mare decît cel mai mare efort unitar admis în material, adică $\sigma_{cr} > \sigma_a$. Cum cazul cel mai defavorabil este acela în care lipsește presiunea interioară, rezultă condiția:

$$\frac{\delta}{r} \geqslant \frac{3\sigma_a}{E}\sqrt{1-\mu^2} \tag{59}$$

Pentru un oțel de rezistență medie cu $E = 21.10^6\ N/cm^2$, și $\mu = 0{,}3$ la care se recomandă $\sigma_a = 14000\ N/cm^2$ rezultă $\frac{\delta}{r} \geqslant \frac{1}{500}$. Dacă este necesar ca secțiunea transversală să prezinte ovalizări sensibil mai mici decît ovalizarea critică se recomandă pentru raportul $\frac{\delta}{r}$ valori mai mari, de exemplu $\frac{\delta}{r} \geqslant \frac{1}{100}$ sau $\frac{\delta}{r} \geqslant \frac{1}{50}$ în funcție de starea de tensiune produsă în tub de către sarcinile pe care acesta le suportă.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *S. P. Timoshenko, J. M. Gere*, Teoria stabilității elastice, Editura tehnică, București, 1967.
2. *J. D. Wood*, The Flexure of a Uniformly Pressurized Circular Cylindrical Shell, Journal of Applied Mechanics, vol. 25, 1958.
3. *P. G. Kafka, M. B. Dumm*, Stiffnes of Curved Circular Tubes With Internal Pressure, Journal of Applied Mechanics, vol. 23, 1956.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z. : 521.914

IMPACTUL CA SURSA DE VIBRAȚII LA FREZAREA FRONTALĂ DE FINISARE — II*

Z. DUCA, I. GHEORGHE, AL. DORIN, FL. IONESCU

În prima parte a lucrării s-a stabilit legătura dintre unghiul de degajare optim $\bar{\gamma}_{opt}$ și raportul $\frac{H}{R_v}$ precum și relațiile de calcul ce decurg din aceasta, pentru determinarea unghiurilor constructive ale dinților frezei, în sistemul său de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ și a unghiurilor constructive proprii ale cuțitelor demontabile, ce formează dinții frezei.

În această lucrare ne propunem, să stabilim expresia analitică de calcul a forțelor de așchiere la impact, ca funcție de tipul de impact și

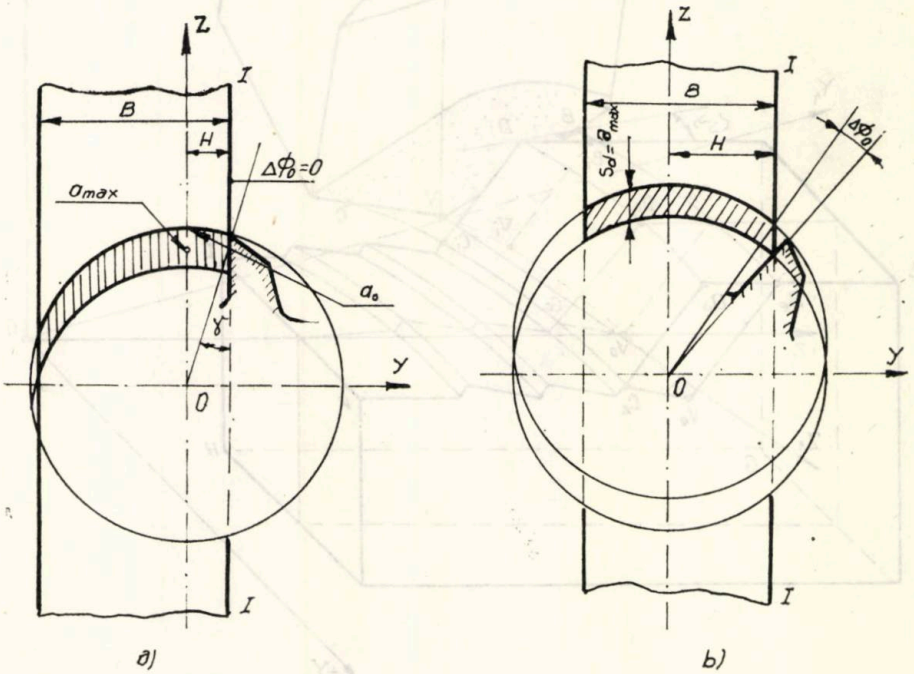


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 10 sept. 1972

de raportul $\frac{H}{R_v}$. Forţa de aşchiere creşte, din momentul contactului dintelui frezei cu materialul ce se prelucrează, pînă în momentul pătrunderii acestuia în aşchia de grosime a_0, cu valori apreciabile, corespunzătoare poziţiei iniţiale a semifabricatului în raport cu axa frezei (fig. 1).

Intrarea dinţilor frezei în adaosul de prelucrare, are loc deci cu şoc, determinat de creşterea bruscă a forţei de aşchiere. Mărimea şocului la impact poate fi exprimată ca fiind creşterea forţei de aşchiere în raport cu timpul de pătrundere a tăişului în aşchie pînă la secţiunea „a_0", sau ceea ce este echivalent, în raport cu unghiul $\Delta\Phi_0$ parcurs în timpul de pătrundere (fig. 1).

Dacă se consideră, cu aproximaţie, că în fiecare caz de impact (fig. 2) forţa de pătrundere în aşchie creşte în acelaşi mod, atunci o eva-

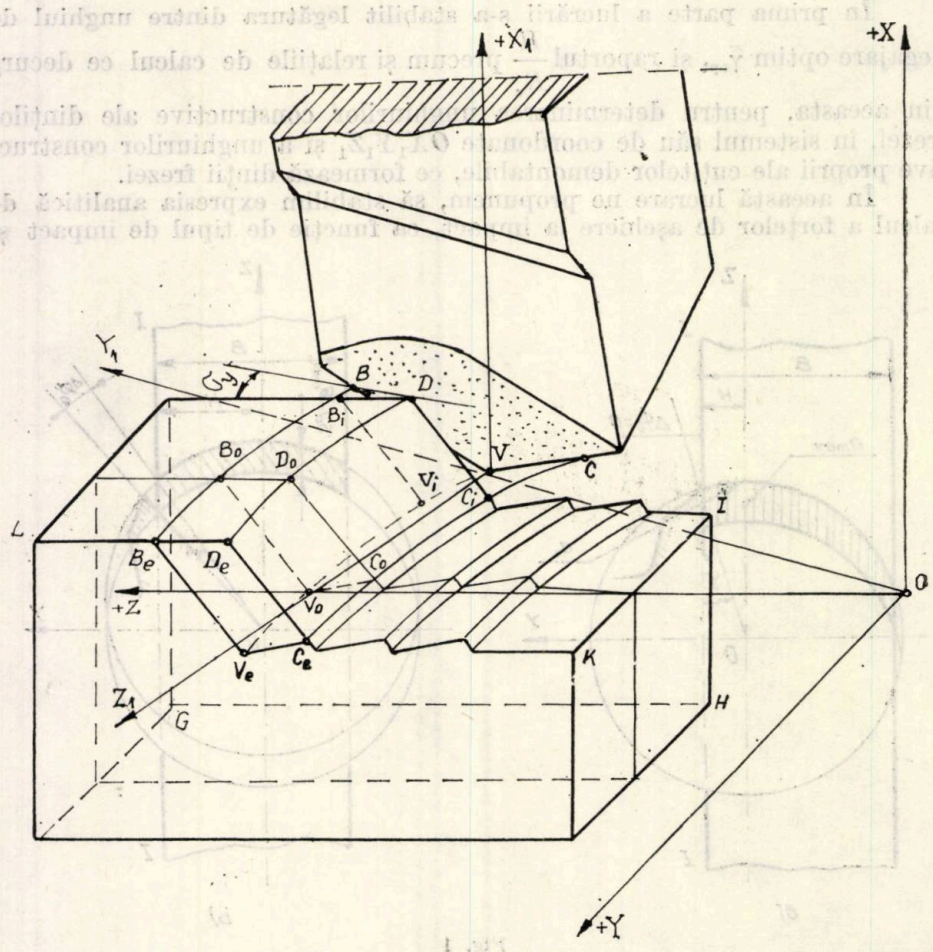


Fig. 2

luare a mărimii șocului pentru diferitele tipuri de contact, se poate face comparînd mărimile arcelor Φ_{intr} și $\Phi_{pătr}$ și anume :

$$\Delta\Phi = \Phi_{intr} - \Phi_{pătr} \tag{1}$$

în care :

Φ_{intr} este unghiul polar al punctului de impact

$\Phi_{pătr}$ — unghiul polar al punctului de pe tăișul aflat în poziție de impact, care în urma rotirii frezei cu $\Delta\Phi$ va pătrunde ultimul în așchie.

De exemplu, în cazul impactului în punctul B_i (fig. 3) se observă că punctul C, pentru care unghiul polar $\Delta\Phi$ este cel mai mare în raport cu

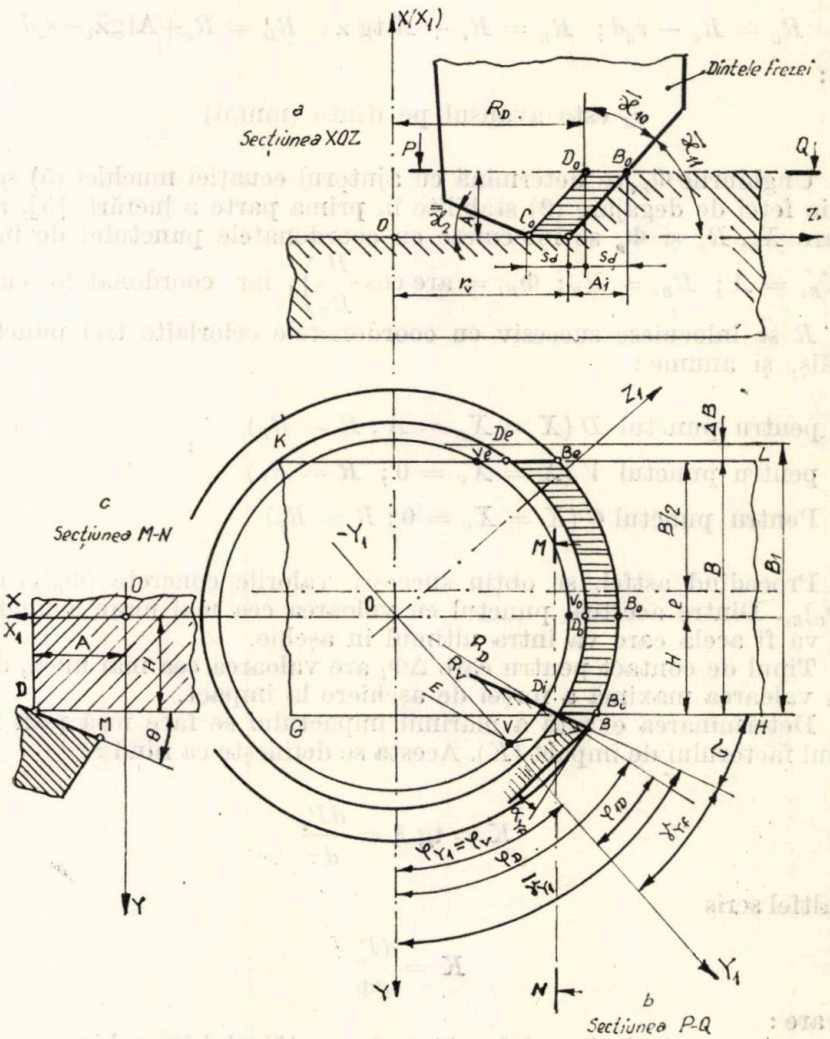


Fig. 3

raza vectoare OB_i, va intra ultimul în aşchie astfel încît :

$$\Delta\Phi_{B_i} = \Phi_{B_i} - (\Phi_C)_{B_i} \tag{2}$$

Unghiurile punctelor de impact sînt cunoscute ca provenind din :

$$\cos\Phi_{B_i} = \frac{H}{R_B};\ \cos\Phi_{D_i} = \frac{H}{R_D};\ \cos\Phi_{C_i} = \frac{H}{R_C};\ \cos\Phi_{V_i} = \frac{H}{R_V} \tag{3}$$

razele R_B, R_D, R_C pot fi şi ele determinate în raport cu raza R_v, aleasă arbitrar, şi anume :

$$R_C = R_v - s_d d;\ R_B = R_v + A\,\mathrm{tg}\,\bar{\varkappa};\ R_D = R_v + A\,\mathrm{tg}\,\bar{\varkappa}_1 - s_d d \tag{4}$$

unde :

s_d este avansul pe dinte (mm/d)

Unghiurile Φ_{Bi} se determină cu ajutorul ecuaţiei muchiei (5) sau cu relaţia feţei de degajare (2) stabilite în prima parte a lucrării [5], relaţii în care X_p, R_p şi Φ_p se înlocuiesc cu coordonatele punctului de impact $B_i\left(X_{Bi} = A;\ R_{Bi} = R_B;\ \Phi_{Bi} = \mathrm{arc}\cos\frac{H}{R_B}\right)$, iar coordonatele curente X şi R se înlocuiesc succesiv cu coordonatele celorlalte trei puncte de pe tăiş, şi anume :

pentru punctul $D\ (X = X_D = A;\ R = R_D)$
pentru punctul $V\ (X = X_V = 0;\ R = R_V)$ (5)
Pentru punctul $C\ (X = X_C = 0;\ R = R_C)$

Procedînd astfel, se obţin succesiv valorile concrete $(\Phi_D)_{Bi}$ $(\Phi_V)_{Bi}$ şi $(\Phi_C)_{Bi}$. Dintre acestea, punctul cu valoarea cea mai mare a unghiului $(\Phi)_{Bi}$ va fi acela care va intra ultimul în aşchie.

Tipul de contact pentru care $\Delta\Phi_i$ are valoarea cea mai mică, determină valoarea maximă a forţei de aşchiere la impact.

Determinarea exactă a mărimii impactului se face însă prin intermediul factorului de impact (K). Acesta se defineşte ca fiind :

$$K = \mathrm{tg}\,\xi = \frac{dP_z}{d\tau} \tag{6}$$

sau altfel scris

$$K = \frac{dP_z}{d\Phi} \tag{7'}$$

în care :

τ — reprezintă timpul de pătrundere a tăişului în aşchie.

Factorul de impact (K) exprimat prin relaţiile (6 şi 7) reprezintă mărimea unghiului de pantă a curbei de variaţie a forţei de aşchiere, în perioada premergătoare pătrunderii tăişului în aşchia de secţiune maximă (a_{max}). Ne este cunoscută relaţia generală de calcul a forţei de aşchiere [1, 2], şi anume:

$$dP_z = \Phi s_s \cdot db \cdot da \tag{8}$$

în care:

p_s este apăsarea specifică de aşchiere $\left(\frac{daN}{mm^2}\right)$ şi are expresia [1; 2]

$$p_s = \frac{k}{a^{\mu} b^{\nu}} \tag{9}$$

a — grosimea aşchiei (mm);
b — lăţimea aşchiei (mm);
db — lăţimea elementară de aşchie, egală cu lungimea unui element db al muchiei principale VB a tăişului (fig. 2);
da — grosimea elementară de aşchie.
Elementul de muchie „db" se poate exprima prin relaţia:

$$db = \sqrt{dX_m^2 + d\,Y_m^2 + dZ_m^2} = \sqrt{dX_m^2 + R_m^2 d\Phi^2 + dR^2} \tag{10}$$

sau altfel scris:

$$db = d\Phi \sqrt{R_m^2 + \left(\frac{dR}{d\Phi}\right)_m^2 + \left(\frac{dX}{d\Phi}\right)_m^2} \tag{10'}$$

iar grosimea elementară de aşchie se poate scrie, ca fiind:

$$da = da_{max} \sin \Phi \tag{11}$$

unde:

da_{max} este grosimea elementară de aşchie pentru $\Phi = \frac{\pi}{2}$ (în secţiunea *Bo Co Vo Do*, figura 3),
care mai poate fi scrisă:

$$da_{max} = \frac{dX}{\sin \bar{\varkappa}_1} \tag{11'}$$

În final, făcînd înlocuirile respective, grosimea elementară de aşchie pentru un unghi curent Φ va fi:

$$da_{\Phi} = \frac{dX}{\sin \bar{\varkappa}_1} \sin \Phi \tag{12}$$

Componentele expresiei (10') se pot determina observînd că, raza R_m (la muchie) poate fi exprimată ca funcţie de coordonată X, astfel :

$$R_m = R_v + X \operatorname{tg} \bar{\varkappa}_1 \tag{13}$$

După derivare obţinem :

$$\left(\frac{dR}{dX}\right)_m = \operatorname{tg}\bar{\varkappa}_1 = e \tag{14}$$

şi

$$\frac{dR}{d\Phi} = 0 \tag{15}$$

iar

$$\left(\frac{dX}{d\Phi}\right)_m = \frac{1}{\left(\frac{d\Phi}{dX}\right)_m} \tag{16}$$

Unghiul Φ_m, determinat în prima parte a lucrării [5], are expresia :

$$\Phi_m = \operatorname{ar\,ccos}\left[\frac{R_p \cos \Phi_p + \frac{\bar{b}_m}{\bar{a}_m}(X_m - X_p)}{R}\right] \tag{17}$$

în care :

$$R = R_v + eX$$

relaţie care după derivare devine :

$$\left(\frac{dX}{d\Phi}\right)_m = \frac{b_m(R_v + eX_m) + a_m e R_p \cos \Phi_p}{(R_v + eX)\sqrt{a_m^2 R_v + eX)^2 - [a_m R_p \cos\Phi_p + b_m(X_m - X)^2]}} \tag{18}$$

Făcîndu-se notaţiile :

$$M = b_m (R_v + e X_m) + a_m e R_p \cos \Phi_p$$

$$F_1(X) = R_v + e X \tag{19}$$

$$F_2(X) = \sqrt{a_m^2 (R_v + eX)^2 - [a_m R_p \cos \Phi_p + b_m(X_m - X)^2]}$$

relaţia (18) devine :

$$\left(\frac{d\Phi}{dX}\right)_m = \frac{M}{F_1(X) \cdot F_2(X)} \tag{20}$$

sau

$$\left(\frac{dX}{d\Phi}\right)_m = \frac{F_1(X)\cdot F_2(X)}{M} \tag{21}$$

Cu relaţiile (10'), (12), (14), (15) revenim în expresia forţei P_z (8) şi obţinem :

$$dP_z = \frac{k}{a^{\mu}b^{\nu}} \frac{dX}{\sin\bar{\varkappa}_1} \sin^{1-\mu}\Phi\, d\Phi \sqrt{R_m^2 + \frac{F_1^2(X)\,F_2^2(X)}{M^2}} \tag{22}$$

în care :

$$\begin{aligned} a &= \cos\bar{\varkappa}\cdot\cos\bar{\lambda} \\ b &= \cos\bar{\lambda}\cdot\sin\bar{\varkappa} \end{aligned} \tag{23}$$

Forţa „P_z„ la pătrunderea cuţitului în aşchie cu şoc, devine :

$$P_{z\ \text{pătr}} = C\iint\sqrt{R_m^2 + \frac{F_1^2(X)\cdot F_2^2(X)}{M^2}}\, dX \sin^{1-\mu}\Phi\, d\Phi \tag{24}$$

iar factorul de impact va fi :

$$K = \frac{dP_z}{d\Phi} = C\sin^{1-\mu}\Phi \int\sqrt{R_m^2 + \frac{F_1^2(X)\cdot F_2^2(X)}{M^2}}\, dX \tag{25}$$

După integrare, factorul de impact (K) poate fi reprezentat grafic în funcţie de raportul $\left(\frac{H}{R_v}\right)$. Aceasta, pentru a arăta că la fiecare tip de impact (1, 2, 3, 4, 5) există un raport optim $\left(\frac{H}{R_v}\right)$, pentru care factorul de impact (K) este minim, şi că acesta din urmă variază în funcţie de tipul impactului, pentru diferitele valori ale raportului $\left(\frac{H}{R_v}\right)$.

Scopul urmărit, a fost acela de a determina valoarea lui $\left(\frac{H}{R_v}\right)$ pentru obţinerea tipului de impact optim (K minim ; respectiv, vibraţii forţate reduse), punînd însă condiţia (conform fig. 7 parta I-a) ca acesta să asigure totodată şi unghiul de degajare convenabil pentru realizarea procesului de aşchiere.

Catedrele de tehnologia construcţiei de maşini şi maşini-unelte scule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Duca, Z.* — Teoria sculelor aşchietoare. Editura tehnică, Bucureşti, 1967.
2. *Duca, Z.* — Bazele teoretice ale prelucrării pe maşini-unelte. Ed. didactică şi pegdagogică, Bucureşti 1969.
3. *Duca, Z.* — Contribuţie la calculul geometriei frezelor frontale cu cuţite. Construc. de maşini 19, nr. 4, 1967.
4. *Sişcov, V. D.* — Optimialnoe raspalojenie dogotovki otnositelne tverdesplavnoi torţivoi frezî. Stanki i instrument nr, 6, 1969.
5. *Duca, Z., Gheorghe, I. Dorin, Al. Ionescu, Fl.* — Impactul ca bursă de vibraţii la frezarea frontală de finisare. Partea I-a. în Buletinul Institutului politehnic, „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti nr. 5, 1973.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXV — 1973. Numărul 5

CENTRALE ELECTRICE

C.Z.: 621,313.322, 621.3.079

SISTEMUL DE ECUAȚII CARE CARACTERIZEAZĂ REGIMUL DE FUNCȚIONARE IN PARALEL A n BLOCURI GENERATOR-TRANSFORMATOR LEGATE PRINTR-O LINIE LA UN SISTEM DE PUTERE INFINITĂ*

H. LAZĂR, C. MUCICHESCU

I. — Considerații generale

Practica exploatării, precum și rezultatele obținute pe cale teoretică, au demonstrat influența favorabilă a sistemelor de reglare a excitației asupra stabilității statice a generatoarelor sincrone funcționînd în paralel cu un sistem electric de putere infinită.

Pentru un sistem electric avînd schema primară dată, se pune problema determinării legii de reglare a excitației și a parametrilor regulatoarelor, astfel încît să fie asigurată stabilitatea statică a ansamblului, față de un punct de funcționare inițial, ales arbitrar. Rezolvarea acestei probleme, cu importante implicații economice și fiabilistice, presupune stabilirea unui model matematic care să descrie comportarea sistemului electric menționat, în regim de mici oscilații.

În [6] s-a prezentat modelul matematic corespunzător sistemului format dintr-un generator sincron care debitează energia, prin intermediul unui transformator și al unei linii electrice, la barele unui sistem electric avînd o putere mult superioară puterii generatorului considerat. În [4] s-au determinat valorile coeficienților ecuațiilor care compun acest model matematic, în funcție de parametrii sistemului electric, iar în [5] s-a analizat influența diverselor sisteme de reglare a excitației asupra stabilității statice.

În cele mai frecvente situații însă, centralele sînt prevăzute cu mai multe generatoare lucrînd în paralel, fie direct pe bare, fie prin intermediul transformatoarelor, în cazul schemelor bloc generator-transformator. Avînd în vedere că locul de amplasare a barelor colectoare în cadrul centralei nu are o influență esențială asupra procesului

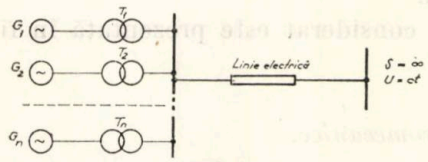


Fig. 1

* Manuscris predat redacției la data de 13 februarie 1973.

analizat, rezultă că, pentru a acoperi majoritatea configurațiilor reale, este necesar să se considere cazul unui sistem electric format din n blocuri generator-transformator cuplate prin intermediul unei linii la un sistem de putere infinită (fig. 1), adică la un sistem avînd o putere mult superioară puterii totale a grupurilor.

II. — Modelul matematic

În cele ce urmează se prezintă modelul matematic care descrie comportarea în regim de mici oscilații în jurul unui punct de funcționare inițial, ales arbitrar, a unui astfel de sistem electric.

În scrierea ecuațiilor s-au admis o serie de ipoteze simplificatoare

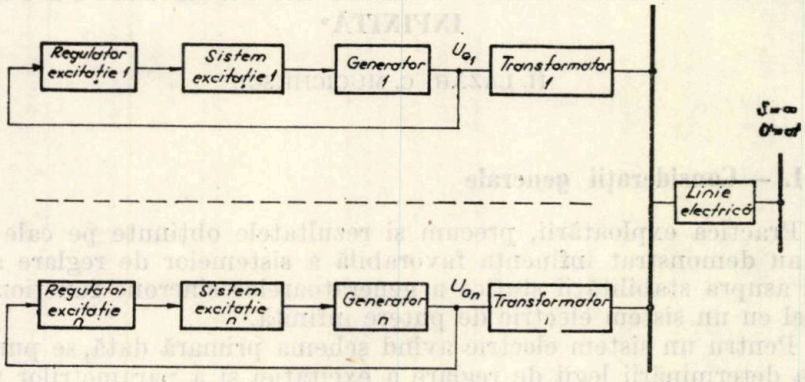


Fig. 2

utilizate în mod curent în literatura de specialitate, care, fără a afecta sensibil calitatea rezultatelor, au condus la o formă mai clară și mai ușor manevrabilă a modelului matematic.

Astfel, limitarea problemei la cazul micilor oscilații a permis liniarizarea ecuațiilor prin dezvoltare în serie Taylor a funcțiilor în jurul punctului de funcționare inițial și reținerea primilor doi termeni. S-a considerat că mașina sincronă nu este saturată, că se caracterizează prin simetria înfășurărilor statorice și prin repartiția sinusoidală a cîmpului magnetic în întrefier. De asemenea, s-au neglijat procesele tranzitorii din înfășurările statorice și implicit, rezistențele acestora. Asupra ecuațiilor diferențiale liniarizate s-a aplicat transformarea Laplace, operatorul derivării în raport cu timpul fiind notat prin s. Variațiile mărimilor în raport cu valorile de regim staționar s-au notat prin Δ.

Schema bloc a sistemului electric considerat este prezentată în figura 2.

II.—1. *Ecuațiile generatoarelor.*

II.—1.1. *Ecuațiile proceselor electromecanice.*

Considerînd că momentele de inerție ale agregatelor sînt constante și că, în regim staționar cuplurile dezvoltate de mașinile motoare sînt egalate de cuplurile electromagnetice ale generatoarelor, ecuațiile de miș-

care ale rotoarelor mașinilor pot fi scrise sub forma:

$$J_i s^2 \Delta\delta_i + \Delta P_{ei} = 0 \qquad (i = 1, \ldots n) \tag{1}$$

în care:

J_i este constanta de inerție a agregatului i,

δ_i este unghiul de decalaj al axei rotorului generatorului i în raport cu vectorul tensiunii sistemului receptor U (fig. 3);

P_{ei} este puterea electromagnetică dezvoltată de generatorul i.

Ecuațiile au fost scrise, așa cum se observă, în ipoteza că viteza de deplasare a rotorului se menține constantă.

Se consideră drept parametri independenți marimile δ_i și $E_{di}(i = 1, \ldots n)$, acestea din urmă fiind componentele pe axele d ale tensiunilor electromotoare. Variația puterii electrice a generatorului i în raport cu variațiile acestor parametrii are expresia:

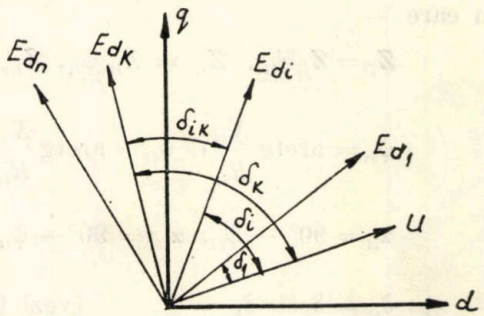


Fig. 3

$$\Delta P_{ei} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial P_{ei}}{\partial \delta_k} \Delta\delta_k + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial P_{ei}}{\partial E_{dk}} \Delta E_{dk}, \tag{2}$$

în care derivatele parțiale au valorile corespunzătoare regimului staționar inițial.

Cu notațiile

$$\frac{\partial P_{ei}}{\partial \delta_k} = S_{\delta_{ik}}$$
$$\frac{\partial P_{ei}}{\partial E_{dk}} = S_{E_{ik}} \tag{3}$$

relația (2) devine:

$$\Delta P_{ei} = \sum_{k=1}^{n} S_{\delta_{ik}} \Delta\delta_k + \sum_{k=1}^{n} S_{E_{ik}} \Delta E_{dk}. \tag{4}$$

Înlocuind (4) în (1), ecuațiile care reflectă procesele electromecanice din generatoare iau forma:

$$I_i s^2 \Delta\delta_i + \sum_{k=1}^{n} S_{\delta_{ik}} \Delta\delta_k + \sum_{k=1}^{n} S_{E_{ik}} E\Delta_{dk} = 0 \qquad (i = 1, \ldots n) \tag{5}$$

Determinarea coeficienților $S_{\delta_{ik}}$ și $S_{E_{ik}}$ în funcție de parametrii sistemului electric se face pornind dela relația de calcul a puterii electromagnetice a generatorului i funcționînd în paralel cu celelalte $n-1$ generatoare [3]:

$$P_{ei}=\frac{E_{di}^2}{Z_{ii}}\sin\alpha_{ii}+\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\frac{E_{di}E_{dk}}{Z_{ik}}\sin(\delta_{ik}-\alpha_{ik})+\frac{E_{di}U}{Z_{i,n+1}}\sin\delta_i, \tag{6}$$

în care

$$Z_{ii}=Z_{ii}|\underline{\psi_{ii}},\quad Z_{ik}=Z_{ik}|\underline{\psi_{ik}},\quad Z_{i,n+1}=Z_{i,n+1}|\underline{\psi_{i,n+1}}$$

$$\psi_{ii}=\operatorname{arctg}\frac{X_{ii}}{R_{ii}},\quad \psi_{ik}=\operatorname{arctg}\frac{X_{ik}}{R_{ik}},\quad \psi_{i,n+1}=\operatorname{arctg}\frac{X_{i,n+1}}{R_{i,n+1}}$$

$$\alpha_{ii}=90^\circ-\psi_{ii},\quad \alpha_{ik}=90^\circ-\psi_{ik},\quad \alpha_{i,n+1}=90^\circ-\psi_{i,n+1}$$

$$\delta_{ik}=\delta_i-\delta_k \qquad \text{(vezi fig. 3)}$$

Neglijînd pierderile active în generatoare, transformatoare și linie ($R_{ii}=R_{ik}=R_{n+1}=0$), schema de calcul corespunzătoare sistemului din fig. 1 se prezintă ca în fig. 4.

În acest caz, expresia (6) ia forma:

$$P_{ei}=\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\frac{E_{di}E_{dk}}{X_{ik}}\sin\delta_{ik}+\frac{E_{di}U}{X_{i,n+1}}\sin\delta_i \tag{7}$$

deoarece:

$$\psi_{ii}=\psi_{ik}=\psi_{i,n+1}=90^\circ$$

Pe baza expresiei (7) și ținînd cont de valoarea curentului furnizat

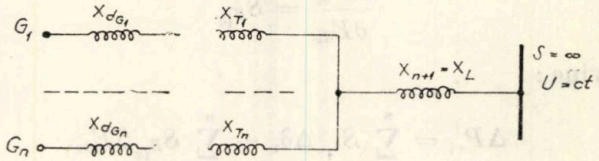


Fig. 4

de generatorul i [2]

$$I_{di}=\frac{E_{di}}{X_{ii}}-\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\frac{E_{dk}}{X_{ik}}\cos\delta_{ik}-\frac{U}{X_{i,n+1}}\cos\delta_i \tag{8}$$

se calculează coeficienții $S_{\delta_{ik}}$ și $S_{E_{ik}}$:

$$\text{a) } S_{\delta_{ii}} = E_{di}\left(\frac{E_{di}}{X_{ii}} - I_{di}\right)$$

$$\text{b) } S_{\delta_{ik}} = -\frac{E_{di}E_{dk}}{X_{ik}}\cos\delta_{ik} \tag{9}$$

$$\text{c) } S_{E_{ii}} = \frac{U}{X_{i,n+1}}\sin\delta_i + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\frac{E_{dk}}{X_{ik}}\sin\delta_{ik}$$

$$\text{d) } S_{E_{ik}} = \frac{E_{di}}{X_{ik}}\sin\delta_{ik}.$$

Introducînd expresiile (9) în (5) se obțin ecuațiile de mișcare ale rotoarelor agregatelor.

II.—1.2. *Ecuațiile proceselor electromagnetice din înfășurările rotorice.*

Din literatura de specialitate [3], rezultă:

$$(1+T_{d_0i}s)\Delta E_{di} - T_{d_0i}(X_{dGi} - X'_{dGi})s\Delta I_{di} = K_{dj}\Delta U_{fi} \quad (i=1,\ldots n) \tag{10}$$

în care:

T_{d_0i} este constanta de timp a înfășurării rotorice la funcționarea în gol a înfășurării statorice;
X_{dGi} este reactanța longitudinală a generatorului;
X'_{dGi} este reactanța tranzitorie longitudinală a generatorului;
I_{di} este componenta longitudinală a curentului statoric;
U_{fi} este tensiunea la ieșirea sistemului de excitație.

Variația valorii componentei longitudinale a curentului statoric se poate exprima într-o primă aproximație în funcție de variațiile parametrilor independenți δ_i și $E_{di}(i=1,\ldots n)$, în modul următor:

$$\Delta I_{di} = \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial I_{di}}{\partial\delta_k}\Delta\delta_k + \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial I_{di}}{\partial E_{dk}}\Delta E_{dk}. \tag{11}$$

Ținînd cont de (8), valorile derivatelor parțiale corespunzătoare punctului de funcționare inițial, se calculează conform relațiilor:

$$\frac{\partial I_{di}}{\partial\delta_i} = \frac{U}{X_{i,n+1}}\sin\delta_i + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\frac{E_{dk}}{X_{ik}}\sin\delta_{ik}; \quad \frac{\partial I_{di}}{\partial E_{di}} = -\frac{1}{X_{ii}}$$

$$\frac{\partial I_{di}}{\partial\delta_k} = -\frac{E_{dk}}{X_{ik}}\sin\delta_{ik} \quad ; \quad \frac{\partial I_{di}}{\partial E_{dk}} = -\frac{1}{X_{ik}}\cos\delta_{ik} \tag{12}$$

Introducînd aceste expresii în (11) şi considerînd relaţia astfel obţinută, ecuaţiile (10) iau forma :

$$(1 + T_{dii}s)\Delta E_{di} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n} T_{dik}s\Delta E_{dk} + N_{ii}s\Delta\delta_i + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n} N_{ik}s\Delta\delta_k = K_{di}\Delta U_{fi} \tag{13}$$

în care :

$$\text{a) } T_{dii} = T_{d_0 i}\left(1 - \frac{X_{dGi} - X'_{dGi}}{X_{ii}}\right) \quad \text{b) } T_{dik} = T_{d_0 i}\frac{X_{dGi} - X'_{dGi}}{X_{ik}}\cos\delta_{ik}$$

$$\text{c) } N_{ii} = -T_{d_0 i}(X_{dGi} - X'_{dGi})I_{gi} \quad \text{d) } N_{ik} = T_{d_0 i}\frac{X_{dGi} - X'_{dGi}}{X_k}E_{dk}\sin\delta_{ik} \tag{14}$$

$$\text{e) } I_{gi} = \frac{U}{X_{i,n+1}}\sin\delta_i + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\frac{E_{dk}}{X_{ik}}\sin\delta_{ik} \quad \begin{pmatrix} i = 1, \ldots n \\ k = 1, \ldots n;\ k \neq i \end{pmatrix}$$

II.-2 *Ecuaţiile sistemelor de excitaţie.*

Considerînd că sistemele de excitaţie sînt realizate cu maşini de curent continu, deci, prezintă o constantă de timp importantă, ecuaţiile au forma :

$$(1 + T_{fi}s)\Delta U_{fi} = K_{fi}\Delta U_{ri} \qquad (i = 1, \ldots n) \tag{15}$$

în care :

U_{fi} este tensiunea la bornele excitatoarei ;
T_{fi} este constanta de timp a excitatoarei ;
U_{ri} este mărimea de ieşire a regulatorului de excitaţie ;
K_{fi} este factorul de amplificare al excitatoarei.

În cazul în care sistemul de excitaţie este realizat cu elemente statice, se poate considera că răspunsul acestuia urmăreşte instantaneu variaţia mărimii de intrare, astfel că ecuaţia (15) ia forma :

$$\Delta U_{fi} = K_{fi}\Delta U_{ri} \qquad (i = 1, \ldots n) \tag{15'}$$

II.—3. *Ecuaţiile regulatoarelor de excitaţie.*

Forma cea mai generală a acestor ecuaţii, corespunzătoare unor regulatoare de tip PD_1D_2 controlînd mai mulţi parametri de regim sau combinaţii ale acestora, este :

$$\frac{A_i(s)}{B_i(s)}K_{R_i}\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial R_i}{\partial\delta_k}\Delta\delta_k + \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial R_i}{\partial E_{dk}}\Delta E_{dk}\right) + \frac{A'_i(s)}{B_i(s)}k'_R s\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial R'_i}{\partial\delta_k}\Delta\delta_k + \right. \tag{16}$$

$$\left. + \sum_{k=2}^{n}\frac{\partial R'_i}{\partial E_{dk}}\Delta E_{dk}\right) + \frac{A''_i(s)}{B_i(s)}k''_{R_i}s^2\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial R''_i}{\partial\delta_k}\Delta\delta_k + \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial R''_i}{\partial E_{dk}}\Delta E_{dk}\right) = \Delta U_{ri}$$

în care :

$\frac{A_i(s)}{B_i(s)}$, $\frac{A_i'(s)}{B_i(s)}$, $\frac{A_i''(s)}{B_i(s)}$ sînt coeficienţi operaţionali, a căror formă depinde de structura regulatorului [se menţionează că $A_i'(s)$ şi $A_i''(s)$ nu reprezintă derivatele funcţiei $A(s)$];

R_1, R_1', R_1'' sînt funcţii de mărimile de regim în raport cu care se realizează reglarea (se menţionează că R_i' şi R_1'' nu sînt derivatele funcţiei R);

K_{R_i}, K_{R_i}', K_{R_i}'' sînt factorii de amplificare ai regulatorului;

U_{ri} este semnalul furnizat la ieşirea regulatorului.

Sistemul format din ecuaţiile (5), (13), (15) şi (16) reprezintă modelul matematic pe baza căruia se poate face analiza stabilităţii statice a celor n generatoare, funcţionînd conform schemei din fig. 1. Modelul matematic se simplifică considerabil în cazul — frecvent întîlnit în practică — al generatoarelor identice, avînd acelaşi regim staţionar iniţial.

În acest caz, al coincidenţei parametrilor şi regimurilor generatoarelor, sînt valabile următoarele relaţii :

$$\text{a)}\ \delta_{ik} = \delta_i - \delta_k = 0$$

$$\text{b)}\ \Delta\delta_1 = \ldots = \Delta\delta_i = \ldots = \Delta\delta_n = \Delta\,\delta \qquad (17)$$

$$\text{c)}\ \Delta E_{d_1} = \ldots = \Delta E_{d_i} = \ldots = \Delta E_{d_n} = \Delta E_d$$

Ţinînd cont de aceste relaţii, modelul matematic al sistemului electric considerat se modifică după cum urmează în capitalele II—4, II—5 şi II—6.

II.—4 *Ecuaţiile generatoarelor.*

II.—4.1. *Ecuaţiile proceselor electromecanice.*

Coeficienţii $S_{E_{ik}}$ $(i \neq k)$ sînt egali cu zero (9—d) şi ca urmare ecuaţiile (5) iau forma :

$$J_i s^2 \Delta\delta_i + \sum_{k=1}^{n} S_{\delta_{ik}} \Delta\delta_k + S_{E_{ii}} \Delta E_{di} = 0 \qquad (i = 1, \ldots n) \qquad (18)$$

Coeficienţii S_{ik} şi $S_{E_{ii}}$ (9 b, c) au aceleaşi valori pentru toate generatoarele, deci ecuaţiile (18) sînt identice şi se pot înlocui indicii i şi k cu indicii 1 şi 2. Considerînd în plus şi relaţiile (17—b) şi (17—c), ecuaţia care descrie procesele electromecanice, valabilă pentru oricare din cele n generatoare, devine :

$$[J_1 s^2 + S_{\delta_{11}} + (n-1)\,S_{\delta_{12}}]\,\Delta\delta + S_{E_{11}} \Delta E_d = 0. \qquad (19)$$

Valorile coeficienţilor care intervin în această ecuaţie se calculează cu ajutorul relaţiilor (9) particularizate conform condiţiilor (17).

II.—4.2. *Ecuațiile proceselor electromagnetice.*

Coeficienții de tipul T_{dik} (14b) sînt egali între ei, iar coeficienții $N_{ik}(i \neq k)$ (14d) sînt nuli, pentru toate valorile indicilor i și k. Ecuațiile (13) devin:

$$(1 + T_{dii}s)\Delta E_{di} + T_{dik}s \sum_{k=1}^{n} \Delta E_{dk} + N_{ii}s\Delta\delta_i = k_{di}\Delta U_{fi} \quad (i=1,\ldots n) \quad (20)$$

Operînd înlocuirea indicilor, ca și la ecuațiile precedente, și ținînd cont de relațiile (17—b) și (17—c), se obține ecuația care descrie procesele electromagnetice din înfășurarea rotorică a oricăruia din cele n generatoare, sub forma:

$$[1 + T_{d_{11}}s + (n-1)T_{d_{12}}s]\Delta E_d + N_{11}s\Delta\delta = k_{d_1}\Delta U_f \quad (21)$$

Valorile coeficienților acestei ecuații se calculează conform relațiilor (14) și (17).

II.—5. *Ecuațiile sistemelor de excitație.*

Ecuația oricăruia din cele n sisteme de excitație are forma (15), în care indicele i se înlocuește prin 1:

$$(1 + T_{f_1}s)\,\Delta U_f = K_{f_1}\Delta U_r. \quad (22)$$

II.—6. *Ecuațiile regulatoarelor de excitație.*

Procedînd ca și în cazul ecuațiilor anterioare, se obține, pornind de la relația (16), ecuația care descrie comportarea regulatoarelor de excitație, valabilă pentru oricare din cele n sisteme de reglaj:

$$\frac{A_1(s)}{B_1(s)} K_{R_1} \left\{\left[\frac{\partial R_1}{\partial \delta_1} + (n-1)\frac{\partial R_1}{\partial \delta_2}\right]\Delta\delta + \left[\frac{\partial R_1}{\partial E_{d_1}} + (n-1)\frac{\partial R_1}{\partial E_{d_2}}\right]\Delta E_d\right\} +$$

$$+ \frac{A_1'(s)}{B_1(s)} K'_{R_1} s \left\{\left[\frac{\partial R_1'}{\partial \delta_1} + (n-1)\frac{\partial R_1'}{\partial \delta_2}\right]\Delta\delta + \left[\frac{\partial R_1'}{\partial E_{d_1}} + (n-1)\frac{\partial R_1'}{\partial E_{d_2}}\right]\Delta E_d\right\} + \quad (23)$$

$$+ \frac{A_1''(s)}{B_1(s)} K''_{R_1} s^2 \left\{\left[\frac{\partial R_1''}{\partial \delta_1} + (n-1)\frac{\partial R_1''}{\partial \delta_2}\right]\Delta\delta + \left[\frac{\partial R_1''}{\partial E_{d_1}} + (n-1)\frac{\partial R_1''}{\partial E_{d_2}}\right]\Delta E_d\right\} = \Delta U_r$$

Ecuațiile (19), (21), (22) și (23), considerate fiecare de n ori, alcătuiesc modelul matematic al sistemului electric din fig. 1, în cazul coincidenței parametrilor și regimurilor de funcționare ale generatoarelor.

Concluzii

1. — În lucrare se obține modelul matematic care descrie comportarea în regim de mici oscilații a unui sistem electric format din n genera-

toare sincrone, care lucrează în paralel pe barele unei centrale și debitează energia în sistem prin intermediul unei linii electrice.

2. — Din sistemul de ecuații obținut fac parte și ecuațiile regulatoarelor de excitație cu care sînt echipate generatoarele respective. Forma foarte generală sub care acestea sînt scrise permite trecerea la toate cazurile particulare care pot fi întîlnite în practică.

3. — În modelul matematic obținut sînt scoși în evidență acei parametri ai sistemelor de reglare a excitației, care influențează stabilitatea statică a sistemului. Această circumstanță permite celor ce îl vor utiliza să obțină stabilitatea sau rezerva de stabilitate prin ajustarea acelor parametri, a căror modificare nu implică eforturi tehnice sau materiale deosebite.

4. — Lucrarea se încheie prin stabilirea modelului matematic al cazului celui mai probabil întîlnit în practică, și anume cînd cele n generatoare sînt identice și au același regim staționar inițial. Pentru cazul particular considerat, modelul matematic obținut inițial se simplifică considerabil.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *G. V. Mihnevici, G. F. Kozlovski* — Ustoicivost i kacestvo perehodnîh proțesov sistema regulierovania vozbujdenia, Ed. Nauk, 1960
2. *V. A. Venikov* — Perehodnîe electromehaniceskie proțesî v electroceskih sistemah, Ed. Energhia, 1964.
3. P. S. Jdanov — Ustoicivost electriceskih sistem, Gosenergoizdat, 1948.
4. *H. Lazăr, C. Mucichescu ș. a.* — Metodologie și criterii de alegere a structuii și parametrilor sistemelor de reglare automată a excitației generatoarelor sicrone. Partea I-a, I. P. B. Centrul de cercetări energetice 1971.
5. *H. Lazăr, C. Mucichescu ș. a.* — Idem, Partea a II-a, 1972.
6. C. *Dinculescu, H. Lazăr* — Schemele bloc și funcțiile de transfer ale unui sistem electric pentru diferiți parametri de regim controlați, Buletinul I.P.B. Tom XXXII, nr. 4.
7. V. A. *Venikov. U. V. Litskens* — Matematiceskie osnovî teorii avtomoticeskovo upravlenia rejimami electrosistem. Izdatelstvo „Bîșșaia Școla" 1964

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

AUTOMATICĂ

C. Z.: 621—52

ANALIZA STABILITĂȚII UNUI SISTEM AUTOMAT NELINIAR CU MODULARE ÎN AMPLITUDINE *

COSTICĂ NITU

Pentru analiza stabilității sistemelor eșantionate neliniare se folosesc două grupe principale de metode. Prima grupă de metode reprezintă variante ale metodei V. M. Popov, iar a doua se bazează pe utilizarea metodei a doua a lui Leapunov, care cuprinde o serie de metode ce se deosebesc prin funcția adoptată și prin modul de descriere a sistemului eșantionat neliniar.

Dintre metodele de analiză a stabilității bazate pe extinderea metodei V. M. Popov, pentru sistemele eșantionate, cele mai cunoscute sînt criteriul Țîpkin și criteriul Jury, apărute aproximativ simultan [2]. Aceste două criterii se deosebesc prin faptul că primul consideră instalația automatizată fără un pol în origine, în timp ce conform criteriului Jury funcția de transfer a părți fixe poate avea un pol în origine. Criteriul Jury prevede necesitatea ca neliniaritatea să îndeplinească o serie de condiții prin care se impune : funcția neliniară să se găsească într-un sector determinat de factorul maxim de amplificare, să treacă prin origine și să aibă coeficientul de amplificare în curent alternativ de valoare limitată. Considerînd că partea liniară este continuă și că are un element integral, atunci criteriul Jury se formulează astfel : un sistem neliniar eșantionat, aparținînd clasei delimitate mai înainte, este absolut stabil dacă există un asemenea număr pozitiv q încît inegalitatea

$$R_e Y(Z)[1 + q(Z-1)] + \frac{1}{K} - \frac{Kq}{2}[(z-1)Y(Z)]^2 \geqslant 0 \qquad 1$$

să fie satisfăcută pe cercul de rază unitate. În relația 1 prin $Y(Z)$ s-a notat transformata Z a funcției de transfer a părții fixe, iar prin q un număr pozitiv. Dacă în criteriul lui Jury se condsideră $q = 0$ atunci se obține criteriul Țîpkin. Utilizarea criteriilor de stabilitate Jury și Țîpkin are avantajul că limitele de stabilitate astfel obținute sînt mai largi decît cele obținute după metoda a doua a lui Leapunov. Un avantaj al criteriului Țîpkin îl constituie faptul că acesta permite determinarea gradului de stabilitate, adică se poate determina în ce limite de variație a parametrilor funcției de transfer a părții fixe sistemul este stabil.

* Manuscris predat redacției la data de 27 octombrie 1972.

Avînd ca bază utilizarea metodei a doua a lui Leapunov sînt mai cunoscute două criterii : criteriul Kalman-Bertram şi criteriul Wegrzyn-Vidal. Astfel criteriul Kalman-Bertram consideră sistemul discret descris de o ecuaţie în diferenţe finite.

$$X(t_{k+1}) = h\,X\,(t_k) \quad \text{unde} \quad h\,(0) = 0 \qquad 2$$

Acest criteriu se formulează astfel : dacă h este o contracţie pentru toţi x şi pentru o normă, atunci sistemul descris de ecuaţia în diferite finite este asimptotic stabil şi există o funcţie Leapunov :

$$V(X) = \|X\|$$

unde prin $\|X\|$ s-a notat norma lui X. Pentru acest criteriu, în cazul anumitor sisteme, au fost formulate variante sub formă simplificată. Criteriul Wegrzyn-Vidal, prevede că sistemul este descris de o ecuaţie în diferenţe finite de ordinul m, avînd coeficienţii $f_1 \ldots f_m$ funcţii de $X_n \ldots X_{n+m-1}$ şi de n;

$$X_{m+n} - f_1 \cdot X_{n+m-1} + \ldots + f_m \cdot X_n = 0$$

Criteriul se formulează astfel: Funcţia

$$V(X_{n+m} \ldots X_n) = V = \sum_{K=N}^{n+m-1} (1 - \nu) \cdot |X_k| -$$

$$- \sum_{K=N}^{n+m-2} |f| \cdot |X_k| \cdot \sum_{K=N}^{n-1} |f_n| \cdot |X_k|$$

este o funcţie Leapunov dacă n fiind superior lui N, este posibil de a găsi un număr pozitiv ν astfel ca inegalitatea

$$\nu < 1 - \sum_{f=f_1}^{f_m} |f|$$

să fie verificată . Această condiţie devine în acest caz o condiţie de stabilitate asimptotică.

În prezenta lucrare va fi analizată clasa sistemelor eşantionate în care regulatorul este astfel construit încît sistemul să aibe performanţe mai bune. În acest scop regulatorul are factorul de amplificare dependent de eroarea de reglare [6]. Pentru exemplificare vom considera că se utilizează metoda funcţiei de pondere prin care se introduce următoarea dependenţă a factorului de amplificare K_R de eroarea $\varepsilon[nT]$

$$K_R = \frac{1}{K} |\,\varepsilon\,(nT)\,| \cdot [1 \pm C\,(1 + e^{-\frac{N[nT]}{l \cdot T_1}})]$$

unde K, C, f și T_1 sînt niște constante caracteristice variantei constructive de realizare a dependenței [7], iar $N[nT]$ este eroarea sub formă numerică. Sistemele eșantionate neliniare, obținute prin introducerea metodelor de îmbunătățire a performanțelor, au următoarele particularități :

1.) Neliniaritățile introduse în mod intenționat în circuitul principal al sistemului de reglare sînt descrise analitic prin funcții neliniare relativ simple și îndeplinesc condițiile preconizate la enunțarea criteriului Jury și Țîpkin. De asemeni sistemul automat eșantionat neliniar poate fi descris de o ecuație în diferențe finite, așa cum prevede criteriul de stabilitate Wegrzyn-Vidal.

2.) Neliniaritățile introduse reprezintă niște cazuri particulare, cînd factorul de amplificare este totdeauna pozitiv și cu valoare maximă limitată prin condițiile de stabilitate.

Avînd în vedere forma particulară a neliniarităților introduse în sistemul eșantionat, faptul că este necesar să se studieze condițiile de stabilitate atunci cînd mărimea de comandă reprezintă impulsuri modulate în amplitudine și că este mai simplu atunci cînd sistemul analizat este descris printr-o ecuație în diferențe finite, pentru analiza stabilității s-a adoptat criteriul Wegrzyn-Vidal. Avînd în vedere particularitățile menționate se vor studia condițiile de stabilitate pentru cazul cînd funcția de transfer a părții fixe are forma :

$$Y_f(S)=K_E\frac{K_{iT}}{1+s\cdot T_f}=\frac{K_f}{1+s\cdot T_f} \qquad 4$$

unde s-a notat $K_f = K_E \cdot K_{I\cdot T}$. În continuare stabilitatea sistemului automat se va studia pentru diferite tipuri de regulatoare automate.

1. Regulator automat proporțional

Utilizînd metoda transformatei Z pentru determinarea ecuației în diferențe finite a sistemului cu funcția de transfer a părții fixe (4) se obține [3] :

$$X_e[(n-1)\,T] = X_e[nT]\cdot e^{-\frac{T}{T_f}} + X_c[nT]\,K_f(1+e^{-\frac{T}{T_f}}) \qquad 5$$

În cazul regulatorului numeric proporțional cu modularea în amplitudine a mărimii de comandă există relația [5].

$$X_c[nT]=K_{NA}\cdot N[nT]\cdot \operatorname{sign}\varepsilon[nT]=K_{NA}\cdot P\cdot f(\varepsilon[nT])=K_{NA}\cdot F(\varepsilon[nT]) \qquad 6.a$$

unde $P = \operatorname{sig} n\,\varepsilon\,[nT]$

$$F(\varepsilon[nT]) = P\cdot f(\varepsilon[nT]) \qquad 6b$$

Prin K_{NA} s-a notat coeficientul de proporționalitate al convertorului numeric analogic, iar prin $f(\varepsilon[nT])$ o funcție neliniară de eroare : $N[nT]=$

$= f(\varepsilon[nT])$. Pentru neliniaritățile introduse prin metoda funcției de pondere și pentru mărimi de referință zero ($x_i = 0$) sînt valabile relațiile:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon[nT] &= -X_e[nT] \\ N[nT] &= f(\varepsilon[nT]) = -f(X_e[nT]) \end{aligned}\right\} \quad 7$$

Înlocuind ecuațiile 6.a și 7 în ecuația de diferențe finite 5 și grupînd termenii, se obține:

$$X_e[(nT)T] + X_e[nT] \cdot \left\{ -e^{-\frac{T}{T_f}} + T_{NA} \cdot K_f \cdot (1 - e^{-\frac{T}{T_f}}) \cdot \frac{F(X_e[nT])}{X_e[nT]} \right\} = 0$$

Dacă utilizăm notațiile:

$$K_{NA} K_f = K_1 \quad \text{și} \quad e^{-\frac{T}{T_f}} = A = \text{const.}$$

atunci ecuația în diferențe finite devine

$$X_e[(n+1)T] + X_e([nT] \left\{ -A + K_1 \cdot (1 - A) \cdot \frac{F(X_e[nT])}{X_e[nT]} \right\} = 0$$

Utilizînd criteriul de stabilitate ales, se obține următoarea condiție pentru alegerea parametrilor regulatorului:

$$\left| -A + K_1 \cdot (1 - A) \cdot \frac{F(X_e)[nT])}{X_e[nT]} \right| < 1$$

Avînd în vedere particularitățile specificate, se obține relația:

$$-A + K_1 (1 - A) \cdot \frac{F(X_e[nT])}{X_e[nT]} < 1.$$

Din această inegalitate se găsește condiția care delimitează valoarea maximă a factorului de amplificare.

$$\frac{F(X_e[nT)]}{X_e[nT]} < \frac{1 + A}{K_1 (1 - A)} \quad 8$$

Dacă se dorește să se analizeze stabilitatea în raport cu eroarea, conform relației 7, condiția de stabilitate 8 se scrie sub forma (pentru $x_i = 0$):

$$\frac{F(\varepsilon[nT])}{\varepsilon[nT]} < \frac{1 + A}{K_1 (1 - A)}$$

Relația 9 este valabilă atunci cînd sistemul automat are reacție unitară. În cazul metodei funcției de pondere [7], funcția neliniară, conform relației 8 și notației utilizate în relația 6, are forma:

$$f(\varepsilon[nT]) = \frac{f}{K} \cdot |\varepsilon[nT]| \cdot [1 + C(1 - e^{-\frac{N[nT]}{f \cdot T_1}})] \qquad 10$$

Înlocuind relațiile 10 și 6 în relația 9, care reprezintă condiția de stabilitate, se obține

$$\frac{f}{K} \cdot [1 \pm C(1 + e^{-\frac{N[nT]}{f \cdot T_1}})] < \frac{1 + A}{K_1(1 - A)} \qquad 11$$

Dacă se utilizează următoarea notație

$$\frac{K}{f \cdot K_1} = \frac{1}{K_2}$$

unde k, este o constantă atunci inegalitatea 11 se poate scrie sub forma

$$1 \pm C \cdot (1 - e^{-\frac{N[nT]}{f \cdot T_1}}) < \frac{1 + A}{K_2(1 - A)} \qquad (12)$$

Se observă că deoarece sistemul este neliniar, condiția de stabilitate include o variabilă N, care caracterizează starea sistemului. Vom analiza detaliat numai cazul cînd în relația 12 avem semnul plus. Dacă se consideră că parametrii A și C sînt niște constante, atunci pentru diferite valori ale constantei de timp T_1, în planul (N, K_2) se obține domeniul de stabilitate (fig. 1). În acest scop se determină coordonatele unor puncte caracteristice. În acest grafic s-au marcat următoarele puncte caracteristice, (fig. 1)

$$K_3 = \lim_{N \to 0} \frac{1 + A}{(1 - A)[(1 + c \cdot (1 - e^{-\frac{N}{T_1 \cdot f}})]} = \frac{1 + A}{1 - A}$$

$$K_4 = \lim_{N \to \infty} \frac{1 + A}{(1 - A)[(1 - C(1 - e^{-\frac{N}{T_1 \cdot f}})]} = \frac{1 + A}{(1 - A)(1 + C)}$$

Deoarece $c > 0$ rezultă inegalitatea $K_3 \geqslant K_4$. Din graficul prezentat se observă că atunci cînd constanta de timp T_1 crește, domeniul de stabilitate se mărește. Într-adevăr pentru $T_1'' > T_1'$ și $N = \text{const.}$, utilizînd notațiile :

$$K_2'' = \frac{1 + A}{(1 - A)(1 + C(1 - e^{-\frac{N[nT]}{f \cdot T_1''}}))}; \quad K_2' = \frac{1 + A}{(1 - A)[1 + C(1 - e^{-\frac{N[nT]}{f \cdot T_1'}})]}$$

se observă că totdeauna $K_2'' > K_2'$. În *fig. 2* se prezintă variația domeniului de stabilitate pentru diferite valori ale factorului de amplificare „c" a circuitului auxiliar. Astfel cu creșterea factorului de amplificare a

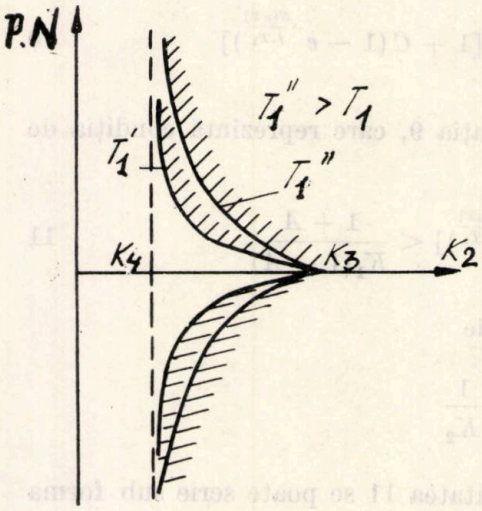


Fig. 1

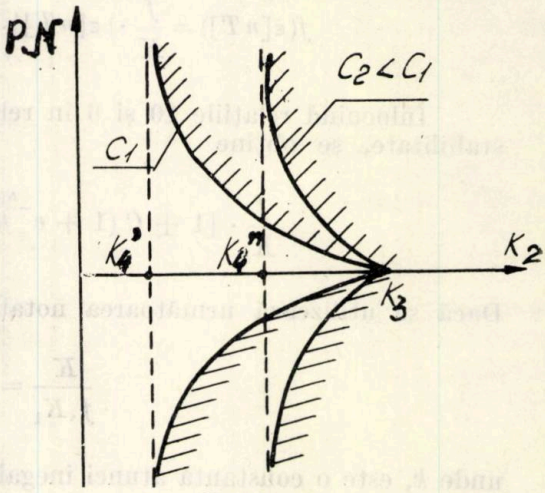


Fig. 2

circuitului auxiliar, domeniul de stabilitate se micșorează. Într-adevăr, dacă $C_1 > C_2$ utilizînd notațiile (pentru $N \to \infty$)

$$K_4' = \frac{1+A}{(1-A)(1+C_1)}; \quad K_4'' = \frac{1+A}{(1-A)(1+C_2)}$$

se observă că $K_4'' > K_4'$.

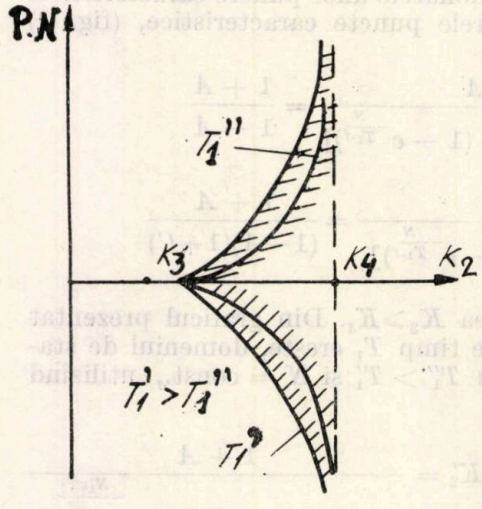


Fig. 3

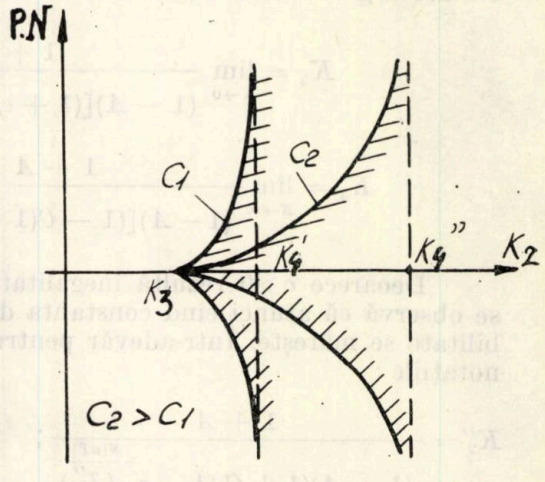


Fig. 4

Domeniul de stabilitate, în cazul semnului minus în relația 12, este prezentat în fig. 3 pentru diferite valori ale constantei de timp T_1, iar în fig. 4 pentru diferite valori ale factorului de amplificare C. Din aceste grafice rezultă că domeniul de stabilitate depinde de valorile parametrilor T_1 și C .

2. Regulator automat proporțional — integral

Cunoscînd funcția de transfer a regulatorului automat și a părții fixe a sistemului de reglare, funcția de transfer a sistemului deschis este [5]:

$$Y(Z) = \frac{X_e(Z)}{P \cdot N(Z)} = Y_R(Z) \cdot Y_f(Z) = \frac{C_1 Z + C_2}{Z - 1} \cdot K_f \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T}{T_f}}}{Z - e^{-\frac{T}{T_f}}} \tag{13}$$

Utilizînd metoda transformatei Z pentru obținerea ecuației în diferențe finite, din ecuația 13 se obține

$$\begin{aligned} &X_e[(n+2)T] - X_e[(n+1)T].(1+A) + A.X_e[nT] = \\ &= P.C_1.K_f.(1-A).N[(n+1)T] + C_1.K_f(1-A)N.nT] \end{aligned} \tag{14}$$

unde s-a notat $A = e^{-\frac{T}{T_f}}$. Deoarece în cazul regulatorului numeric analizat eroarea sub formă numerică este definită prin relațiile 6, c și 7, înlocuind în 14 se obține:

$$X_e[(n+2)T] + X_e([n+1)T] \cdot \left\{ -1 - A - C \cdot K_f \cdot (1-A) \frac{F(X_e[(n+1).T])}{X_e(n+1).T} \right\} +$$

$$+ X_e[nT] \cdot \left\{ (A + C.K_f \cdot (1-A) \frac{F(X_e[nT])}{X_e[nT]} \right\} = 0$$

Folosind criteriul de stabilitate ales se obține următoarea condiție de stabilitate:

$$\left| -D + K_1.K_3 \frac{F(X_e[(n+1)T])}{X_e[(n+1)T]} \right| + \left| A + K_2.K_3 \frac{F(X_e[nT])}{X_e[nT]} \right| < 1$$

unde s-au folosit notațiile $-D = 1 + A$; $K_1 = C_1 \cdot K_f$; $K_2 = C_2 \cdot K_f$; $K_3 = 1 - A$. Utilizînd particularitățile menționate pentru sistemele analizate, în mod identic ca la exemplul precedent, se poate obține o inegalitate care să definească valoarea maximă a factorului de amplificare. Folosind inegalitatea astfel obținută se pot trasa curbele care delimitează domeniile de stabilitate în planul a doi parametrii, pentru diferite valori ale diferitelor constante.

În mod identic se pot determina condiţiile de stabilitate atunci cînd regulatorul este de tipul PID. În acest caz funcţia de transfer a sistemului deschis este [5]

$$Y_{(z)} = \frac{X_e(Z)}{PN(Z)} = \frac{C_1Z^2 + C_2Z + C_3}{Z(Z-1)} \cdot K_f \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T}{T_f}}}{z - e^{-\frac{T}{T_f}}}$$

Determinînd ecuaţia în diferenţe finite şi folosind criteriul de stabilitate ales, se ajunge la o inegalitate care delimitează sectorul unde trebuie să se găsească caracteristica ieşire-intrare a neliniarităţii considerate. Acest caz cuprinde ultimele două cazuri analizate.

Indiferent de neliniaritatea considerată, folosind această metodă de analiză a stabilităţii, se ajunge la o inegalitate pe care trebuie s-o îndeplinească valorile alese pentru parametrii regulatorului, atunci cînd parametrii funcţiei de transfer a părţii fixe sînt daţi. Prin urmare în acest mod se pot determina condiţiile de stabilitate şi pentru alte tipuri de regulatoare

Catedra de automatică II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1, *S. Calin* Regulatoare automate. Calculul şi construcţia EDP, 1967
2. *Ţipkin I. Z.* Teoria sistemelor şanţionate (lb. rusă) Moscova, 1964.
3. *C. Nitu* Un nou principiu de construire a regulatoarelor numerice pentru mai mulţi parametrii. *Automatica şi Electronica*, nr. 6, 1968
4. *Juri, EE.* — Sampled date Control System, Mc Graw Hill—1960
5. *Calin S. Nitu C.* Studiul pe calculatoare electronice a sistemelor automate cu regulatoare numerice. *Automatica şi Electronica*, nr. 4, 1972.
6. *Mishkin,* — Adaptive Control Systems, New York, Mc Graw Hill, 1960.
7. *Nitu C.* Metode pentru construirea sistemelor automate cu caracteristici de invariantă. *Automatica şi Electronica*, nr. 4, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

DESPRE COMANDA OPTIMAL-ADAPTIVĂ A SISTEMELOR STOCHASTICE *

CORNELIU ALEXANDRU POPEEA

Teoria deterministică a conducerii optimale, alcătuind azi un corp principal încheiat de idei și metode matematice, introduce o serie de idealizări nu întotdeauna acceptabile în practica sintezei analitice a sistemelor automate. Astfel, se presupune, pe de o parte, că niciun fel de perturbații de natură stochastică nu deranjează desfășurarea procesului de conducere și că, în tot cursul acestuia, starea obiectului este direct măsurabilă exact iar, pe de alta, că parametrii obiectului, chiar variabili, sînt perfect cunoscuți apriori ca funcții de timp.

Teoria conducerii stochastic- optimale, aflată încă în plin efort de formare [1], se eliberează de aceste ipoteze în limitele unor aproximări mai apropiate de realitate. Devin astfel posibile [5, 8] o teorie zisă „pur-stochastică" [6, 7] care acceptă existența perturbațiilor aleatoare și alterarea cu zgomot a măsurătorilor curente asupra stării obiectului și, prin generalizare, o teorie „adaptiv-stochastică" ce cuprinde, în plus, și cazurile în care despre parametrii obiectului conducerii nu există apriori decît o descriere statistică (incompletă). În acest din urmă caz este însă posibilă organizarea unui proces de identificare, sau, cu un termen împrumutat din statistica matematică, de estimare [2, 3] pe măsura desfășurării căruia este înlăturată nedeterminarea apriori asupra valorii adevărate a parametrilor necunoscuți pe baza informației obținute prin măsurători în timpul funcționării sistemului; semnalul de comandă va fi, în consecință, elaborat nu numai pe baza reacției negative principale de la starea obiectului ci și funcție de estimarea curentă a parametrilor [9, 10, 11] mai general, funcție de ansamblul așa numitor statistici suficiente ale problemei [4]. Datorită dificultăților de calcul, însă, determinarea efectivă a acestei legi de comandă este, în general, imposibilă.

Vom prezenta, în cele ce urmează, elementele teoriei conducerii adaptivă-stochastice pentru un obiect de structură particulară, la care generalizarea rezultatelor teoriei pur-stochastice este posibilă cu un minim de complicații și vom face cîteva particularizări interesante pentru aplicații.

* Manuscris predat redacției la data de 31 ianuarie 1970

1. Formularea problemei de conducere

Modelul matematic al obiectului conducerii.

Presupunem că, pe intervalul de timp $t_0 \leqslant t < t_1$, precizat, dinamica obiectului conducerii este descrisă de următoarea ecuaţie diferenţială stochastică :

$$d\,x\,(t) = f(x\,(t),\, t,\, u(t))\,dt + G\,(x(t),\, t,\, u\,(t))\,dz\,(t) \tag{1.1}$$

în care vectorii $x(t)$ n-dimensional şi $u(t)$ r-dimensional reprezintă starea, respectiv comanda la momentul t, iar procesul Markov l-dimensional $z(t)$ este definit prin :

$$dz\,(t) = H(t)\;\eta\,(t)\,dt + dw\,(t) \tag{1.2}$$

unde $\eta(t)$ este vectorul m-dimensional al parametrilor obiectului apriori necunoscuţi şi presupuşi constanţi în timp :

$$d\,\eta(t) = 0 \tag{1.3}$$

iar $w(r)$ este un proces Wiener l-dimensional de medie nulă * $E(dw(t)) = 0$ şi covarianţă $W(t)$, $E(dw(t)\,dw\,(t)) = W(t),\, dt$. Tocmai faptul că valoarea adevărată a variabilelor aleatoare $\eta(t)$ nu este exact cunoscută apriori desfăşurării procesului de conducere încadrează problema determinării funcţiei de comandă pentru obiectul (1.1 — 3) în clasa problemelor adaptive (cu informaţie de proectare incompletă) solicitînd, în scopul îndepărtării nedeterminării apriori menţionate, o acumulare corespunzătoare de informaţie de lucru.

Estimarea vectorului parametrilor.

Să considerăm că :

A. Rangul matricii $G(x(t),\, t,\, u(t))$ de tip $n \times l$ este exact l la fiecare moment t (în particular, numărul m al parametrilor necunoscuţi poate fi în principiu oricare dacă ei apar în (1.1) printr-un număr l de combinaţii lineare alterate de zgomot de tip (1.2) cel mult egal cu ordinul n al sistemului (1.1), $l \leqslant n$).

B. Matricile $H(t)$ de tip $m \times m$ şi $W(t)$ de tip $l \times l$ sunt *funcţii cunoscute de timp, eventual constante*, independente de $x(t)$şi de $u(t)$.

În baza ipotezei A putem rezolva sistemul de n ecuaţii scalare (1.1) în raport cu cele $l \leqslant n$ componente ale vectorului $dz(t)$, considerate necunoscute, pe care, astfel, le vom exprima funcţie de timp şi de cantităţile $dx(t)$, $x(t)$, $u(t)$, presupuse direct măsurabile exact la fiecare moment t. $dz(t)$ astfel calculat apare în (1.2), (1.3) ca echivalent al unei observaţii curente indirecte asupra valorilor parametrilor necunoscuţi, a căror esti-

* Vom nota cu E operaţia de mediere a unui proces stochastic, iar (*) va marca transpunerea vectorului (matricii) pe lîngă care este ataşat.

mare, în ipoteza unei distribuții apriori de medie y_0 și covarianță Y_0 se construiește conform rezultatelor cunoscute

$$d\,y(t) = Y(t)\,H^*(t)\,W^{-1}(t)\,(dz(t) - H(t)\,y(t)\,dt),\ y(t_0) = y_0 \tag{1.4}$$

$$\frac{dY\,t}{dt} = -\,Y(t)\,H^*(t)\,W^{-1}(t)\,H(t)\,Y(t),\quad Y(t_0) = Y_0 \tag{1.5}$$

sau, explicit :

$$y(t) = Y(t)\left(Y_0^{-1}\,y_0 + \int_{t_0}^{t} H^*(s)\,W^{-1}(s)\,dz(s)\right) \tag{1.6}$$

$$Y(t) = \left(Y_0^{-1} + \int_{t_0}^{t} H^*(s)\,W^{-1}(s)\,H(s)ds\right)^{-1} \quad *) \tag{1.7}$$

în care vectorul m-dimensional al mediei condiționate :

$$y(t)\,E = (\eta(t) \mid z(s), t_0 \leqslant s < t)$$

reprezintă estimarea la momentul curent t a vectorului bazată pe observațiile anterioare $z(s)$, $t_0 \leqslant s < t$, iar matricea de tip $m \times m$ a covarianțelor condiționate :

$$Y(t) = E\,((\eta(t) - y(t))\ (\eta(t) - y(t))^* \mid z(s) t_0 \leqslant s < t)$$

reprezintă eroarea comisă, în medie, prin considerarea, la momentul t, a estimării (1.6) ca valoare adevărată a parametrului necunoscut η.

În baza ipotezei B, matricea $Y(t)$ find o funcție de timp independentă de $x(t)$ și de $u(t)$, toată informația accesibilă la momentul t despre starea obiectului și despre vectorul parametrilor săi necunoscuți, necesară și suficientă pentru sinteza comenzii optimale, este rezumată de către perechea de statistici suficiente $|\,x(t),\ y(t)\,|$, în care primul membru $x(t)$ este direct măsurabil iar al doilea $y(t)$ rezultă din (1.6) funcție de cantități măsurabile.

Formularea problemei de conducere optimală.

Să se determine funcția de comandă $u(s)$, $t \leqslant s < t_1$, care minimizează, oricare ar fi momentul curent t, indicele de cost viitor al procesului de conducere :

$$J(x, y, t, \underset{t \leqslant s < t_1}{u(s)}) = E\left[\int_t^{t_1} L(x(s), s, u(s))\,ds + V_1\,(x\,(t_1))\right] \tag{1.8}$$

---

* subliniem că matricea $Y(t)$ tinde la 0 cînd t tinde la infinit dacă integrala din (1.7) diverge (condiția de observabilitate stochastică

relativ la restricţiile diferenţiale (1.1—4) pentru o stare de informaţie curentă $x(t) = x$, $y(t) = y$ dată prin procesul de estimare desfăşurat pe intervalul anterior $t_0 \leqslant s < t$.

Principiul rezolvării problemei de conducere.

Conform formalismului programării dinamice, funcţia de cost viitor minim :

$$V(x, y, t) = \min_{\substack{u(s) \\ t \leqslant s < t_1}} J\ (x, y, t, \underset{t \leqslant s < t_1}{u(s)}) \tag{1.9}$$

satisface ecuaţia lui Bellman :

$$\min_{u} | L\ (x, t, u)\ dt + E\ [\mathrm{d}V(x.\ y,\ t)] | = 0,\ u = u(t) \tag{1.10}$$

Ţinînd seama de formula de diferenţiere stochastică a lui *Ito**

$$\mathrm{d}V = \frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{\partial V}{\partial x^*},\ dx\right) + \left(\frac{\partial V}{\partial y^*},\ dy\right) + \frac{1}{2} tr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^* \partial x} E(dx\, \mathrm{d}x^*) + \right. \tag{1.11}$$

$$\left. + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^*\ \partial y} E\ (\alpha y\ \mathrm{d}x^*) + \frac{\partial^2 V}{\partial y\ \partial y^*} E\ (\partial y\ \mathrm{d}y^*)\right)$$

şi de regulile de mediere ale ecuaţiilor stochastice :

$$\begin{gathered} E(dx) = (f + GH\ y)\ dt\ E\ (dy) = 0 \\ E\ (dx\ dx^*)\ = GW\ G^*\ dt \\ E\ (dy\ dx^*)\ = Y\ H^*\ G^*\ dt \\ E\ (dy\ dy^*) = Y\ H^*\ W^{-1}\ H\ Y\ dt \end{gathered} \tag{1.12}$$

---

* aici şi mai departe vom omite, pentru simplificarea scrierii, argumentele funcţiilor f, G, H, L, V, etc. şi vom nota (p, q) — produsul scalar al vectorilor p, q $\Sigma\ p_i q_i$ $tr(R)$ — urma matricii patrate R, $\Sigma\ r_{ii}$

$\frac{\partial V}{\partial x^*}$ — gradientul funcţiei V în raport cu vectorul x, adică vectorul primelor sale derivate parţiale în raport cu x

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^*\ \partial x}$ — hessianul funcţiei V, adică matricea derivatelor sale secunde în raport cu componentele vectorului x, etc.

din (1.10) obţinem :

$$-\frac{\partial V}{\partial t} = \min\left[L + \left(\frac{\partial V}{\partial x^*}, f + \Sigma g_s (h^s, y)\right) + \frac{1}{2}\sum_{r,s} W^{rs}\left(g_r, \frac{\partial^2 V}{\partial x\, \partial x^*} g_s\right) + \right. \tag{1.13}$$

$$\left. + \sum_s \left(g_s, \frac{\partial^2 V}{\partial x^*\, \partial y} Y h^s\right) + \frac{1}{2}\operatorname{tr}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y^*} Y H^* W^{-1} H Y\right)\right]$$

în care, pentru comoditatea dezvoltărilor ulterioare, am pus în evidenţă vectorii $g_r h^s$ ale căror componente sunt elementele coloanei r a matricii G, respectiv elementele liniei s a matricii H, precum şi elementele w^{rs} ale matricii simetrice W.

Observînd că, prin compararea relaţiilor (18) (1.9) rezultă condiţia

$$V(x, y, t_1) = V_1 (x) \tag{1.14}$$

concludem că, după minimizarea în raport cu $u = u(t)$ a membrului stîng al ecuaţiei (1.13), funcţia V se poate determina, măcar în principiu, ca soluţie a problemei Cauchy (1.13), (1.14) prin care se poate exprima însăşi funcţia de comandă optimală căutată.

2. Rezolvarea problemei de conducere

După cum se ştie, în cazul conducerii optimale pur-stochastice a unui obiect linear cu parametrii cunoscuţi conform unui indice de cost patratic, ecuaţia lui Bellman (corespunzătoare (1.13)) se poate rezolva prin separarea variabilelor şi determină o funcţie de comandă lineară în raport cu starea curentă x a obiectului ai cărei coeficienţi, funcţii de timp, rezultă prin rezolvarea unei ecuaţii Ricatti matriciale.

Stabilim proprietatea corespunzătoare pentru problema de conducere optimală adaptiv- stochastică tratată aici.

În acest scop, fie funcţiile f, G lineare iar funcţiile L, V_1 patratice în argumentele lor ;

$$f(x, t, u) = A(t)\, x + B(t) u \tag{2.1}$$

$$g_s(x, t, u) = A_s(t)\, x + B_s (t)\, u$$

$$L(x, t, u) = \frac{1}{2} x^*\, Q\,(t)\, x + x^*\, S(t)\, u + \frac{1}{2} u^*\, R(t)\, u \tag{2.2}$$

$$V_1(x) = \frac{1}{2} x^*\, K_1\, x \tag{2.3}$$

Vom căuta soluţia ecuaţiei (1.13) cu condiţia (1.14) sub forma separată :

$$V(x, y, t) = \frac{1}{2} x^* K(y, t) x \tag{2.4}$$

în care matricea simetrică $K(y, t)$ de tip $n \times n$, încă nedeterminată trebuie considerată funcţie nu numai de timp ci şi de estimarea curentă y a vectorului parametrilor necunoscuţi. Introducînd (2.1 — 2) şi (2.4) în (1.13), notînd :

$$A + \sum_s A_s (h_s \cdot y) = A \quad , \quad B + \sum_s B_s (h_s y) = B \tag{2.5}$$

$$Q + \sum_{r,s} w^{rs} A_r^* K A_s = Q \quad , \quad R + \sum_{r,s} w^{rs} B_r^* K B_s = R$$

$$S + \sum W^{rs} B_r^* K A_s = S$$

$$\sum B_s^* \frac{\partial k}{\partial y} Y h^s = \sigma_j \qquad \sum_s \left(a_{si}^* \frac{\partial k_j}{\partial y} + a_{sj}^* \frac{\partial k_j}{\partial y} \right) Y h^s = \theta_{ij}$$

unde a_{sp} este coloana p, $p = 1., \ldots, n$, a matricii A_s iar k_i, k_{ij}, $i, j = 1, \ldots, n$, reprezintă coloana i, respectiv elementul i, j al matricii K, şi efectuînd minimizarea în raport cu u, obţinem legea de comandă :

$$U = - - R^{-1} (S^* + \Sigma^* + B^* k) x \tag{2.6}$$

unde Σ este matricea de tip $n \times r$ ale cărei n linii sînt vectorii σ Mai departe, înlocuind (2.6) în (1.13) deducem următoarea ecuaţie matricială cu derivate parţiale pentru determinarea funcţiei $K(y, t)$

$$-\frac{\partial K}{\partial t} = Q + K A + A^* K - (S + \Sigma + K B) R^{-1} (S^* + \Sigma^* + B^* K)$$

$$+ \text{Ⓗ} + \frac{1}{2} \left\| tr \frac{\partial^2 k_{ij}}{\partial y \, \partial y^*} Y H^* W^{-1} H Y \right\| \tag{2.7}$$

în care Ⓗ şi $\|\lambda_{ij}\|$ sînt matricile de elemente θ_{ij} respectiv λ_{ij} În sfîrşit, comparînd (2.3) cu (2.4) obţinem şi condiţia iniţială cu care trebuie rezolvată ecuaţia (2.7) :

$$K(y, t_1) = K_1 \tag{2.8}$$

Rezultă astfel că, şi în cazul conducerii optimale adaptiv -stochastice, legea de comandă este liniară în raport cu starea x a obiectului cu coeficienţi determinaţi prin soluţia $K(y, t)$ a problemei Cauchy (2.7), (2.8) func-

ţie de timp şi de estimarea curentă y a vectorului parametrilor necunoscuţi. Pe de altă parte, ecuaţia (2.7) este evident o generalizare a ecuaţiei corespunzătoare cazului pur- stochastic şi tinde asimptotic (cînd $t \to \infty$) către aceasta întrucît termenii suplimentari care determină dependenţa matricii $K(y, t)$ de estimarea y (Σ şi Ⓗ precum şi ultimul termen din (2.7)) conţin ca factor matricea $Y(t)$ care (vezi (1.6)) tinde la 0 cînd timpul tinde la infinit. Aceiaşi concluzie este valabilă şi pentru legea de comandă (2.6) care tinde asimptotic către legea de comandă corespunzătoare cazului pur-stochastic. Într-adevăr, ca urmare a desfăşurării procesului de estimare a vectorului parametrilor necunoscuţi, nedeterminarea iniţială asupra valorilor adevărate ale acestora este înlăturată treptat, pe măsura creşterii intervalului de estimate $[t_0, t)$, iar problema adaptiv-stochastică se transformă la limită, într-una pur-stochastică cu parametrii cunoscuţi.

Ca ilustrare a metodei de calcul expuse mai sus precum şi a dificultăţilor implicate de rezolvarea problemelor Cauchy de tip (2.7), (2.8) vom discuta pe scurt două cazuri particulare de conducere optimală adaptiv-stochastică a unui obiect linear cu comandă u scalară ($r = 1$) şi indice de cost patratic de tipul :

$$2J = E\left|\int_t^{t_1} (x^*(s)\, Q(s)\, x(s) + r(s)\, u^2(s))\, ds + x^*(t_1)\, K_1\, x(t_1)\right|$$

Vom nota cu I matricea unitate şi cu e_q vectorul ale cărui componente sînt toate nule cu excepţia componentei q egală cu 1, adică $e_{qp} = \delta_{qp}$ în care δ_{qp} este simbolul lui Kronecker.

3. Obiect cu factor de amplificare necunoscut

Considerăm obiectul linear :

$$dx(t) = A(t)\, x(t)\, dt + (\eta\, dt + dw(t))\, u(t) \tag{3.1}$$

la care vectorul amplificare η n-dimensional, apriori necunoscut, comportă în cursul procesului de conducere fluctuaţii aleatoare modelate de către procesul Wiener $w(t)$. Presupunînd măsurabile cantităţile $dx(t)$, $x(t)$, vom putea calcula la fiecare moment

$$dz(t) = \frac{dx(t) - A(t)\, x(t)\, dt}{u(t)},\ u(t) \neq 0 \tag{3.2}$$

cu care vom construi estimările (1.4), (1.5).

Faţă de cazul general, aici avem $B = 0$, $G = uI$ deci $g_s = ue_s$ cu $A_s = 0$ şi $B_s = e_s$ (vezi (2.1)) şi $H = I$ deci $h^r = e_r$. Rezultă (vezi (2.5)) $A = A$, $B = y$, $Q = Q$, $S = 0$, în locul matricii R vom introduce scalarul corespunzător :

$$r = r + tr\ (WK)$$

iar

$$\theta_{ij} = 0$$

$$\sigma = tr \frac{\partial k_j}{\partial y} Y \Big)$$

Fie σ vectorul n-dimensional de componente σ_j
Legea de comandă (2.6) devine :

$$u = -\frac{y^* k + \sigma^*}{r} x \tag{3.3}$$

iar ecuația (2.7) :

$$-\frac{\partial K}{\partial t} = Q + KA + A^* K - \frac{(Ky + \sigma)(y^* K + \sigma^*)}{r} + \tag{3.4}$$

$$+\frac{1}{2}\left\| tr\left(\frac{\partial^2 k_{ij}}{\partial y \partial y} Y^{-1} W Y \right) \right\|$$

În cazul adaptiv stochastic unidimensional

$$dx(t) = -a(t)\, x(t)\, dt + (\eta\, dt + dw(t)\, u(t) \tag{3.5}$$

$$dz(t) = \frac{dx(t) + a(t)\, x(t)\, dt}{u(t),}, \quad u(t) \neq 0 \tag{3.6}$$

pentru care

$$y(t) = \frac{y_0 + Y \int_{t_0}^{t} \frac{dz(s)}{W(s)}}{1 + Y_0 \int_{t^0}^{t} \frac{ds}{W(s)}} \tag{3.7}$$

$$Y(t) = \frac{Y_0}{1 + Y_0 \int_{t_0}^{t} \frac{ds}{W(s)}} \tag{3.8}$$

vom obține, (punînd, pentru claritate, din nou în evidență argumentele) :

$$u(t) = -\frac{y K(y, t) + Y(t) \frac{\partial k(y, t)}{\partial y}}{r(t) + W(t) k(y, t)} x \tag{3.9}$$

$$-\frac{\partial k}{\partial t} = Q(t) - 2 a(t) K - \frac{\left(yk + Y(t) \frac{\partial k}{\partial y} \right)^2}{r + W(t) k} + \frac{1}{2} \frac{Y^2(t)}{W(t)} \frac{\partial^2 K}{\partial y^2} \tag{3.10}$$

În cazul unidimensional pur-stochastic

$$d\,x\,(t) = -\,a(t)\,x(t)\,dt + (bdt + dw(t))\,u(t)$$

cu b cunoscut şi constant, în loc de (3.9) rezultă

$$u(t) = -\frac{b\,k\,(t)}{r(t) + W\,(t)\,k(t)} \tag{3.11}$$

iar în loc de (3.10)

$$-\frac{dk\,(t)}{dt} = Q(t) - 2\,a\,(t)\,k(t) - \frac{bk\,(t)}{r(t) + W(t)\,k(t)} \tag{3.12}$$

Se constată, pe de o parte, că ecuaţia (3.10) care determină dependenţa lui k nu numai de timp ca (3.12)) ci şi de estimarea y este, în consecinţă, o ecuaţie cu derivate parţiale de tip parabolic quasilineară, iar pe de alta, că în structura legii de comandă (3.9) apare un termen suplimentar (faţă de (3.11)) care subliniază dependenţa acesteia de estimarea y(3.7) Este deasemeni clar că, deoarece $Y(t) \to 0$ cînd $t \to \infty$ (în ipoteza că integrala de la numitorul lui (3.8) este divergentă), legea de comandă (3.9) şi ecuaţia (3.10) tind asimptotic către (3.11) respectiv (3.12).

Din cele de mai sus rezultă că etapa sintezei analitice a comenzii optimale este încheiată odată cu determinarea soluţiei $k(y, t)$ a problemei Cauchy pentru ecuaţia (3.10) cu condiţia iniţială $K(y, t_1) = K_1$ (vezi (2.8)). Dispozitivul de conducere optimală astfel rezultat conţine două blocuri principale :

— un bloc de estimare unde, conform (3.6), se calculează $dz(t)$ şi, prin modelarea ecuaţiei (1.4), se construieşte estimarea $y(t)$ a vectorului parametrilor

— un bloc de elaborare a semnalului de comandă, realizat conform (3.9), care, în afara reacţiei principale de la starea curentă $x(t)$ a obiectului, primeşte şi informaţia $y(t)$ livrată la ieşirea blocului de estimare.

Această structură, ce rezultă integral, fără ipoteze iniţiale restrictive, prin calculul efectuat, reprezintă, în raport cu indicele de cost adoptat, optimul în medie al tuturor structurilor adaptive clasice propuse pentru acelaşi obiect, atît din punct de vedere al preciziei estimării parametrilor necunoscuţi cît şi din punct de vedere al performanţelor procesului de conducere propriu-zis.

Pentru rezolvarea ecuaţiei (3.10) (care determină parametrii funcţiei de comandă) se pot aplica atît metode de separare a variabilelor y, t, bazate pe o apreciere calitativă a structurii probabile a soluţiei (de ex. prin comparare cu dependenţa de b a soluţiei ecuaţiei mai simple (.12)) cît şi metode de rezolvare iterativă prin linearizare (din clasa algoritmelor Newton-Raphson)

Vom schiţa modul de utilizare a unei adaptări a metodei aproximaţiilor succesive în spaţiul comenzilor care duce, chiar după o singură

iterație, la rezultate analitice direct utilizabile. Fie $K_p(y, t)$ aproximația de ordin p, $p = 1, \ldots$, cunoscută (în calitate de primă aproximație considerăm, de ex., funcția identic egală cu condiția inițială, $K_1(y, t) = K_1$). Notînd coeficientul în raport cu x al funcției de comandă (3.9) corespunzător acestei aproximații cu :

$$C_p(y, t) = \frac{y K_p(y, t) + Y(t) \dfrac{\partial K_p(y, t)}{\partial y}}{(r(t) + W(t) K(y, t)}$$

și utilizînd ecuația (3.10) obținem ecuația liniară :

$$-\frac{\partial k_{p+1}(y, t)}{\partial t} = Q(t) - (2a(t) + C_p(y, t)\ y)\ k_{p+1}(y, t) -$$

$$-C_p(y, t)\ Y(t) \frac{\partial k_{p+1}(y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{Y^2(t)}{W(t)} \frac{\partial^2 k_{p+1}(y. t)}{\partial y^2} \qquad (3.14)$$

cu condiția inițială evidentă $K_{p+1}(y, t_1) = K_1$ Dacă $Q = 0$, ecuația (3.14) pentru $p = 1$ admite o soluție de forma :

$$K_2(y, t) = L_0(t) \exp\left(-\frac{1}{2} L(t) y^2\right)$$

sau, aproximativ :

$$k_2(y, t) = \frac{L_0(t)}{1 + \dfrac{1}{2} L(t) y^2}$$

iar mai general soluția ecuației (3.14) cu $Q = 0$ se poate reprezenta sub forma

$$K_{p+1}(y, t) = K_1 E \left| \exp\left(-\int_t^{t_1} (2a(s) + c_p(y_p(s)\ s)\ y_p(s)\ ds\right)\right| \qquad (3.15)$$

în care media E este condiționată de $y_p(t) = y$ iar $y_p(s)$ este soluția ecuației

$$dy_p(s) = -c_p(y_p(s), s)\ Y(s) ds + \frac{Y(s)}{W(s)} dw(s)\ t \leqslant s < t_1 \qquad (3.16)$$

Asemenea rezultate sînt esențiale pentru rezolvarea numerică a ecuației (3.14) pin metode Monte-Carlo.

Vom remarca în acest context că important pentru sinteza dispozitivului de conducere în circuit închis este nu rezolvarea numerică (oricît

de exactă) a unei probleme (3.10) sau (3.14) individuale ci obținerea unei soluții analitice (chiar aproximative) pentru întreaga familie de probleme (3.10) sau (3.14) din care să rezulte influența diverșilor parametrii care ne stau la dispoziție încă în faza de sinteză (cum ar fi q, r, K_1, t_1)

4. Obiect cu constantă de timp necunoscută

În cazul scalar, $n = 1$:

$$dx(t) = (\eta\, dt + dw(t)x(t) + b(t)\, u(t)\, dt \tag{4.1}$$

va reprezenta inversul constantei de timp, respectiv polul (necunoscut) al sistemului. Deci :

$$dz(t) = \frac{dx(t) - b(t)\, u(t)\, dt}{x(t)},\ x(t) \neq 0 \tag{4.2}$$

Prin calcule asemănătoare cu cele de la punctul 3 obținem :

$$u(t) = -\frac{b(t)\, k(y, t)}{r(t)}\, x \tag{4.3}$$

și

$$-\frac{\partial k(y, t)}{\partial t} = Q(t) + (w(t) - 2y)\, k(y, t) - \frac{(b(t)\, k(y, t))}{r(t)} -$$

$$- 2\, Y(t) \frac{\partial k(y, t)}{\partial y} + \frac{1}{2}\, \frac{Y(t)}{w(t)}\, \frac{\partial^2 k(y_1 t)}{\partial y^2} \tag{4.4}$$

Se constată că legea de comandă are aceiași structură ca și în cazul pur-stochastic (ceea ce explică printr-o relativ mai mică sensibilitate a acesteia în raport cu constanta de timp decît în raport cu factorul de amplificare), dar și aici coeficienții K depind de estimarea curentă y.

Extinderea la cazul n-dimensional nu prezintă dificultăți

Deși considerațiile teoretice dezvoltate aici nu pot răspunde tuturor problemelor ridicate de practica sintezei dispozitivelor de conducere optimal-adaptive pentru obiecte cu parametrii necunoscuți, ele permit o pătrundere mai adîncă în structura acestora (într-un domeniu extrem de sărac în rezultate analitice de oarecare generalitate) și constituie o punte utilă pentru abordarea situației mai realiste în care starea obiectului nu este direct măsurabilă în cursul procesului.

Catedra de automatică

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bellman R. E.* Adaptive Control Processes, Princetown U.P., 1961.
2. *Kalman R. E., Bucy R. S.* New Results in Linear Filtering and Predication Theory, Trans. ASME, 1961.
3. *Lee R.C.K.* Optimal Estimation, Identification and Control, M.I.T. Press 1964.
4. *Stratonovici R.L.K.* Teorii optimalnogo upravlenia. Dostatocinîe Koordinatî, Avt. i Telemeh., Nr. 7, 1962.
5. *Feldbaum A. A.* Osnovî teorii optimalnîh avtomaticeskih sistem, Nauka, 1966.
6. *Schulz P.R.* An Optimal Control Problem with State Vector Measurements Errors, In Advances in Control Systems, C. T. Leondes Ed., Vol. 1, Academic Press, 1964.
7. *Boguslavski I. A.* O sinteze stohasticeskogo optimalnogo upravlenia, în sistem avtomaticeskogo upravlenia, 1967 Masinostroenie 1967.
8. *Aoki M.* Optimatization of Stochastic Systems, Academic Press, 1967.
9. *Zadicario J., Sivan R.* The Optimal Control of Linear Systems with Unknown Parameters, IEEE Trans. on A. C., Nr. 3, 1966.
10. *Murphy W. J.* Optimal Stochastic Control of Discrete Linear Systems with Unknown Gain, IEEEE Trans. onA. C., Nr. 4, 1968.
11. *Gorman D, Zaborszky J.* Stochastic Optimal Control of Continuous Time Systems with Unknown Gain, IEEE Trans on A. C., Nr. 6, 1969.
12. *Sworder D.* Optimal Adaptive Control Systems, Academic Press, 1966.
13. *Gihman I. I., Skorohod A. V.* Vvdenie v teoriu sluciainîh proţessov, Nauka 1965.
14. *Zadeh L. A., Desoer C. A.* Linear System Theory, Mc. Graw Hill, 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1
BUCUREȘTI

ELECTRONICĂ

C. Z.: 629.39

ASUPRA UNOR ASPECTE ALE TEORIEI TRANZISTORULUI MOS INTEGRAT *

NICOLAE CUPCEA

Progresele deosebite realizate în domeniul tehnologiei planare au creat condițiile dezvoltării circuitelor integrate pe scară medie și largă, dintre care o parte însemnată folosesc ca element de bază tranzistorul cu efect de cîmp de tipul metal-oxid-semiconductor (TECMOS).

Datorită proprietăților deosebite pe care le are TECMOS, circuitele integrate realizate în tehnologia MOS au o serie de avantaje în comparație cu cele realizate în tehnologia bipolară dintre care, mai importante sînt : necesită un număr mai mic de operații tehnologice, ocupă o suprafață mai mică la aceeași complexitate, au un consum de putere mai redus, prezintă posibilitatea realizării unor rezistențe de valoare mare pe o suprafață mică (folosind un TECMOS polarizat corespunzăror), se cuplează ușor datorită impedanței de intrare mari. Ca dezavantaje, în afară de limitarea în frecvență (determinată în special de elemente extrinseci), TECMOS curent utilizate au tensiunea de prag relativ mare și încă greu controlabilă din punct de vedere tehnologic, au panta mică iar nivelele logice nu sînt compatibile cu cele ale familiilor de circuite logice integrate cu tranzistoare bipolare frecvent folosite.

În lucrarea de față se analizează unele aspecte ale funcționării TECMOS cu canal p, în scopul elaborării unui model care să reprezinte cu bună aproximație procesele fizice interne și care să fie utilizabil în analiza și proiectarea asistată de calculator a circuitelor cu TECMOS integrate.

1. Introducere

În principiu, tranzistorul cu efect de cîmp de tip metal-oxid-semiconductor constă din două regiuni difuzate paralele (de exemplu zone difuzate p într-un substrat de tip n pentru a forma un tranzistor cu canal p), care constituie sursa S și drena D, distanțate între ele cu lungimea L, și o grilă, G, izolată printr-un strat subțire de oxid de siliciu de grosime x_0. În fig. 1a se prezintă o secțiune transversală prin TECMOS cu canal p (B fiind substratul), iar în fig. 1b simbolul utilizat.

* Manuscris predat redacției la data de 29 ianuarie 1972

În toate cazurile de funcționare, diodele sursă-substrat și drenă-substrat sînt invers polarizate. Presupunînd că sursa este la potențial zero și că drena este polarizată negativ în raport cu sursa, aplicînd pe grilă o tensiune negativă, de la o anumită valoare a acesteia numită tensiune de prag U, cîmpul electric normal la interfața Si-SiO_2, inițial

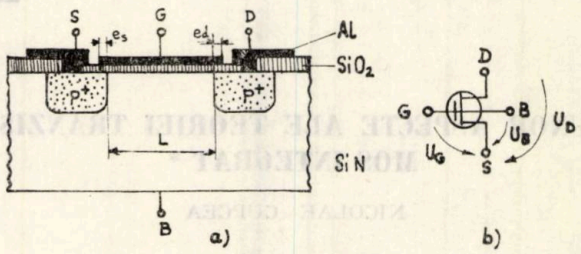


Fig. 1

în sensul SiO_2-Si (din cauza sarcinilor pozitive acumulate în oxid) își schimbă sensul. Ca urmare, electronii vor fi respinși în volumul semiconductorului, iar golurile vor fi atrase spre suprafață, creînd în acest fel un strat de inversiune de tip p care permite trecerea golurilor de la sursă spre drenă, formînd curentul electric I_D. Acest curent depinde atît de tensiunea grilă-sursă U_G cît și de tensiunea drenă-sursă U_D. În ceea ce privește variația curentului în funcție de U_D, se observă că pentru tensiuni mici de drenă, stratul de inversiune este practic constant (determinat numai de diferența $U_G - U_p$), TECMOS comportîndu-se ca o rezistență. Pe măsură ce tensiunea drenă-sursă crește în valoare absolută, cîmpul electric în vecinătatea drenei scade, ceea ce duce la micșorarea adîncimii canalului, avînd drept consecință creșterea rezistenței dintre sursă și drenă. Începînd de la o anumită tensiune, numită tensiunea de saturație U_{Dsat}, canalul dispare în apropierea drenei, curentul rămînînd practic constant.

Modelul de semnal mare cel mai des utilizat în analiza și proiectarea circuitelor integrate cu TECMOS, este modelul J (fig. 2), diferențele dintre diferitele variante rezultînd în principal din expresiile folosite pentru generatorul de curent ca funcție de tensiunile de polarizare.

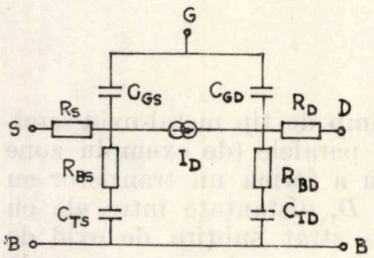


Fig. 2

În deducerea expresiei curentului I_D trebuie să se țină seama de variația mobilității purtătorilor de sarcină cu cîmpul electric, de variația tensiunii de prag cu tensiunea substratului, de fenomenele de pătrundere la tranzistoarele cu lungime mică a canalului.

Întrucît o rezolvare bidimensională a problemei (de altfel singura completă) este dificilă și nu se poate obține decît prin metode numerice s-a preferat o analiză mai simplă, pornind de la considerente fizice, care permite o bună evaluare a influenței parametrilor geometrici și tehnologici asupra performanțelor electrice, avînd și avantajul că se obține o soluție generală.

2. Funcționarea TECMOS înainte de saturație

Pentru deducerea expresiei curentului I_D valabile înainte de saturație, se pornește de la un element de lungime dy și lărgime Z, precizat în fig. 3, în care s-au mai notat adîncimea canalului cu x și lărgimea

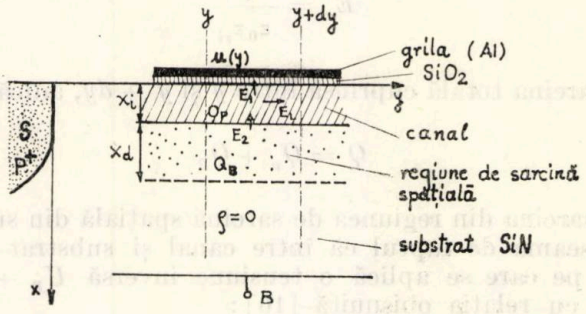


Fig. 3

zonei de sarcină spațială a joncțiunii canal-substrat, extinsă practic numai în substrat, cu x_d. Se va folosi aproximația graduală care duce la soluția clasică, însă se va lua în considerație variația mobilității purtătorilor în funcție de cîmpul electric.

Toate tensiunile se consideră în valoare absolută și raportate la sursă.

Legea lui Ohm aplicată elementului de canal din fig. 3 se scrie:

$$I_D = \frac{du}{dR} = qZ\left(\frac{du}{dy}\right)\int_0^{xi} \mu_p(x)\cdot p\cdot dx \tag{1}$$

unde μ_p este mobilitatea golurilor. Se poate defini o mobilitate medie cu relația:

$$\mu = \overline{\mu}_p = \frac{\int_0^{xi} \mu_p(x)\cdot p\cdot dx}{\int_0^{xi} p\cdot dx} = \frac{\int_0^{xi} \mu_p(x)\cdot p\cdot dx}{Q_p} \tag{2}$$

unde Q_p este sarcina electrică din canal pe unitate de suprafață.

Aplicînd legea inducției electrice la interfața Si-SiO_2, se obține valoarea cîmpului electric în siliciu:

$$E_{si} = C_{ox}\cdot\frac{u_G - U_{SS} - u}{\varepsilon_0\varepsilon_{si}} \tag{3}$$

în care s-a notat $C_{ox} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{si}}{x_0}$, iar $E_{ox} = \frac{u_G - U_{ss} - u}{x_0}$ este cîmpul electric

în oxid (U_{ss} fiind contribuția în tensiunea de prag a efectelor altele decît substratul).

Cu teorema lui Gauss se obține cîmpul electric în siliciu pentru elementul considerat în fig. 3 :

$$E_{si} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_{si}} \tag{4}$$

unde Q este sarcina totală cuprinsă între y și $y + dy$, adică :

$$Q = Q_p + Q_B \tag{5}$$

Q_B fiind sarcina din regiunea de sarcină spațială din substrat.

Ținînd seama de faptul că între canal și substrat se formează o joncțiune pn pe care se aplică o tensiune inversă $U_B + u$, sarcina Q_B se determină cu relația obișnuită [10] :

$$Q_B = \int_0^{xd} qN_D dx = qN_D x_d = qN_D \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_{si}}{qN_D}(u_B + U_0 + u)}$$

sau

$$Q_B = \sqrt{2\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{si} \cdot q \cdot N_D \cdot (u_B + U_0 + u)} \tag{6}$$

unde U_0 este diferența internă de potențial.

Din relațiile (1)—(6) se obține ecuația diferențială :

$$I_D = \mu C_{ox} Z \left(u_G - U_{ss} - u - k\sqrt{u_B + U_0 + u}\right) \frac{du}{dy} \tag{7}$$

în care s-a folosit notația :

$$k = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_{si} qN_D}{C_{ox}}} \tag{8}$$

Pentru integrarea acestei ecuații este necesară cunoașterea variației mobilității în funcție de cîmpul electric.

Se presupune următoarea aproximație pentru dependența $\mu(E)$:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \alpha |E_N^*| + \beta |E_L|} \tag{9}$$

Prin $E_L = \dfrac{du}{dy}$ s-a notat cîmpul electric longitudinal, iar prin E_N^* cîmpul normal din canal (fig. 3). Considerînd că E_N este media dintre

cîmpul normal la interfața Si-SiO_2, calculabil cu relația (3) și cîmpul electric normal la interfața canal-substrat care se poate calcula rezolvînd ecuația lui Poisson pentru joncțiunea canal-substrat, se poate scrie :

$$|E_N| = \frac{C_{ox}}{2\varepsilon_0\varepsilon_{si}}(u_G - U_{SS} - u + k\sqrt{u_B + U_0 + u})$$

Dacă se notează : $\theta = \frac{\alpha}{2}\frac{C_{ox}}{\varepsilon_0\varepsilon_{si}}$, rezultă :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \theta(u_G - U_{ss} - u + k\sqrt{u_B + U_0 + u}) + \beta\frac{du}{dy}} \tag{10}$$

Prin combinarea ecuațiilor (7) și (10) se obține o ecuație diferențială a cărei soluție generală [1] se poate scrie sub forma (11) :

$$I_D = \frac{\mu_0 C_{ox} Z}{\theta} \times \tag{11}$$

$$\times \frac{U_D + 4K(V_D - V_B) + \frac{2}{a_1 - a_2}\left[(b_2 + b_1 a_1)\ln\frac{V_D - a_1}{V_B - a_2} - (b_2 + b_1 a_2)\ln\frac{V_D - a_2}{V_B - a_1}\right]}{L + \frac{2\beta}{\theta(a_1 - a_2)}\left[a_2 \ln\frac{V_D - a_2}{V_B - a_2} - a_1 \ln\frac{V_D - a_1}{V_B - a_1}\right]}$$

unde s-au folosit notațiile

$$v_D = U_D + U_B + U_0 ; \quad v_B = U_B + U_0 ; \quad v_G = U_G - U_{ss} + U_B + U_0 + \frac{1}{\theta}$$

$$b_1 = \frac{1}{\theta} + 2k^2 ; \quad b_2 = 2kv_G ; \quad a_{1,2} = \frac{k \pm \sqrt{k^2 + 4v_G}}{2}$$

Concordanța cu curbele experimentale este foarte bună (precizia mai bună de 5%), însă formularea matematică este incomodă pentru calcule.

O expresie mai ușor de manipulat se poate obține în următoarele cazuri :

1) se poate face o simplificare înainte de integrare, dacă :

$$\beta\frac{U_D}{L} - \frac{\theta}{L}\int_0^L (u - k\sqrt{U_B + U_0 + u})\,dy \cong -k\sqrt{U_B + U_0} \tag{12}$$

relație a cărei valabilitate a fost verificată pentru valori uzuale ale tensiunilor, lungimilor de canal și grosimilor oxidului subțire [2]. Formula de calcul pentru curent devine:

$$I_D = \mu C_{0x} \frac{Z}{L}\left[(U_G - U_{ss})\,U_D - \frac{U_D^2}{2} - \frac{2}{3}k\left(\sqrt{(U_B + U_0 + U_D)^3} - \sqrt{(U_B + U_0)^3}\right)\right] \tag{13}$$

unde:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \theta(U_G - U_p)} \tag{14}$$

$$U_p = U_{ss} + k\sqrt{U_B + U_0} = U_{s0} + k\sqrt{U_B + U_0} - \sqrt{U_0} \tag{15}$$

(U_{s0} fiind tensiunea de prag pentru $U_B = 0$)

Relația (13) diferă de relația clasică [6] numai prin variația mobilității cu tensiunea după relația (14); este relativ simplă și destul de bine verificată experimental (circa 5%).

2) se face descompunerea în serie a relației (13) și se reține primii termeni cu condiția ca $U_D \ll U_B + U_0$. Expresia astfel obținută, frecvent utilizată, este foarte simplă, curentul fiind determinat cu o precizie de circa 15% prin exces:

$$I_D = \mu C_{0x} \frac{Z}{L}\left[(U_G - U_p)\,U_D - \frac{U_D^2}{2}\right] \tag{16}$$

n care pentru μ și U_p se folosesc expresiile (14)și respectiv (15).

3) se poate îmbunătăți precizia acestei ultime relații introducînd un termen de corecție care să țină seama de efectul celorlalți termeni ai dezvoltării. Se obține:

$$I_D = \mu C_{0x} \frac{Z}{L}\left[(U_G - U_p)\,U_D - \frac{U_D^2}{2}(1 + \delta)\right] \tag{17}$$

unde

$$\delta = \frac{k}{2\sqrt{U_B + U_0}} \tag{18}$$

Dacă se consideră pentru δ jumătate din valoarea sa teoretică, ceea ce ar însemna o corecție suplimentară, precizia devine și mai bună. În plus, simplitatea expresiei oferă avantaje în analiza pe calculator a unor circuite mai complexe.

Verificarea relațiilor (11), (13) (16) și (17) a fost făcută prin compararea caracteristicilor $I_D = f(U_D, U_G, U_B)$ ridicate în laborator cu cele calculate pe calculator pentru diverse dopări ale substratului, diverse lungimi de canal și grosimi ale oxidului subțire.

3. Funcționarea TECMOS în regiunea de saturație

În această zonă, teoria se bazează pe două ipoteze [1], [4]: prima presupune că purtătorii de sarcină au atins viteza limită v_L într-un punct din canal vecin cu drena, și a doua că purtătorii injectați la capătul canalului sînt defocalizați din cauza cîmpului de suprafață care își schimbă sensul și sînt colectați de dioda drenă-substrat de adîncime x_j; acești purtători modifică extinderea zonei de sarcină spațială drenă-canal. Integrarea ecuației lui Poisson pentru zona de sarcină spațială, ținînd seama de aceste ipoteze, [4], duce la relația:

$$| U_D - U_{Dsat} | = \frac{qN_D\varepsilon^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_{si}}\left[1+\frac{2I_Dx_j}{v_LqN_DZ(x_j-x_i)}\left(\ln\frac{x_j}{x_i}-1+\frac{x_i}{x_j}\right)\right]+\varepsilon E_C \quad (19)$$

unde U_{Dsat} este tensiunea de saturație, x_i, grosimea stratului de inversiune, E_C, cîmpul electric critic corespunzător vitezei limită, iar ε este extinderea zonei de sarcină spațială drenă-canal dată de relația obișnuită:

$$I_D = \frac{L}{L-\varepsilon} I_{Dsat} \quad (20)$$

în care I_{Dsat} este curentul de drenă pentru $U_D = U_{Dsat}$. Această valoare se poate calcula după aproximația pe care dorim să o folosim cu una din relațiile (11), (13), (16) sau (17).

În ceea ce privește definiția punctului de saturație, se admite ipoteza egalității cîmpului electric cu cîmpul critic E_c, corespunzător vitezei limită. Considerînd cazul în care se folosește relația (17) pentru calculul curentului se înlocuiesc în ecuația (7) $U = U_{Dsat}$ și $\frac{du}{dy} = E_C$ și rezultă tensiunea de saturație și curentul corespunzător:

$$U_{Dsat} = \frac{U_G - U_p}{1+\delta} + u_c - \sqrt{\left(\frac{U_G-U_p}{1+\delta}\right)^2 + u_c^2} \quad (21)$$

$$I_{Dsat} = \mu C_{0x}\frac{Z}{L}u_c\left[\sqrt{u_c^2(1+\delta)^2+(U_G-U_p)^2} - u_c(1+\delta)\right] \quad (22)$$

unde s-a notat $u_c = LE_c$.

Pentru $\delta = 0$ și lungimi mari de canal, rezultă pentru U_{Dsat} expresia cunoscută [5]:

$$U_{Dsat} = U_G - U_p$$

Relația între curent și tensiune, obținută prin eliminarea lui ε între ecuațiile (19) și (20) este foarte bine verificată experimental pentru diverse lungimi ale canalului. Verificarea a constat în principal în con-

fruntarea pantelor caracteristicilor $I_D = I_D(U_D, U_G, U_B)$ teoretice și experimentale (deci a rezistențelor de ieșire) [1], [2], întrucît precizia valorii absolute a curentului teoretic depinde de precizia formulei adoptate înainte de saturație. Formula a fost verificată cu rezultate bune și în cazul unor TECMOS cu drena implantată ionic.

În privința rezistenței de ieșire, cu ajutorul formulei (19), se poate deduce variația ei în funcție de diverși parametri. Așa cum se constată și experimental, impedanța de ieșire crește odată cu creșterea lungimii canalului și cu creșterea concentrației de impurități a substratului. De asemenea, se observă că rezistența de ieșire crește odată cu scăderea adîncimii difuziei de drenă, devenind maximă pentru $x_j = x_i$

Pentru obținerea unei expresii mai simple, se face presupunerea $I_D = I_{Dsat}$ în expresia (19), și apoi se elimină ε. Rezultă:

$$I_D = \frac{I_{Dsat}}{1 - \frac{\sqrt{u_c^2 + 2A(1+BI_{Dsat})(U_D - U_{Dsat})}}{A(1+BI_{Dsat})}} \tag{23}$$

unde

$$A = \frac{qN_D L^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_{si}} \quad \text{și} \quad B = \frac{2\ln\frac{x_j}{x_i} - 1}{2qN_D v_L Z x_j}$$

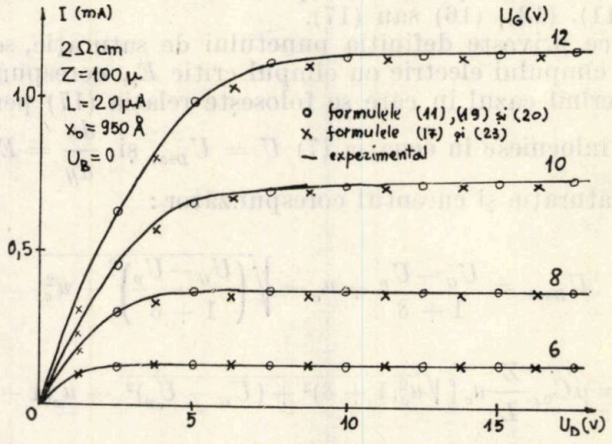


Fig. 4

Ca o observație, se remarcă faptul că, presupunînd o polarizare a drenei suficient de mare în așa fel încît $u_c \ll 2A(U_D - U_{Dsat})$, se obține relația [3]:

$$I_D = \frac{I_{Dsat}}{1 - \sqrt{\frac{2}{A}(U_D - U_{Dsat})}} \tag{24}$$

În fig. 4 se dau caracteristicile experimentale ale unui TECMOS precum și cele teoretice calculate cu formulele deduse mai înainte, fiind menționați și parametrii tranzistorului. De menționat că pentru măsurarea parametrilor s-au folosit metodele expuse în [2].

4. TECMOS cu canal de lungime mică

O particularitate în funcționare prezintă TECMOS cu canale de lungime mică (1,5 —5μ). Utilizarea acestor tranzistoare este impusă de performanțele superioare pe care le prezintă din punct de vedere al comportării la frecvențe mari și în comutație; de asemeni ele au o pantă mai mare și ocupă o suprafață mai mică.

Experimental se constată că pentru aceste tranzistoare, caracteristicile de drenă diferă foarte mult de cele obținute cu oricare din relațiile prezentate mai înainte. Explicația constă în faptul că, pentru aceste dispozitive, peste curentul din stratul de inversiune de la suprafață, se suprapune un curent de pătrundere în volum, datorat, în principal, purtătorilor de sarcini din regiunea de sarcină spațială. Problema este complexă însă făcînd unele aproximări, se pot obține relații care, în anumite condiții, dau rezultate satisfăcătoare. După cum stratul de inversiune a fost sau nu creat, se deosebesc două cazuri:

1) TECMOS este în conducție. Se rezolvă ecuația lui Poisson pentru zona de sarcină spațială condiționată de prezența canalului (fig. 5a) care se scrie astfel:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{si}}\left(q N_D + \frac{J}{v}\right) \tag{25}$$

unde $J = \frac{I_p}{Z x_j}$ este densitatea de curent de pătrundere, iar $|v| = \mu_B \frac{du}{dx}$, este viteza purtătorilor, μ_B fiind mobilitatea golurilor în volum.

Presupunînd $\frac{J}{v} \gg q N_D$, ecuația se integrează cu condițiile la limită $x = 0 \;\; u = 0$, $x = L \;\; u = U_D$. Rezultă:

$$U_D = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{si} Z x_j \mu_B}{3 I_p}\left[\left(\frac{2 I_p \cdot L}{\varepsilon_0 \varepsilon_{si} Z x_j \mu_B} + E_s^2\right)^{3/2} - E_s^3\right] \tag{26}$$

în care $E_s = \frac{2 U_\varphi}{x_0}\left(1 + \frac{U_B}{U_\varphi}\right)^{1/2}$, este cîmpul electric la nivelul joncțiunii sursă-substrat (fig. 5a), $U_\varphi = 0{,}8\ V$ este potențialul de barieră, iar $x_0 = \sqrt{2 \varepsilon_0 \varepsilon_{si} U_\varphi / q N_D}$ este extinderea zonei de sarcină spațială pentru $U_B = 0$ Nou în această formulare este luarea în considerare a lui E_s. Dacă se neglijează E_s, se obține o relație cunoscută [7], [8], bine verificată pentru $N_D = n_i$, dar care nu se verifică la concentrații de impurități uzuale.

Dezvoltînd în serie relaţia (26) şi reţinînd primii termeni, se găseşte o relaţie mai simplă :

$$I_p = b\frac{Zx_jE_s}{L^2}(U_D - V_p) \tag{27}$$

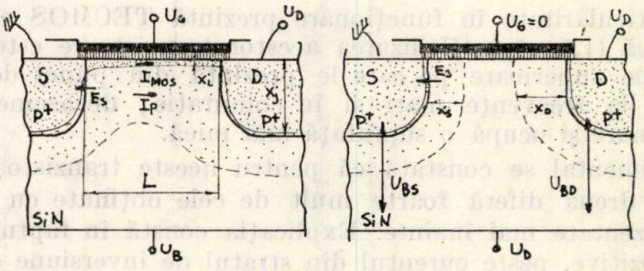


Fig. 5

unde $V_p = LE_s$ şi $b = 2\,\varepsilon_0\,\varepsilon_{si}\mu_B = 5.10^{-7}\,A\mu/V^2$

Deci, dacă $U_D \leqslant V_p$, curentul de pătrundere este nul, iar dacă $U_D \geqslant V_p$, la curentul care circulă prin stratul de inversiune se adaugă curentul de pătrundere dat de (27).

2) TECMOS este blocat. În acest caz se impun două condiţii pentru a avea curent de pătrundere : mai întîi cele două zone de sarcină spaţială a sursei şi a drenei (fig. 5b), trebuie să se întîlnească, ceea ce impune $x_s + x_d > L$, de unde :

$$U_D \geqslant V_{p_1} = U_\varphi \frac{L}{x_0}\left(\frac{L}{x_0} - 2\sqrt{1 + \frac{U_B}{U_\varphi}}\right) \tag{28}$$

şi apoi ca tensiunea drenă-sursă să fie suficient de mare pentru a avea injecţie de purtători la nivelul sursei, adică :

$$U_D > V_{p_2} = L \cdot E_s = 2U_\varphi \frac{L}{x_0}\sqrt{1 + \frac{U_B}{U_\varphi}} \tag{29}$$

Comparînd cele două tensiuni se constată că, în funcţie de raportul L/x_0 sînt posibile două cazuri :

— dacă $L/x_0 \leqslant 4\sqrt{1 + U_B/U_\varphi}$, $V_p = V_{p_2}$

— dacă $L/x_0 \geqslant 4\sqrt{1 + U_B/U_\varphi}$, $V_p = V_{p_1}$

Curentul I_p se va calcula cu formula (27), luînd pentru V_p valoarea corespunzătoare.

Relaţiile astfel obţinute au fost verificate experimental cu rezultate satisfăcătoare pentru lungimi de canal cuprinse între 1,5 μ şi 5μ, pentru substrat de rezistivitate de 2Ωcm, pe o plajă de curenţi cuprinsă între 10^{-10} şi 10^{-2} A. (fig. 6).

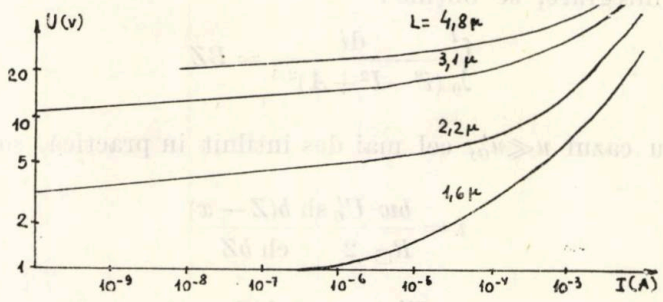


Fig. 6

5. Influenţa rezistivităţii zonelor difuzate asupra curentului TECMOS

Uneori, în circuitele integrate sînt necesare TECMOS care să permită trecerea unui curent mare. Pentru aceasta se folosesc TECMOS cu zonele difuzate pentru sursă şi drenă foarte mari (sute de microni) şi care nu sînt metalizate pe toată lungimea lor. Datorită căderii de tensiune de-a lungul acestor zone din cauza rezistivităţii finite, apare o micşorare a curentului faţă de cel prevăzut iniţial.

Folosind notaţiile din fig. 7 şi presupunînd că tranzistorul funcţionează în regiunea de saturaţie pentru un tranzistor elementar se pot scrie ecuaţiile :

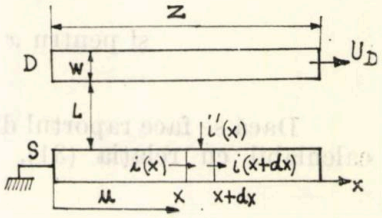


Fig. 7

$$i'(x) = -\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x = \mu C_{0x}\frac{\mathrm{d}x}{L}\frac{(U'_G - u)^2}{2}$$

unde $U'_G = U_G - U_p$;

sau

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}x} = -\frac{\mu C_{0x}}{2L}(U'_G - u)^2$$

Se mai consideră şi relaţia evidentă : $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = i\dfrac{R_\square}{w}$

Punînd condiţiile la limită ($x = 0 : u = 0$, $i = I$ şi $x = Z : i = 0$), se obţine ecuaţia diferenţială :

$$\frac{di}{(i^2 - I^2 + A)^{2/3}} = -B\,dx$$

unde $A = \frac{1}{3}\frac{\mu C_{0x}}{L}\frac{w}{R_\square}U_G'^2$ şi $B = \left(\frac{9}{8}\frac{\mu C_{0x}}{L}\frac{R^2}{w^2}\right)^{1/3}$

Prin integrare, se obţine:

$$\int_0^I \frac{\mathrm{d}i}{(i^2 - I^2 + A)^{2/3}} = BZ \tag{30}$$

Pentru cazul $u \ll u_G'$, cel mai des întîlnit în practică, soluţia este:

$$i = \frac{bw}{R_\square}\frac{U_G'}{2}\frac{\operatorname{sh} b(Z-x)}{\operatorname{ch} bZ}$$

$$u = \frac{U_G'}{2}\left(1 - \frac{\operatorname{ch} b(Z-x)}{\operatorname{ch} bZ}\right)$$

unde $b^2 = \frac{\mu C_{0x}}{L}\frac{R_\square}{w}U_G'$

Mai rezultă:

pentru $x = 0$ $\quad I = \frac{wb}{R_\square}\frac{U_G'}{2}\operatorname{th} bZ$

şi pentru $x = Z$ $\quad \Delta V = \frac{U_G'}{2}\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} bZ}\right)$

Dacă se face raportul dintre curentul I şi curentul fără efect parazit, calculabil cu relaţia (31),

$$I_0 = \frac{\mu C_{0x} Z}{2L}U_G'^2 \tag{31}$$

rezultă:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\operatorname{th} bZ}{bZ}$$

Se poate defini o lungime echivalentă a canalului, în aşa fel încît curentul să se calculeze cu o formulă similară cu (31):

$$\frac{L_{ech}}{L} = \frac{bZ}{\operatorname{th} bZ} \tag{32}$$

Din analiza expresiei lui b, se constată sensul variaţiei lui L_{ech}; astfel, dacă $R_\square$ creşte, sau w scade, sau Z creşte, rezultă o mărire a

lungimii echivalente, deci o micşorare a curentului. În fig. 8, se arată cum variază raportul L_{ech}/L şi căderea de tensiune ΔV, în funcţie de Z şi $R_\square/w$, aşa cum rezultă din ecuaţia (30), integrată numeric pe calculator.

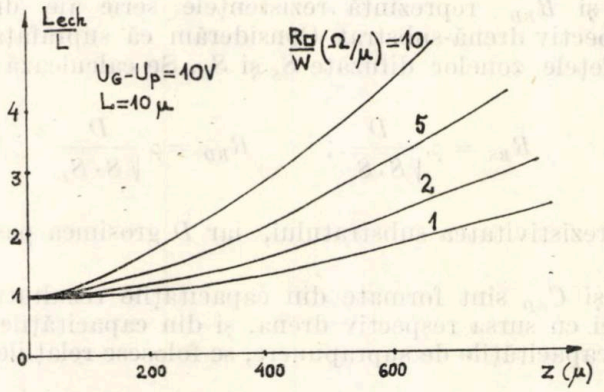


Fig. 8a

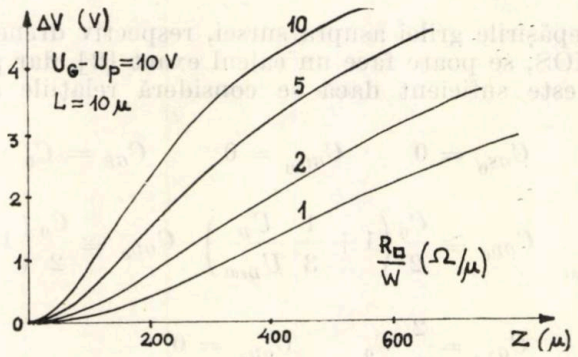


Fig. 8b

6. Elementele schemei echivalente şi experimentări

Referitor la schema echivalentă din fig. 2, elementele acesteia sînt următoarele :

— I_D reprezintă curentul de ieşire, calculabil cu una din relaţiile (11), (13), (16), (17) după precizia dorită. De remarcat faptul că dacă tranzistorul are canal de lungime mică, în paralel cu I_D mai apare un generator de curent, I_p, dat de formula aproximativă (27). De asemenea, dacă este vorba de un TECMOS cu zone difuzate pentru sursă şi drenă lungi şi nemetalizate, se înlocuieşte L cu L_{ech} dat de (32) ;

— R_S şi R_D reprezintă rezistenţele de acces la sursă, respectiv la drenă. Notînd cu R_c rezistenţa de contact aluminiu-zona difuzată p rezultă relativ simplu [2] :

$$R_s \simeq \frac{R_\square}{2} \cdot \frac{w_s}{Z} + R \quad \text{şi} \quad R_D \simeq \frac{R_\square}{2} \frac{w_D}{Z} + R \tag{33}$$

unde w_S și w_D sînt lățimile zonelor difuzate pentru sursă, respectiv pentru drenă. În general, aceste rezistențe au valori mici, 10—100 Ω și pot fi neglijate.

— R_{BS} și R_{BD} reprezintă rezistențele serie ale diodelor sursă-substrat, respectiv drenă-substrat. Considerăm că suprafața pastilei este S, iar suprafețele zonelor difuzate S_S și S_D. Se calculează [2], [9]:

$$R_{BS} = \rho \frac{D}{S \cdot S_s}; \qquad R_{BD} = \rho \frac{D}{S \cdot S_D} \tag{34}$$

unde ρ este rezistivitatea substratului, iar D grosimea pastilei.

— C_{GS} și C_{GD} sînt formate din capacitățile rezultate prin suprapunerea grilei cu sursa respectiv drena, și din capacitățile MOS propriu zise. Pentru capacitățile de suprapunere, se folosesc relațiile de calcul (35)

$$C_{RS} = C_{0x} \cdot Ze_s \text{ și } C_{RD} = C_{0x} Ze_d \tag{35}$$

e_s și e_d fiind depășirile grilei asupra sursei, respectiv drenei. În privința capacităților MOS, se poate face un calcul exact [2], dar pentru analiza pe calculator este suficient dacă se consideră relațiile aproximative:

$$U'_G < 0 \qquad C_{GS_0} = 0 \qquad C_{GD_0} = 0 \qquad C_{GB} = C_0$$

$$\begin{matrix} U'_G > 0 \\ U_D < U_{D_{sat}} \end{matrix} \quad C_{GD_0} \cong \frac{C_0}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{U_D}{U_{Dsat}}\right) \quad C_{GD_0} \cong \frac{C_0}{2}\left(1 - \frac{U_D}{U_{Dsat}}\right)$$

$$U'_G > 0 \qquad C_{GS_0} = \frac{2}{3} C_0 \qquad C_{GD_0} = 0$$

$$U_D > U_{Dsat} \tag{36}$$

unde $C_0 = C_{0x} Z \cdot L$

— C_{TS} și C_{TR} sînt capacitățile de barieră ale joncțiunilor sursă-substrat, respectiv drenă-substrat și se calculează cu formulele obișnuite pentru o joncțiune gradată [10]:

$$C_{TS} = \frac{C_{T0} \cdot S_S}{\sqrt[3]{1 + \frac{U_{BS}}{U\varphi}}} \qquad C_{TD} = \frac{C_{T0} \cdot S_D}{\sqrt[3]{1 + \frac{U_{BD}}{U\varphi}}} \tag{37}$$

unde $U\varphi = 0{,}8\ V$ iar $C_{T0} = \sqrt{\frac{qN_D \varepsilon_0 \varepsilon_{si}}{2U\varphi}}$

— Pentru diferite aplicații, se mai pot adăuga în schema echivalentă generatoare de curent pentru joncțiunile sursă-substrat și drenă-substrat, invers polarizate, cu scopul de a lua în considerare și curentul de fugă al acestor diode.

Schema echivalentă pentru semnale mici se obține simplu din cea din fig. 2. Este necesar să se înlocuiască generatorul de curent I_D cu un generator de curent comandat și o impedanță de ieșire, ca în fig. 9. Expresiile acestora se obțin folosind următoarele relații de definiție:

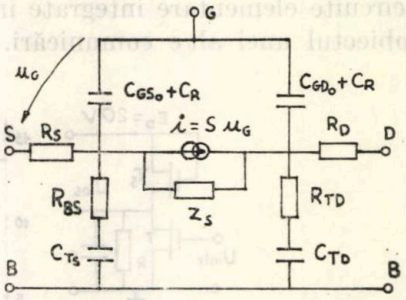


Fig. 9

$$s = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_G}\bigg|_{U_D = \text{const}};$$

$$z_s = \frac{\Delta U_D}{\Delta I_D}\bigg|_{U_G = \text{const}}.$$

Rezultă:

$$\text{pentru } U_D \leqslant U_{Dsat} \qquad s = \mu C_{ox} \frac{z}{L} U_D$$

$$z_s = \frac{1}{u C_{ox} \frac{Z}{L} (U_G - U_P - U_D)}$$

$$\text{pentru } U_D \geqslant U_{Dsat} \qquad s = \mu C_{ox} \frac{z}{L} (U_G - U_P)$$

$$z_s = \frac{\sqrt{2A\,(U_D - U_{Dsat})} - \left(1 - \sqrt{\frac{2}{A}\,(U_D - U_{Dsat})}\right)^2}{\mu\, C_{ox} \frac{Z}{L} \frac{U_{Dsat}^2}{2}} \quad \text{(pentru } L \text{ mare)}$$

Pentru verificarea modelului propus pentru TECMOS s-a studiat comportarea unui inversor obișnuit (fig. 10a), în care T_1 servește la amplificare, iar T_2 este utilizat ca rezistență de sarcină. Cu ajutorul programului de analiză pe calculator a circuitelor, IMAG2 au fost calculate caracteristicile de transfer ale inversorului și apoi au fost confruntate cu cele trasate în laborator. Așa cum rezultă și din fig. 10b, teoria este în bună concordanță cu experiența. De asemenea, s-a comparat răspunsul tranzitoriu teoretic cu cel experimental, rezultatele fiind satisfăcătoare.

Experimentările au fost făcute cu TECMOS cu canale de lungimi cuprinse între 3μ şi 20μ, cu grosimi de oxid subţire cuprinse între între 900 Å şi 1500 Å şi pentru substrat cu dopaj de 2Ωcm şi 5Ωcm.

Modelul a mai fost folosit şi pentru analiza şi optimizarea unor circuite elementare integrate în tehnologia MOS, probleme care vor face obiectul unei alte comunicări.

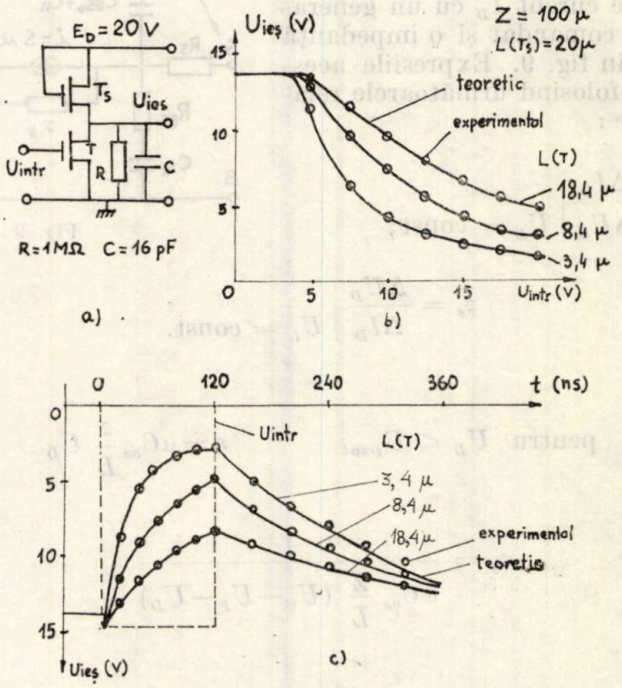


Fig. 10

7. Concluzii

În lucrare au fost prezentate cîteva aspecte ale funcţionării TECMOS integrat. S-a rezolvat ecuaţia curentului înainte de saturaţie în ipoteza variaţiei mobilităţii cu cîmpul electric. Se propune o rezolvare aproximativă a problemei curentului de pătrundere, valabilă în cazurile uzuale şi se studiază efectul rezistivităţii finite a zonelor difuzate asupra curentului total. Ipotezele propuse sînt bine confirmate de practică, aşa cum rezultă din compararea carcacteristicilor de ieşire teoretice ale unui TECMOS cu cele experimentale, precum şi din analiza în continuu şi tranzitoriu a unui inversor cu TECMOS.

Catedra de calculatoare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Merckel, J, Borel, N. Cupcea* An Accurate MOS Transistor Modes for Use in CAD IEEE Trans. on El. Dev. mai 1972 ED—19 pag. 681—691
2. *G. Merckel, N. Cupcea* Note technique LETI/ME nr. 633, 1970
3. *V. G. K. Reddi, C. T. Sah* IEEE Trans. on El. Dev. martie 1965 pag. 139—141.
4. *G. Merckel, J. Borel* Colloque Microélectronique avancée Paris 6—10 aprilie 1970.
5. *C. T. Sah* IEEE Trans. on El. Dev. iulie 1964 pag. 324—345.
6. *J. A. Nielen, A. W. Memelink* Philips Res. Repts. vol. 22, 1967. pag. 55—71.
7. *P. Richman* IEEE Trans. on El. Dev. septembrie 1969 pag. 759—766.
8. *M. Sostarich* Solid State Electronics aprilie 1970 pag 385—388.
9. *D. K. Lynn, C. S. Meyer, D, J. Hamilton* Analysis and Design of Integrated Circuits, New-York Mc Graw-Hill 1967
10. *M. Drăgănescu* Procese electronice în dispozitive semiconductoare de circuit, Ed. Academiei Bucureşti 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 1

METALURGIE

C. Z. : 669

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR STATICE ALE FURNALELOR LA CONDUCEREA COMPLEXĂ CU MODEL MATEMATIC

I. VÎRCOLACU, P. DUMITRAȘCU, I. OPRESCU, M. GUȚU

1. Scopul lucrării

În lucrări anterioare [1, 2] autorii au stabilit un model matematic staționar al furnalului, bazat pe procesele și fenomenele ce au loc în partea inferioară a acestuia (zona de elaborare).

Modelul are ca funcție de performanță principală energia termică a zonei de elaborare E_t [kcal/tf. fontă], care determină conținutul de siliciu al fontei, iar ca funcții de performanță auxiliare producția orară de fontă P_F [tf. fontă/h] (sau producția specifică P_{FS}[tf. fontă/Nm^3 aer suflat]) și consumul specific de carbon pentru reducerea directă C_{rd}[kgf.C/tf, fontă].

Variabilele de reglare a funcțiilor de performanță sînt parametrii aerului suflat : temperatura t_a [°C], umiditatea h_a [gf./Nm^3], conținutul de combustibil auxiliar M (în cazul gazului metan $M = Q_m/Q_a$, unde Q_m este debitul de gaz metan [Nm^3/h]), conținutul de oxigen $O_x = Q_{O_2}/Q_a$, unde Q_{O_2} este debitul de oxigen [Nm^3/h].

Perturbațiile cele mai frecvente ale procesului sînt variația compoziției chimice și mineralogice a încărcăturii, luată în considerație prin conținutul de oxigen al încărcăturii [O_2] [kgf/tf. fontă], și variația debitului de aer Q_a [Nm^3/h], folosit ca parametru de reglare a regimului de coborîre a încărcăturii (căderile de presiune pe înălțimea furnalului).

În ansamblul caracteristicilor statice ale furnalului, o importanță deosebită pentru conducerea procesului o au dependențele dintre funcțiile de performanță și variabilele (parametrii) de reglare, pe baza acestor dependențe stabilindu-se în mod concret, pentru agregatul modelat, valorile corecțiilor pe care calculatorul le comandă la regulatoarele parametrilor de reglare.

De asemenea, prezintă importanță dependențele dintre funcțiile de performanță și mărimile de perturbație cu cea mai frecventă acțiune, în scopul stabilirii corecțiilor necesare pentru anularea efectelor acțiunii acestora.

În lucrarea de față autorii și-au propus stabilirea teoretică și verificarea statistică a unor caracteristici statice ale furnalului, și anume a dependențelor principale dintre funcțiile de performanță, pe de o parte

* Manuscris predat redacției la data de 8 februarie 1973.

și parametrii de reglare și mărimile de perturbație pe de altă parte pentru un furnal de la Combinatul Siderurgic Galați, al cărui model particularizat a fost stabilit și verificat anterior [3].

S-au luat în considerare 108 regimuri staționare ale furnalului,

Tabelul 1

Rezultatele prelucrării statistice a parametrilor furnalului

Nr.	Parametrul	Unitate de măsură	Valoare medie	Abatere medie pătrat.	Eroare maximă absolută	Eroare medie absolută
1	P_F	$\frac{\text{tf fontă}}{\text{h}}$	105,2	17,2	51,6	13,76
2	P_{FS}	$\frac{\text{tf fontă}}{\text{Nm}^3 \text{ aer}}$	$5{,}05.10^{-4}$	$1{,}042.10^{-4}$	$3{,}126.10^{-4}$	$0{,}8336.10^{-4}$
3	C_{RD}	$\frac{\text{kg carbon}}{\text{tf fontă}}$	108,39	23,52	70,56	18,81
4	E_t	$\frac{\text{kcal}}{\text{tf fontă}}$	$490{,}07.10^3$	$142{,}7.10^3$	$482{,}04.10$	$114{,}14.10^3$
5	t_a	°C	1042,07	54,3	162,9	43,4
6	h_a	$\frac{\text{gf}}{\text{Nm}^3 \text{ aer}}$	17,462	3,147	9,441	2,317
7	M	—	$45{,}89.10^{-3}$	$5{,}012.10^{-3}$	$15{,}036.10^{-3}$	$4{,}01.10^{-3}$
8	Q_a	Nm^3/h	$175{,}4.10^3$	$8{,}71.10^3$	$26{,}1.10^3$	$6{,}96.10^3$
9	$[O_2]$	$\frac{\text{kgf } O_2}{\text{tf fontă}}$	453,01	67,28	201,84	53,82

ale căror parametrii au fost prelucrați statistic, obținîndu-se rezultatele din tabelul 1.

2. Caracteristici statice la acțiunea parametrilor de reglare

Importanță practică prezintă acțiunea parametrilor de reglare asupra energiei termice E_t, care este funcția de performanță principală a modelului, pe baza căruia se conduce procesul.

În consecință, s-au determinat dependențele dintre energia termică E_t, pe de o parte, și temperatura aerului t_a, umiditatea aerului h_a și conținutul de gaz metan al acestuia M, pe de altă parte, care reprezintă principalii parametri de reglare.

Rezultatele analizei de corelație și regresie sînt prezentate în tabelul 2. Valorile coeficienților de corelație atestă suficient de puternică legătură între parametrii, iar din analiza de regresie rezultă ecuațiile caracteristicilor statice:

Tabelul 2

Rezultatele analizei de corelație și de regresie pentru dependențele $E_t(t_a)$, $E_t(h_t)$ și $E_t(M)$

Nr.	Dependența	Coieficient de corelație	Coieficient de regresie $\times 10^3$		Dispersia medie * kcal / tf· fontă	Eroarea maximă** kcal / tf. fontă
			a	b		
1	$E_t(ta)$	0,545	−843,28	1,275	$118{,}61.10^3$	$\pm 55{,}33.10^3$
2	$E_t(ha)$	0,149	371,63	6,517	$139{,}98.10^3$	$\pm 15{,}04.10^3$
3	$E_t(M)$	0,114	344,669	3240	$140{,}53 . 10^3$	$\pm 52{,}0.10^3$

*) $S_{E_t \cdot t_a, h_a, M}$ **) ε_{max}

$$E_t = (-843{,}28 + 1{,}275 . t_a) . 10^3 \quad (1)$$

$$E_t = (371{,}63 + 6{,}517 . h_a) . 10^3 \quad (2)$$

$$E_t = (344{,}669 + 324.0 . M) . 10^3 \quad (3)$$

În figura 1 se prezintă pentru cele trei caracteristici dreptele de regresie (1...3), comparativ cu variațiile predictate de modelul matematic.

Se remarcă în primul rînd că peste 90% din valorile experimentale se găsesc în interiorul benzii de dispersie medie $E_t \pm 2.s_{E_t \cdot t_a, h_a, M}$ și anume 94,5% pentru dependența $E_t(t_a)$, 90% pentru dependența $E_t(h_a)$ și 96,4% pentru dependența $E_t(M)$, ceea ce atestă valabilitatea dreptelor de regresie.

În domeniul de exploatare a furnalului ($t_a = 850 \ldots 1150°C$, $h_a = 9 \ldots 25$ gf/Nm³, $M = (26 \ldots 59) . 10^{-3}$) dreptele de regresie se găsesc în interiorul domeniilor de variație predictate de modelul matematic, delimitate de caracteristicile statice limită, pentru valori maxime și respectiv minime ale parametrilor furnalului.

Comparativ cu caracteristicile statice medii predictate de model, calculate cu valori medii statistice ale parametrilor furnalului, dreptele de regresie se găsesc deasupra acestora și au în general panta mai mare. Abaterile depășesc erorile maxime de determinare a ecuațiilor dreptelor de regresie și au valori maxime spre limita superioară a domeniului de exploatare a furnalului.

În ceea ce privește gradul de acțiune al parametrilor de reglare asupra energiei termice E_t, valorile date de dreptele de regresie, ținînd

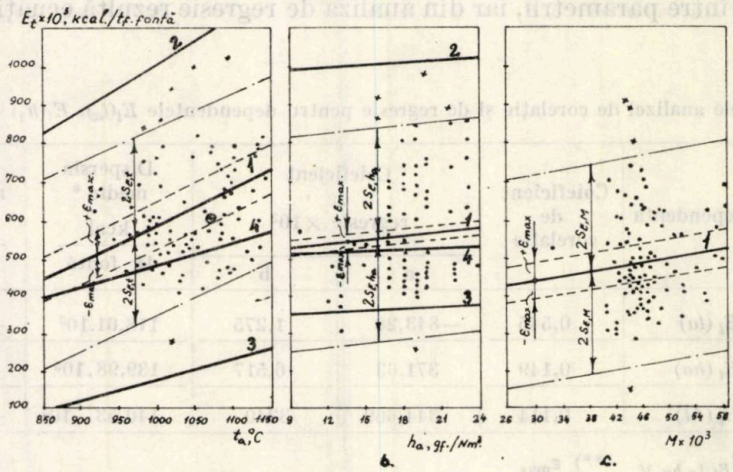


Fig. 1 — Caracteristici statice ale furnaluluui la acțiunea parametrilor de reglare: a—$E_t(t_a)$; b—$E_t(h_a)$; c—$E_t(M)$; 1—rezultate prin analiză statistică; 2,3 — limitele familiei de caracteristici predictate de model; 4 — predictate de model cu valori medii statistice ale parametrilor.

seama și de erorile de determinare, sînt în general mai mari decît valorile medii predictate de modelul matematic, după cum rezultă din tabelul 3.

Tabelul 3

Gradul de acțiune al parametrilor de reglare t_a h_a și M asupra energiei termice E_t

Nr.	Parametru de reglare	Unit. de măsură	Gradul de acțiune			Valoarea dată de dreapta medie predictată de model
			Valori minimă	date de maximă	dr. de regresie medie	
1	t_a	$\frac{\text{kcal/tf}}{100°C}$	53300	13300	93300	80000
2	h_a	$\frac{\text{kcal/tf}}{\text{gf/Nm}^3\text{ aer}}$	4375	8750	6250	2000
3	M	$\frac{\text{kcal/tf}}{10\ \text{Nm}^3/\text{h}}$	—	670	335	300

Se poate conchide că ecuațiile (1...3) reprezintă caracteristicile statice cele mai probabile ale furnalului la acțiunea parametrilor de reglare. Ele se încadrează în familia de caracteristici statice medii predictate de

modelul matematic. Abaterile față de caracteristica statică predictată de model sînt normale, datorită faptului că acestea din urmă s-au stabilit luîndu-se în considerare regimul staționar mediu statistic de funcționare a furnalului, a cărui probabilitate este redusă.

3. Caracteristici statice la acțiunea mărimilor de perturbație

Mărimile de perturbație principale, debitul de aer suflat Q_a și conținutul de oxigen al încărcăturii $[O_2]$ au influențe apreciabile și importante practic în special asupra productivității orare de fontă P_F și consumului specific de carbon pentru reducerea directă C_{RD}.

S-au determinat dependențele între producția orară de fontă P_F, pe de o parte și parametrul Q_a și $[O_2]_i$ pe de altă parte și dintre consumul specific de carbon C_{RD} și parametrul $[O_2]_i$.

Tabelul 4

Rezultatele analizei de corelație și de regresie pentru dependențele $P_F(Q_i)$, $P_F[(O_2])_i$ și $C_{RD}([O_2]i)$

Nr.	Dependențe	Coieficient de corelaeți	Coieficienți de regresie		Dispersie medie tfontă/h kgC/tfontă	Eroare maximă tfontă/h kgC/tfontă
			a	b		
1	$P_F(Q_a)$	0,380	−17,08	7.10^{-4}	15,16	±4,87
2	$P_F([O_2])$	−0,205	139,88	$-8,908.10^{-2}$	16,85	±10,52
3	$C_{DR}([O_2]_i)$	0,767	−09,096	0,27	14,57	±14,53

Prin analiza de corelație și regresie s-au obținut rezultatele din tabelul 4.

Se remarcă legătura puternică între parametri; ecuațiile caracteristicilor statice fiind:

$$P_F = -17,08 + 7.10^{-4}.Q_a \tag{4}$$

$$P_F = 139,88 - 8,908.10^{-2}[O_2]_i \tag{5}$$

$$C_{RD} = -9,096 + 0,27[O_2]_i \tag{6}$$

În figura 2 sînt trasate caracteristicile statice determinate prin analiză statistică (4...6), în ansamblul familiei de caracteristici predictate de modelul matematic.

În domeniul de dispersie medie $P_F \pm 2.s_{P_F \cdot Q_a \cdot [O_2]_i}$ se încadrează 96,3% din punctele totale pentru dependența $P_F(Q_a)$ și 97,1% pentru dependența $P_F([O_2]_i)$, iar în domeniul $C_{ED} \pm 2s_{C_{RD} \cdot [O_2]_i}$ se încadrează 96,1% din punctele experimentale.

De asemenea, dreptele de regresie se încadrează în familia de caracteristici statice predictate de modelul matematic, cu abateri față de caracteristicile medii statistice determinate de cauzele prezentate mai sus.

Rezultă că acțiunea mărimilor de perturbație asupra funcțiilor de performanță ale furnalului este exprimată cu cea mai mare probabilitate de ecuațiile (4...6), care reprezintă caracteristicile statice principale ale furnalului la acțiunea mărimilor de perturbație.

În ceea ce privește caracteristica statică $P_F([O_2]_i)$, intervalul de variație statistic se suprapune parțial cu zona superioară a intervalului

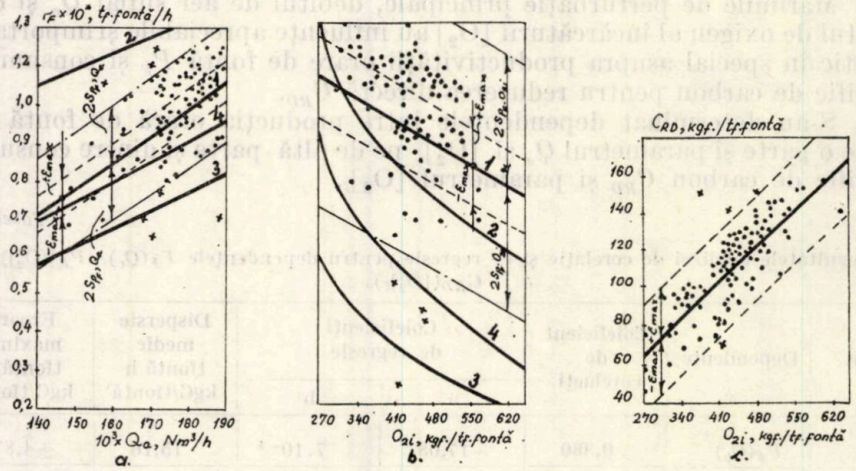


Fig. 2. Caracteristici statice ale furnalului la acțiunea mărimilor de perturbație; a — $P_F(Q_a)$; b — $P_F([O_2]_i)$; c — $C_{RD}([O_2]_i)$; 1 — rezultate prin analiză statistică; 2, 3 — limitele familiei de caracteristici predicate de model; 4 — predicate de model cu valori medii statistice ale parametrilor.

de variație predictat de model, iar alura de variație este asemănătoare cu cea rezultată din ecuațiile modelului matematic. Situarea intervalului statistic de variație deasupra celui teoretic se datorește funcționării furnalului cu valori ridicate ale parametrilor aerului suflat, în condițiile unui conținut mare și variat de oxigen în încărcătură.

4. Concluzii

În lucrare s-au stabilit, prin analiza statistico-matematică a 108 regimuri staționare ale unui furnal de la Combinatul Siderurgic Galați, principalele caracteristici statice ale agregatelor, care exprimă dependențele funcțiilor de performanță de parametrii de reglare și mărimile de perturbație ale furnalului.

Aceste caracteristici, sintetizate în fig. 3, sînt cu bună aproximație exprimate de ecuațiile liniare (1...6), rezultînd că furnalul poate fi considerat ca un element liniar în domeniul uzual de exploatare.

În afară de această concluzie teoretică importantă, caracteristicile statice din fig. 3 permit predeterminarea cu cea mai mare probabilitate a regimurilor staționare ale furnalelor studiate la variația parametrilor de reglare sau a mărimilor de perturbație, în cazul conducerii după model matematic.

De asemenea, rezultă încă odată, pe lîngă verificările efectuate anterior, valabilitatea ecuațiilor modelului matematic [2, 3], atît calitativ, în ceea ce privește liniaritatea caracteristicilor statice, cît și cantitativ,

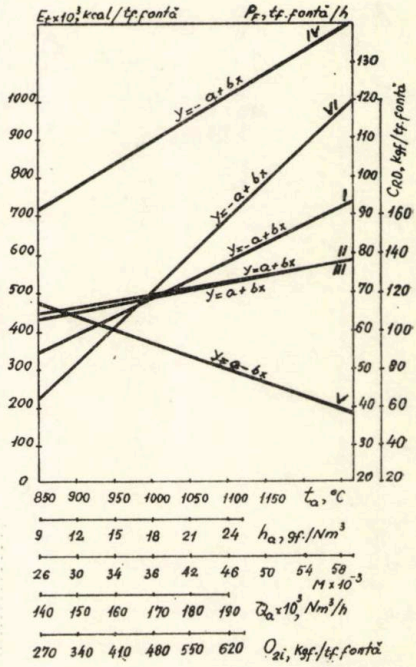


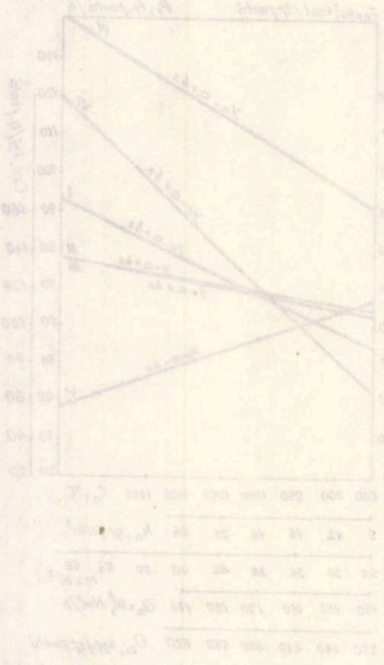
Fig. 3. — Ansamblul principalelor caracteristici statice ale furnalului; I — $E_t(t_a)$; II — $E_t(h_a)$; III — $E_t(M)$; IV — $P_F([Q_a])$; V — $P_F([O_2]_i)$; VI — $C_{RD}([O_2]_i)$.

prin încadrarea caracteristicilor determinate statistic în familia de caracteristici statice posibile predictate de modelul matematic.

Catedra de turnătorie—forjă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Dumitrașcu, I. Oprescu, I. Vîrcolacu,* Model matematic și schemă de conducere cu calculator pentru furnalele cu încărcătură complexa și injecțiae de gaz metan și oxigen în aerul suflat, Metalurgia, 12, 1970, p. 756—760.
2. *P. Dumitrașcu, I. Oprescu, I. Vîrcolacu,* Intervention, Journées Internationales de Sidérurgie, Automation, Luxemburg, 1970.
3. *P. Dumitrașcu, I. Oprescu, I. Vîrcolacu, M. Guțu, I. Nită,* Influențe ale parametrilor de funcționare a furnalului la modelarea matematică a acestuia, Mertalurgia, 5, 1972, p. 305—310.



INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

I.P.I. c. 1016

40 820

1974 OCT 29

F1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVI NUMĂRUL 2 ANUL 1974,
MARTIE – APRILIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодиуеских журналов „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel q'il se présente, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'instiut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVI — NUMĂRUL 2

MARTIE — APRILIE

1974

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Academician Prof. *Emilian Bratu*,; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar științific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ștefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Sumar

MATEMATICA

Liana Alexandra Popescu

Probleme de aproximare a funcțiilor — metoda relaxării puterilor superioare 21

C. Bucur

O formulă de aproximare în medie pentru funcții discontinue 25

GEOMETRIE DESCRIPTIVĂ

P. Antonescu, L. Gruia

Utilizarea torului în studiul mecanismelor patrulatere spațiale 29

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

G. Costeanu, Ortansa Landauer, Cornelia Mateescu

Studiul viscozității sistemului apă-dietilenglicol 37

I. Constantinescu, Sz. Lanyi

Stabilirea unor măsuri privind reglementarea problemei apelor pe o platformă chimică cu produse pe bază de azot 41

UTILAJ CHIMIC

R. Mihail

Delay Factors for Boundary-layers Flows with a Step-in Wall-heat Flux . 47

TEORIA MECANISMELOR

I. Tempea

Sinteza structurală a lanțurilor cinematice plane cu cuple inferioare cu N = = *1, 2, 3* contururi deformabile și $L_3 = 5$ grade de libertate 55

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Anca Rodica Bărănescu

Analiza comportării dinamice a motorului în V cu opt cilindri intercalați . 63

MAȘINI TERMICE

Șt. Gheorghiu

Corelația între dimensiunile țevilor supraîncălzitoarelor de abur, calitatea materialului și parametrii aburului la ieșire 75

D. Ștefănescu, Carmen Papadopol, Ileana Morega

Metode de rezolvare a ecuației transmisiei de căldură prin conductibilitate în regim nestaționar în cazul cilindrului plin 85

REZISTENȚA MATERIALELOR

I. Constantinescu

Corelații între tensiuni și parametri geometrici ai unui recipient cu două mantale cilindrice și fund plan, solicitat cu presiune interioară 89

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

I. Sonea

Cercetări privind optimizarea procesului de sudare cu arc electric vibrat în cîmp ultrasonor 103

C. Dumitraș

Contribuții privind generalizarea ecuațiilor pentru calculul componentelor forței de așchiere 109

AUTOMATICA

P. Dimo, Irina Athanasiu, V. Cristea, N. Popovici

Interconectarea sistemelor de calcul 117

TRANSPORTURI

P. Frîncu

Asupra unei soluții eficiente de sporire a capacității unei linii de cale ferată . 127

L. Buda

Aspecte privind circulația în curbe a vehiculelor de cale ferată cu viteze mari 137

Резюме

Д. К. 517

А. Попеску

Проблемы приближения функций. Метод релаксацим высших степеней.

Работа занимается с возможностью уменьшения степени многочленов приближения вещественных функций на основе теоремы и метода Чебышева.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 517

К. Букур

Формула приближения в среднем для разрывных функций.

Для одной функции f (x), зная приближенные значения и разрывы, строится формула приближения в среднем.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 515

П. Антонеску, Л. Груя

Применение тора в изучении пространственных четырехзвенных механизмов

В работе представлен оригинальный графический метод для определения крайних позиций, занимаемых ведомым звеном пространственных четырехзвенных механизмов.

С этой целью используется как геометрическое место для крайних позиций поверхности тора с двумя полотнами, имеющая как ось симметрии ось вращения кривошипа.

Использование двойной ортогональной проекции позволяет определить на основе методов начертательной геометрии пересечение между полученным тором и кривой, которая показывает траекторию, описанную центром шарнира подвижного ведомого звена.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 66

Г. Костяну, О. Ландауер, К. Матееску

Авторы исследовали вязкость смешения систем вода-диэтиленгликоль в различные концентрации и температуры находящихся между 20 и 50°С.

Результаты оказывают влияние водородных мостик на вязкое текучесть (течение) система.

С точки зрения вязкого течения результаты сравнивались с системойвода-моноэтиленгликоль.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Summary

D. C. 517

Liana Alexandra Popescu

Prblemes about Approximation of Functions. — The Method of Decresing Hieher Degree.

The paper treats about the possibility of decreasing the degree of the approximation-polinomialsof real valued functions, using Tchebischev' heorem and method.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 517

C. Bucur

A Formula for an Average Approximation for the Discontinuous Functions

For a function f (x), being known the approximative values and the discontinuities, a formula for an average approximation is given.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 515

P. Antonescu, L. Gruia

The Use of the Tore in the Study of the Spatial four — bar Mechanisms

This work presents an original graphic method to determine the extreme positions of the output link of the spatial four — bar linkage.

The tore surface with two sails, having the rotation axis crank as symmetrical axis, is used as a geometrical locus for the extreme positions.

Using the double ortogonal projection, the intersection between the resulting tore and the curve representing the trajectory described by the mobile joint centre of the output link, is determined by means of the descriptive geometry methods.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 66

G. Costeanu, C. Mateescu, O. Landauer

Viscosites of the Mixed Systems Waterdiethylenglycol

The viscosites of the mixed systems water — diethyleneglycol have been determined at different concentrations and over the temperatures range 20—50°C.

The results outlined the influence of the hydrogen bonds on the viscous flow of the system.

The data have been compared with the system water — monoethyleneglycol from the point of view of the viscous behaviour.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 547

И. Константинеску, Сз. Лани,

Установление некоторых мер для разрешения проблемы воды на химической платформе пропродуктов на основе азота.

Авторы изучают конкретные средства сохранения воды в условиях быстрого развития индустрии. Для одной химической платформы, имеющей в основе продулты на базе азота используя и применяя наилучшие механо-химикобиологические методы и их связь с современными технологическими нуждами дают возможность реализации экономических и уманитарных средств.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 66

Р. Михаил

Для фактора задержки в предельном слое духразмерного течения получается общий раствор, который может быть расширен п на сфере. Фактор задержки расчитан для тел с плоской формой пластинки, кругового эллиптического цилиндра и для сферы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д.К. 621—23

И. Темпя

Структурыный синтез плоских кинематических общих цепей с 1, 2, 3 деформированных контуров и степенью свободы $L_3 = 5$

Работа представляет полученные автором результаты для структурного синтеза плоских кинематических общих цепей с N=1, 2, 3, дефомированных контуров и степенью свободы $L_3 = 5$

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д.К. 621.363

Р. Бэрэнеску

Анализ динамического поведения V-образных двигателей с переменным чередованием 8 цилиндров.

Анализируются V-образные двигатели спеременым чередованием 8 цилидров и возможность уравновешивания их инерционных сил и моментов этих сил для четырехтактны и двухтактных двигателей.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 547

I. Constantinescu, Sz. Lányi,

The Establishment of some Weasures Concerning the Settlement of the Problems of Waters on a Chemical Platform with Nitrogen Products

The author analyses the concret possibilities to achieve a protection of waters in conditions of a great development of industry.

For a chemical platform with nitrogen products only the application of the most suitable mechanical, chemical and biological methods as far known, and these entirely adapted to the technological requests, may allow the achievement of some efficient measures as well economically a humanitarian.

D. C. 66

R. Mihail

Delay Factors for Boundary-Layer Flows with a Step-in wall-heat Flux

A general solution to the problem of delay factors for two-dimmensional boundary layer flows with a step-in wall-heat flux is obtained. An extension of the solution may include also the sphere. The delay factor is computed for the flat plate, circular and elliptical cylinders and sphere.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 621—23

I. Tempea

Structural Synthesis of the General Planar Kinematic Chains with N = 1,2,3 Deformable Contours and Degree of Freedom $L_3 = 5$

The work presents the results obtained from the author, using graph theory, for structural synthesis of the general planar kinematic chains with N = 1,2,3 deformable contours and degree of freedom $L_3 = 5$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 621. 363

Rodica Bărănescu

The Analyse of the Dynamic Behavior of the V-8 Engines with Staggered Cylinders

One analyses the dynamic behavior of the V—8 engines with staggered cylinders, and the possibilities of balancing the inertia forces and the moment of the inertia forces for both the four stroke and the two stroke V—8 engine.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 621.363

Ст. Георгиу

Корреляция между размерами паропроводов в перегревателях, качеством материала и параметрами пара при выходе

Качество материала и размеры труб для выхода пара изперегревателя ограничивают с экономичесой точки зрения параметры пара на тепловых станциях при высоких температурах давления.

Жаростойкость материала и размеры труб определят корреляцию между давлением и температурой пара при выходе из передчи.

Дается корреляция между этими величинами в целях оптимизации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 536.7

Д. Штефэнеску, Кармен Пападопол, Иляна Морега

Методы решения уравнения теплопередачи теплопродимостью в нестационарном режиме для полного цилиндра

В научном труде представляются вкратце методы решения дифференциальных уравений Фурье для теплопередачи в нестационаром режиме. Потом решается уравнение при помощи операционного исчислсния и метода интегрирования преобразования Лапласа для сплошного диска и в частности, для полного цилиндра.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 620

И. Константинеску

Корреляционная связь между напряжениями и геометрическими параметрами одного сосуда с двумя цилиндрическими оболочками и плоским дном при нагружении внутренним давлением.

В работе рассмотрен расчет напряжений в структуре одного сосуда, который состоит из плоского дна, одной внешней оболочки, края которой жетстко заделаны, и другой внутренной оболочки. Сосуд нагружен внутренним давлением. Полученные численные результаты, предьявляются в виде безразмерных напряжений, выраженных в зависимости от геометрических параметров сосуда.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 621

И. Соня

Исследования об оптимизации способа электродуговой сварки в ультразвукором поле

В первой части труда, разрабатывается теоретические основы сварки в ультразвучном поле и представляются преимущества этого способа.

В второй части работы представляется схема автоматизации процесса при автоматическом регрлировании мощности и поддержании постоянной интенсивности ультразвуков,

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 621. 363

Șt. Gheorghiu

The Correlation Between the Dimensions of the Steam Superheater Tubes, the Quality of the Material and the Outlet Steam Parameters.

The quality of the material and the dimensions of the outlet step tubes of the steam superheater, limits, from an economic point of view, the steam parameters in the high pressure and temperature thermo-power-stations.

The high-temperature strength of the material and the dimensions of the tubes determine a correlation between the pressure and the temperature of the steam at the step outlet.

The correlation between these magnitudes is shown for optimizing.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 537.7

D. Ștefănescu, Carmen Papadopol, Ileana Morega

Methods of Solving the Equation of the Heat Transmission Through Conductibility in an Unstationary System in the Case of a Full Cylinder

In the work there are briefly presented the methods of solving of the differential equations of Fourier for the heat transmission in an unstationary system. Then the equation is solved using the operational calculation and the method of integration of the transformed Laplace for the full cylinder.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 620

I. Constantinescu

Stresses in a Vessel-type Structure with two Cylindrical Shells and a Flat Bottom -

The paper presents the computation of stresses inapressure-loaded vessel-type structure having a flat bottom, a cylindrical outer shell with a cantilever part and a concentric cylindrical inner shell. The numerical results are given as graphs of the dimensionless stresses as functions of the geometrical parameters.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 621

I. Sonea

Researches Concerning the Optimisation of the Welding Process with a Vibrating Electrical arc in an Ultrasonic Field

In the first part of the research work theoretical bases of the welding in an ultrasonic field and its advantages are shown.

In the second part of the research work we come across a design of automatization of the process by the automatic adjustement of the power and the mentaining of the ultrasonic intensity.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д.К. 621

К. Думитраш

Обобщенные уравнения для определения компонентов силы резания.

В работе предоставляется аналитические уравнения для определения величины компонентов силы резания в зависимости от свойств обработанного материала и геометрических параметров режущего инструмента в процессе резания металлов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 621—52

П. Димо, И. Атханасиу, В. Кристя, Н. Поповиги

Соединение вычислительных систем

Настоящая работа анализирует взаимное соединение вычислительных систем. Дается описание соединения двух вычислительных систем HP 2116 B и IBM 1130, которые находятся в Политехническом Институте Бухареста.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 656

П. Фрынку

Об эфективном решении проблемы пропускной способности железнодорожной линии

Анализируется возможность увеличения пропуской способност .железнодорожой линии при помощи двухпутных вставок. В этом случае улучшаются основные показатели железных дорог, а движение поездов реализируется также и на двухпутных линиях, исключая остановки для технических операций.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Д. К. 629.113

Л. Буда

Некоторые виды движения скоростных железнодорожных средств транспорта по кривым поворота

Скорость движения железнодорожных средств транспорта по кривым поворота можно увеличить и условии предусмотрения специальных устройств наклона для кузова.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe-Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 621

C. Dumitraş

Contributions Concerning the Generalized Ecuations for Computing the Cutting Force Components

The paper presents the equations of the cutting force components in dependence of the worked material and of the geometrical parameters of the tool.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 621—52

P. Dino, I. Athanasiu, V. Cristea, N. Popovici

Computer System Intereonnection

The paper discusses the solutions for interconnection of digital computers and presents such a system designed and realized at the Polytechnical Institute of Bucharest, by linking HP 2116B and IBM 1130 computers.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 656

P. Frîncu

About an Efficient Case for Increasing the Track Capacity of a Railway Line

It is an analysis of the possibility to enlarge the track capacity of a railway line by partial doubling of a simple rail. In this case an improval of the basic gauge of the rail is to be found, without any break in the traffic for the technical maintenance.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.C. 629.113

L. Buda

Aspects Concerning the Rail- vay Wehicles Circulation in Curves, with High Speed.

The circulation speed in curves can be increased if the vehicles are provided with devices for box tilting.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Résumé

C.D. 517

Liana Alexandra Popescu

Quelques problèmes d'approximation des fonctions — une méthode de diminution des degrés supérieurs —

L'article traite la possibilité de la diminution du degré des polynômes d'approximation pour les fonctions réelles, en utilisant la théoreme et la méthode de Thebycheff.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 517

C. Bucur

Une formule d'approximation en moyenne pour des fonctions discontinues

Pour une fonction f (x), en connaisant les valeurs approximatives et les discontinuités, on construit une formule d'approximation en moyenne.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 515

P. Antonescu L. Gruia

L'utilisation du tore dans l'étude des mécanismes quadrilatères spatiaux

Dans l'ouvrage on présente une méthode graphique originale de détermination des positions extrêmes occupées par l'élément conduit pour les mécanismes spatiaux articulés avec quatre éléments.

Dans ce but on emploie, comme lieu géométrique pour les positions extrêmes, la surface du tore à deux toiles ayant pour axe de symétrie l'axe de rotation de la manivelle.

En utilisant la double projection orthogonale on détermine, à l'aide des méthodes de la géometrie descriptive, l'intersection entre le tore qui en résulte et la courbe représentant la trajectoire décrite par le centre de l'articulation mobile de l'élément conduit.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 66

G. Costeanu, C. Mateescu, O. Landauer

L'étude de la viscosité de solvant mixte eau – diethylenglycole

Les auteurs ont étudié la viscosité du système mixte eau-diéthylèneglycol aux différentes concentrations et à des températures s'étendant de 20 à 50°C. On a tiré des conclusions sur l'influence des liaisons hydrogène sur l'écoulement visqueux du système, et on a comparé au point de vue du comportement visqueux le système eau-diéthylèneglycol avec le système eaumonoéthylènglycol.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

Zusammenfassung

D.K. 517

Liana Alexandra Popescu

Probleme über die Approximation der Funktionen. — Methode der Verkleinerung der höheren Grade. —

Der Artikel befasst sich mit der Möglichkeit der Verkleinerung des Grades der Polinome, der Approximation der reelen Funktionen, auf grund der Theoreme und Methode von Tschebischew.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 517

C. Bucur

Eine Mittel-Annäherungsformel für unstetige Funktionen

Für eine Funktion mit bekannten Annäherungswerten und Unstetigkeitspunkten wird eine Mittel-Annäherungsformel aufgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 515

P. Antonescu, L. Gruia

Benutzung des Torus im Studium der räumlichen Viergelenkgetrieben

In der Arbeit bestimmt man graphisch, mit Hilfe des zweischaligen Torus, der in doppelter ortogonalischer Projektion dargestellt ist, die extremalen Stellungen des Abtriebgliedes eines räumlichen Gelenkgetriebes mit vier Gliedern.

Der zweischalige Torus ist der geometrische Ort der extremalen Stellungen, den wir mit Hilfe des Komplementärlehrsatzes bestimmen.

Der Schnitt des Torus mit dem von dem beweglichen Gelenk des Abtriebgliedes trasierten geometrischen Ortes, bestimmut dessen extremale Stellungen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 66

G. Costeanu, O. Landauer, C. Mateescu

Viskosität des Wasser – Diethylenglycol Gemisches

Die Autoren untersuchten die Viskosität des Wasser—Diethylenglycol—Gemisches mit verschiedenen Konzentrationen und Temperaturen von 20—50° C.

Es wurde festgestellt dass die Wasserstoff — Bindungen die Viskosität beeinflussen. Die Autoren verglichen die beiden Systeme: Wasser — Diethylenglycol und Wasser — Monoethylenglycol.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 547

I. Constantinescu, Sz. Lànyi, Irina

Recherches sur la réglémentation du problème des eaux sur une platforme chimique de produits à base d'azote

Les auteurs font des recherches sur les moyens concrets pour protéger les eaux dans les conditions du dévellopemment impétueux de l'industrie. Pour une platforme chimique avec des produits à base d'azote, c'est seulement l'application des, méthodes mecano-chimiques biologiques et qui soient adoptés en concordance avec la technologie moderne qui peuvent assurer la realisation desnouveaux moyens efficients au point de vue économique et humanitaire.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 66

R. Mihail

Facteur de retardement pour couche laminaire ayant un flux calorique avec discontinuité a la paroi

On décrit une solution générale au problème du facteur de retardement pour écoulement avec couche laminaire bidimensionelle ayant un flux calorique avec discontinuité a la paroi.

La solution peut étre élargie aussi pour une sphére. Le facteur de retardement est calculé pour une plaque plane, cylindre circulaire et elliptique et pour une sph ère.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 621—23

I. Tempea

La synthèse structurale des chaînes cinématiques planes générales avec N = 1,2,3, cycles indépendants et dégrés de libérté L = 5

Le travail présente les résultats obtenus par l'auteur sur la base de la théorie des graphes pour la synthèse structural des chaînes cinématiques planes générales avec N = 1,2,3 cycles indépendants et dégrés de libérté L = 5.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 621.363

Rodica Bărănescu

L'analyse du comportement dynamique du moteur en V à huit cylindres intercalés

Le comportement dynamique du moteur en V à huit cylindres intercalés est analysé, ainsi que les possibilitées d'équilibrage des forces d'inertie et des moments de ces forces pour les moteurs à quatre et deux temps.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 547

I. Constantinescu, Sz. Lanyi,

Festlegung der Massnahmen für das Problem des Wassers auf einer chemischen Plattform mit stickstoffhältigen Erzeugnisse

Die Autoren prüfen die konkreten Möglichkeiten des Wasserschutzes unter den Bedingungen einer sehr schnellen Entwicklung der Industrie. Fur eine chemische Platform mit stickstoffhältigen Erzeugnissen kann nur die Verwendung der breiten mechanisch-chemisch-biologischen Methoden, die bis heute bekannt sind und im Einklang mit den technologischen Erfordernissen angenommen wurden, zur Verwirklichung der wirksamsten ökonomische und humanitäreu Massnahmen führen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 66

R. Mihail

Verzögerungs faktor in einer zweidimensionalen Grenzschicht mit diskontinuierlicher Wärmeflussverteilung

Für den Verzögefrungs faktor in einer zweidimensionalen Grenzschicht mit diskontinuierlicher Wämeflussverteilung wird eine allgemeine Lösung erlangt, welche auch auf eine Sphäre erweitert werden kann. Der Verzögerungs faktor ist für ebene Platte, Kreis-und eliptischen Zylinder so wie auch Sphäre berechmet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 621—23

I. Tempea

Strukturelle Synthese der allgemein ebenen kinematischen Ketten mit N = 1,2,3 verformbaren Umrissen und L = 5 Freiheitsgraden

Die Arbeit stellt die Ergebnisse des Verfassers, auf Grund der Graphen theorie für strukturelle Synthese der allgemein ebenen kinematischen Ketten mit N = 1,2,3 verformbaren Umrissen und Freiheitsgrad $L_3 = 5$, vor.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 621.363

Rodica Bărănescu

Die Analyse des dynamischen Verhaltens von V—8 Motoren mit interkallierten Zylindern

Es wird das dynamische Verhalten von V—8 Motoren mit interkallierten Zylindern analysiert, und zwar die Möglichkeiten für den Massenkräfte und momentenausgleich bei Viertakt und Zweitaktmotoren.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 62..363

St. Gheorghiu

La corrélation entre les dimensions des tubes du surchaiuffeur de vapeur la qualité du surchauffeur de vapeur la qualité de la vapeur á la sortie

La qualité et les dimensions des tubes de l'étage final du surchauffeur limite, du point de vue économique, les paramètres de la vapeur des centrales thermo-électriques à haute pression et température.

La résistance à chaud du matériau et les dimensions des tubes déterminent une corrélation entre la pression et la température de la vapeur à la sortie de l'étage.

La corrélation entre ces grandeurs est présentée, dans le but d'optimisation.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 536.7

D. Ştefănescu, Carmen Papadopol, Ileana Morega

Les méthodes pour solutionner l'équation de la transmission de la chaleur par conductibilité en régime variable dans le cas du cylindre massif

On présente en ouvrage les méthodes pour solutionner l'équation differentielle de Fourier pour la transmission de la chaleur en régime variable. Puis l'équation est solutionnée utilisant le calcul opérationnel et la méthode d'intgération de la transformée de Laplace pour le disque massif et en particularisant — le cylindre massif.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 620

I. Constantinescu

Relations entre les contraintes et paramètres géometriques d'un récipient à deux enveloppes cylindriques et fond plan, soumis à pression interne

On présente le calcul des contraintes dans une structure symétrique formée d'un fond plan, une enveloppe cylindrique extérieure avec une partie en console et une enveloppe cylindrique intérieure, soumise à pression interne. Les résultats numériques obtenus sont donnés sous forme des contraintes sans dimensions, fonctions de la géometrie du récipient.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C.D. 621

I. Sonea

Recherches sur l'optimisation du processus de soudure par l'arc électrique vibré dans un champ ultrasonique

Dans la première partie de l'article on répète les bases théortique de la soudure des métaux en champ ultrasonique et leurs avantages. Dans la seconde partie on prézente une séqueme de l'automatisation du procesus en réglant automatiquement la force et en maintenant l'intensité contante ultrasonore.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 621.363

St. Gheorghiu

Der Zusammenhang zwischen den Dampfüberhitzer-Rohrabmessungen, der Qualität des Werkstoffes und den Dampfaustrittsparametern.

Die Qualität des Werkstoffes und die Rohrabmessungen der Uberhitzer-Austrittsstufe begrenzen aus wirtschaftlichen Grünnden die Dampfparameter der Hochdruck-Hochtemperaturkraftwerke.

Die Warmfestigkeit des Werkstoffes und die Rohrabmessungen bestimmen einen Zusammenhang zwischen Dampfdruck und Dampftemperatur am Stufenaustritt.

Der Zusammenhang zwischen diesen Grössen wird dargelegt zum Optimierungszwecke.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 536.7

D. Ştefănescu, Carmen Papadopol, Ileana Morega

Lösungsmethoden der Gleichung bei unstationärer Leitfähigkeitswär meübertragung im Falle eines kompakten Zylinders

In der Arbeit werden die Methoden zur Lösung der Fourier — Differential gleichungen für die unstationäre Leitfähigkeitswärmeübertragung kurz zusammengefasst. Es wird die Gleichung mit Hilfe der Operatorenrechnung und der Integrationsmethode der Laplace — Bildfunktion im Falle einer massiven Scheibe und, als Anwendungsbeispiel, im Falle eines kompakten Zylinders gelöst.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 620

I. Constantinescu

Beziehungen zwischen den auftretenden Spannungen und der Geometrie eines durch Innendruck beanspruchten doppelzylindrischen Behälters mit ebenem Boden

Es werden die Spannungen in einer durch Innendruck beanspruchten behälterähnlichen Struktur berechnet, welche aus einem ebenem Boden, einem äusseren Zylindermantel mit vorstehenden Enden und einem inneren, mit dem äusseren konzentrischen, Zylindermantel besteht. Die numerischen Ergebnisse wurden durch dimensionslose Spannungen als Funktion der Behältergeometrie wiedergegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D.K. 621

I. Sonea

Untersuchungen über die Optimisierung des Schweissprozesses mit dem im Ultraschallfeld schwingenden Lichtbogen

Im ersten Teil des Aufsatzes werden die theoretischen Grundlagen des Ultraschallfeldmetallschweissens und seine Vorteile vorgestellt.

Im zweiten Teil wird ein durch Leistungsselbstregelung und konstanthaltung der Ultraschallintensität Automatisieungsschema des Prozesses ausgearbeitet.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C. D. 621

C. Dumitraş

Contribution sur la généralisation des relations pour le calcul de forces de coupe

L'ouvrage présente des relations mathématiques pour détermination des forces de coupe en fonction de propriétés du matériel coupé et de la géometrie de l'outil coupant.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C. D. 651—52

P. Dimo, Irina Athanasiu, V. Cristea, N. Popovici

L'intereonnexion des systèmes de traitement des données

L'article discute les possibilitées d'interconnextion des systèmes de traitement des données et présente un systéme conçu et réalisé à l'Institut Polytechnique de Bucarest,à l'aide des systémes HP 2116B et IBM 1130.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C. D. 656

P. Frîncu

Une solution efficace d'augmentation de la capacité d'une ligne de chemin de fer

On analyse la possibilité de l'augmentation de la capacité de circulation d'une voie ferrée en utilisant le doublement partielle d'une voie simple. Dans ce cas sont améliorés les indicateurs essentiels de la voie ferrée et la circulation des trains est réalisée aussi comme sur les voies doubles, en évitant les arrêts pour les opérations techniques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

C. D. 629.113

L. Buda

Aspects relatifs à la circulation des véhicules de Chemins-de-Fer, dans les courbes, à grande vitesse.

La vitesse de circulation dans les courbes peut être augmentée si le véchicule est dué de dispositifs pour l'inclinaison de la boîte.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D. K. 621

C. Dumitraş

Beiträge zur Feststellung der Gleichungen zur Berechnung der Schnittkraftkomponente

Die vorliegende Arbeit gibt die analytische Gleichungen, an die zur analytischen Betimmung der Schnittkraftkomponente, je nach den Eigenschafsen des bearbeiteten Werkstoffes und den Geometrieparametern des Schneidewerkzeugs dienen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D. K. 621—52

P. Dimo, Irina Athanasiu, V. Cristea, N. Popovici

Zwischenverbindung der Berechnungssysteme

Der Artikel analysiert die Möglichkeit der Zwischenverbindung der Berechnungssysteme und es wird ein im Polytechnischen Institut aus Bukarest ausgeführter System mittels der Systeme HP 21126B und IBM 1130 vorgestellt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D. K. 656

P. Frîncu

Eine effiziente Lösung der Verkehrsleistungserhöhung einer Eisenbahnstrecke

Es werden die Möglichkeiten der Erhöhung der Verkehrsleistung einer Eisenbahnstrecke unter Benützung teilweiser Verdopplung eines einfachen Gleises studiert. In diesem Fall werden die Grundindikatoren der Eisenbahn erhöht und der Zugverkehr wird wie bein Doppelgleis verwirklicht und dabei wird das Anhalten fur technische Arbeitsvorgänge vermieden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

D. K. 629.113

L. Buda

Gesichtspunkte bezüglich des Kurvenverkehrs von Gleisfahrzeugen mit hoher Geschwindigkeit

Die Kurvenverkehrsgeschwindigkeit kann erhöht werden, wenn die Gleisfahrzeuge mit Gehäuse-Niegungsvorrichtung ausgerüstet werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Tom. XXXVI Nr. 2/1974

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974 Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z.: 517

PROBLEME DE APROXIMARE A FUNCȚIILOR — METODA RELAXĂRII PUTERILOR SUPERIOARE *

LIANA ALEXANDRA POPESCU

Considerăm polinoamele Cebîșev definite prin relația:

$$T_n(x) = \frac{1}{2^{n-1}} \cos n \,(\text{arc cos } x) \qquad n \in N$$

Amintim că:

— Toate rădăcinile polinoamelor Cebîșev sînt reale, distincte și cuprinse în intervalul $(-1, 1)$.

— $T_n(x)$ are pe $[-1, 1]$ $n+1$ valori extreme, egale între ele în modul:

$$x_k = \cos \frac{k}{n} \qquad T_n(x_k) = \frac{(-1)^k}{2^{n-1}} \qquad k \in \{0, 1, \ldots, n\}$$

— $T_n(x)$ este un polinom de gradul n cu coeficienți raționali, avînd coeficientul termenului de grad maxim egal cu 1.

Fie $f(x)$ o funcție reală, dezvoltabilă în serie Taylor pe $[a, b]$.

Fără a micșora generalitatea considerăm intervalul $[a, b]$ centrat în origine.

Fie deci seria convergentă Mc Laurin a lui $f(x)$:

$$(1) \qquad f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad \text{unde } a_n = \frac{f^{(n)}(x)}{n!} \quad \text{și} \quad x \in [a, b]$$

Notăm cu $f(x)$ sumele parțiale ale seriei (1) și fie $R_n(x) = f(x) - f_n(x) = \sum_{i=n+1}^{\infty} a_i x^i$.

Cum seria (1) este convergentă, $\lim_{n \to \infty} R_n(x) = 0$, deci pentru orice

* Manuscris predat redacției la data de 15 februarie 1972

$\varepsilon > 0$ există n_ε cu proprietatea că $|f(x) - f_n(x)| < \varepsilon$, pentru $n \geqslant n_\varepsilon$, deci putem găsi un polinom care să estimeze pe $f(x)$ cu o precizie oricît de bună.

Inconvenientul este că gradul n al polinoamelor $f_n(x)$ creşte pe măsură ce urmărim să obţinem o precizie mai mare.

În această situaţie vom încerca să determinăm o aproximare a funcţiei iniţiale printr-un polinom care să difere cît mai puţin de $f_n(x)$, dar care să fie de grad inferior lui n.

Teorema lui Cebîşev particularizată la alegerea mulţimii $1, x, x^2, \ldots, x^n$ ca „sistem Cebîşev", afirmă că un polinom $P_n(x)$ este polinom de cea mai bună aproximare al unei funcţii $f(x)$ reale, definită pe un interval $[a, b]$ dacă există pe $[a, b]$ $n + 2$ puncte distincte $a \leqslant x_1 < x_2 < \ldots < x_{n+2} \leqslant b$, în care $f(x) - P_n(x)$ să-şi atingă succesiv extremele, cu semne alternante, extremele fiind minime în raport cu mulţimea polinoamelor de gradul n adică :

$$f(x_i) - P_n(x_i) = (-1)^i \inf_{P_n \in Q_n \in x[,ab]} \sup |f(x) - P(x)|$$

Teorema rămîne valabilă şi pentru o funcţie definită pe o mulţime finită de puncte.

Revenind la sumele parţiale ale seriei (1) :

$$f_n(x) = f_{n-1}(x) + a_n x^n \tag{2}$$

Cum $T_n(x)$ are coeficientul lui x^n egal cu 1, diferenţa $x^n - T_n(x)$, este un polinom de grad $n-1$, pe care îl vom nota cu $Q_{n-1}(x)$.

$x^n - Q_{n-1}(x) = T_n(x)$ îşi atinge de $n+1$ ori extremele pe $[-1,1]$ în $n+1$ puncte distincte $x_k = \cos \frac{k}{n}$ $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ şi aceste extreme sînt egale în modul şi de semne alternante $\frac{(-1)^k}{2^{n-1}}$.

De aici rezultă că $Q_{n-1}(x)$ este polinom de cea mai bună aproximare al lui x^n pe mulţimea de extreme $\{x_k\}$ $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$

Înlocuind în (2) pe x^n cu $Q_{n-1}(x)$, obţinem :

$f_{n-1}(x) + a_n Q_{n-1}(x) = W_{n-1}(x)$, polinom care aproximează pe $f(x)$ cu o eroare mai mică decît $R_n(x) + \frac{a_n}{2^{n-1}}$, căci $W_{n-1} = f_n(x) - a_n T_n(x)$ de unde rezultă şi că $W_{n-1}(x)$ este un polinom de cea mai bună aproximare pentru $f_n(x)$ pe $\{x_0, x_1, \ldots x_n\}$.

Polinomului $W_{n-1}(x) = \sum_{j=0}^{n-1} w_j x^j$ îi putem aplica în continuare metoda de relaxare a puterilor superioare, pînă cînd ajungem la un grad n_0 dorit.

Aplicație

Considerăm funcția $f(x) = \sin \frac{\pi}{2} x$ definită pentru $x \in [-1,1]$.

Pe acest interval funcția este dezvoltabilă în serie Mc Laurin:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{\pi}{2} x\right)^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Sumei parțiale a seriei anterioare $f_9(x) = \sum_{n=0}^{4} (-1)^n \frac{\left(\frac{\pi}{2} x\right)^{2n+1}}{(2n+1)!}$ urmărim să-i aplicăm de două ori succesiv metoda relaxării puterilor superioare.

Coeficientul lui x^9 din $f_9(x)$ fiind $\left(\frac{\pi}{2}\right)^9 \frac{1}{9!}$, conform celor spuse anterior, polinomul:

$W_7(x) = f_9(x) - \left(\frac{\pi}{2}\right)^9 \frac{1}{9!} T_9(x)$, constituie un polinom de cea mai bună aproximare al polinomului $f_9(x)$, care diferă de acesta prin cel mult $\left(\frac{\pi}{2}\right)^9 \frac{1}{9!} \frac{1}{2}$.

Repetăm procedeul pentru $W_7(x)$. Coeficientul lui $(x)^7$ din $W_7(x)$ este

$$-\frac{1}{7!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^7 + \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{9!} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^9 = \frac{\pi^7(\pi^2 - 128)}{7!\,2^{14}}$$

și deci polinomul de gradul 5:

$$W_5(x) = W_7(x) - \frac{\pi^7(\pi^2 - 128)}{7!\,2^{14}} T_7(x)$$

este un polinom de cea mai bună aproximare al lui $W_7(x)$, diferind de acesta prin cel mult $\frac{\pi^7(128 - \pi^2)}{7!\,2^{14}} \frac{1}{2^6}$.

Astfel $W_5(x)$ aproximează pe $[-1, 1]$ valorile funcției $f(x)$ cu o eroare de:

$$\varepsilon_5 = \frac{(2)^{11}}{11!} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^9}{9!} \frac{1}{2^8} + \frac{\pi^7(128 - \pi^2)}{7!\,2^{14}} \frac{1}{2^6}.$$

$$\varepsilon_5 \leqslant 8.10^{-5}$$

Evaluarea obținută prin $W_5(x)$ pentru $f(x)$ este mai bună decît aproximarea pe care am fi obținut-o oprindu-ne în seria Mc. Laurin la suma parțială de gradul 5, $f_5(x)$, în care caz eroarea ar fi:

$$\varepsilon_5^* = R_5 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^7 \frac{1}{7!} > 4 \cdot 10^{-3}$$

Catedra de matematici I
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Berezin și Jidkov* Metode de calcul (ed. 2-a Moscova, 1962).
2. *Demidovici, Maron, Subalova* Metode numerice în analiză (ed. 2-a Moscova 1963).
3. *Antony Ralston — Herbert Wilf* Mathematical Metods for Digital Computers (New Jersey 1955).
4. *Ion Cuculescu* Analiza numerică (Editura Tehnică — București 1967).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z. : 517

O FORMULĂ DE APROXIMARE ÎN MEDIE PENTRU FUNCȚII DISCONTINUE *

CONSTANTIN M. BUCUR

Se presupune că $f:[-1, +1]\to R$ este continuă pe domeniul său de definiție, mai puțin punctele $x_j^{(0)}$, $(1 \leqslant j \leqslant s,\ x_j^{(0)} \in (-1, +1))$ relativ la care se cunosc valorile $f(x_j^{(0)}-0)$, $f(x_j^{(0)}+0)$, finite.

Deoarece mulțimea punctelor de discontinuitate $(x_j^{(0)})_{j\in[1,\,s]}$ este o mulțime finită, ea are măsură nulă și deci $f \in L^{(2)}_{[-1,+1]}$

Cunoscîndu-se valorile $f(x_i)$ în punctele unei diviziuni $d_{[-1,+1]} = (x_0, x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$ și limitele laterale în punctele $x_j^{(0)}$, $(x_j^{(0)} \neq x_i,\ i \in [o, n],\ j \in [1, s])$ se poate pune problema aproximării funcției f pe $[-1, +1]$ printr-o funcție parțial polinominală, care să păstreze discontinuitățile din punctele $x_j^{(0)}$.

Dacă $f(x_i)$ sînt valori exacte, se poate determina o aproximare uniformă printr-o funcție de interpolare, polinomială pe subintervale și care să satisfacă condițiile impuse [2].

În continuare vom considera cazul, cînd $f(x_i)$ sînt valori aproximative și vom construi pentru f o aproximare în medie pe $[-1, +1]$, care să păstreze discontinuitățile.

2. Determinarea formulei de aproximare

Mulțimea $L^{(2)}_{[-1,+1]}$ este un spațiu Hilbert, unde este definit produsul scalar în mod obișnuit,

$$<u,v> = \int_{-1}^{+1} u(x)\,v(x)\,\mathrm{d}x,\quad u,\ v \in L^{(2)}_{[-1,+1]}.$$

Fie un sistem de elemente liniar independente $(h_\alpha)_{\alpha\in A} \subset L^{(2)}_{[-1,+1]}$; pe subspațiul H, generat de aceste elemente, determinăm pentru f elementul celei mai bune aproximări, fie h_0, în sensul abaterii pătratice minime pe $[-1, +1]$:

$$\int_{-1}^{+1} (f(x) - h_0(x))^2 \mathrm{d}x = \min_{h\in H} \int_{-1}^{+1} (f(x) - h(x))^2\,\mathrm{d}x.$$

* Manuscris predat redacției la data de 25 mai 1973

Cu ipotezele făcute în introducere se construieşte funcţia discontinuităţilor [2] pentru f pe $[-1, +1]$:

$$g(x) = \sum_{j=1}^{s} \delta_j p_j(x)\,\sigma(x - x_j^{(0)}), \text{ unde}$$

$$\sigma(x - x_j^{(0)}) = \begin{cases} -\dfrac{1}{2} & \text{pentru } x < x_j^{(0)} \\ 0 & \text{pentru } x = x_j^{(0)} \\ +\dfrac{1}{2} & \text{pentru } x > x_j^{(0)} \end{cases}$$

$$\delta_j = f(x_j^{(9)} + 0) - f(x_j^{(0)} - 0) = g(x_j^{(0)} + 0) - g(x_j^{(0)} - 0),$$

$$p_j(x) = \frac{(x - x_1^{(0)}) \ldots (x - x_{j-1}^{(0)})(x - x_{j+1}^{(0)}) \ldots (x - x_s^{(0)}))}{(x_j^{(0)} - x_1^{(0)}) \ldots (x_j^{(0)} - x_{j-1}^{(0)})(x_j^{(0)} - x_{j+1}^{(0)}) \ldots (x_j^{(0)} - x_s^{(0)})}.$$

Folosind funcţia $g(x)$, definim pe $[-1+,1]$ o funcţie continuă $\varphi(x)$ prin egalitatea

$$\varphi(x) = \begin{cases} f(x) - g(x) & \text{pentru } x \neq x_j^{(0)} \\ \dfrac{1}{2}\,[f(x_j^{(0)} + 0) + f(x_j^{(0)} - 0)] & \text{pentru } x = x_j^{(0)} \end{cases}$$

Formăm diviziunea

$$\tilde{d}_{[-1,+1]} = d_{[-1,+1]} \cup \{x_j^{(0)} \mid j \in [1, s]\} = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \ldots, \tilde{x}_m)$$

şi pe $\tilde{d}_{[-1,+1]}$ definim produsul scalar prin

$$< u, v > = \sum_{k=1}^{m} u(\tilde{x}_k)\, v(\tilde{x}_k).$$

Luînd $h_\alpha = x^\alpha$, $\alpha \in (0,1,\ldots,\mu)$, se va determina prin metoda celor mai mici pătrate o aproximare a funcţiei $\varphi(x)$ pe mulţimea polinoamelor algebrice H_μ de grad μ, $\mu \leqslant m$.

Fie $P(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_\mu x^\mu$, adică $P \in H_\mu$; din condiţia de ortogonalitate pentru elementul celei mai bune aproximări, $< \varphi - P_0, x^\tau > = 0$, $P_0 \in H_\mu$, $\tau = 0,1,\ldots,\mu$, se determină coeficienţii polinomului $P_0(x)$.

Într-adevăr, se obţine $< \varphi, x^\tau > = < P_0, x^\tau >$, sau

$$< \varphi, x^\tau > = \sum_{w=0}^{m} a_w < x^w, x^\tau >, \qquad \tau = 0,1,\ldots,\mu.$$

Notînd

$$<\varphi, x^\tau> = \sum_{k=1}^{m} \varphi(\widetilde{x}_k)(\widetilde{x}_k)^\tau = c_\tau,$$

$$<x^w, x^\tau> = \sum_{k=1}^{m} (\widetilde{x}_k)^{\tau+w} = b_{w\tau}$$

se obține un sistem algebric liniar

$$\sum_{w=0}^{\mu} b_{w\tau} a_w = c_\tau, \quad \tau = 0,1,\ldots,\mu,$$

iar determinantul acestui sistem este un determinant Gramm, care în acest caz este diferit de zero. (Este determinantul Gramm pentru sistemul de funcții liniar independente $(x^\tau)_{\tau\in[0,1,\ldots,\mu]}$ pe $\widetilde{d}_{[-1,+1]}$).

În concluzie, (1) este un sistem determinat și admite deci soluție unică, $(\widetilde{a}_w)_{w\in[0,\mu]}$; polinomul $P_0(x) = \sum_{w=0}^{\mu} \widetilde{a}_w x^w$ aproximează funcția $\varphi(x)$ pe $[-1, +1]$ cu o abatere pătratică medie minimă.

Pentru funcția $f(x)$ se obține formula de aproximare prin metoda celor mai mici pătrate

$$f(x) \approx g(x) + P_0(x) = \sum_{j=1}^{s} \delta_j p_j(x)\sigma(x - x_j^{(0)}) + \sum_{w=0}^{n} \widetilde{a}_w x^w,$$

eroarea fiind determinată de relația

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^{m} (\varphi(\widetilde{x}_k) - P_0(\widetilde{x}_k))^2 = \sum_{k=1}^{m} (f(\widetilde{x}_k) - g(\widetilde{x}_k) - P_0(\widetilde{x}_k))^2.$$

Evident, determinarea formulei de aproximare pe $[-1, +1]$ nu are caracter restrictiv, deoarece funcția liniară $t = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} x$ realizează transformarea $[-1, +1] \to [a,b], (\forall) a, b \in R$.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Berezin I. S., Jidkov N. P.*, Metode de calcul, Moscova — 1962.
2. *C. M. Bucur*, Formulă de aproximare de tip interpolativ, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej„ București, Tomul XXXV, nr. 2./1973.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

GEOMETRIE DESCRIPTIVĂ

C.Z.: 515

UTILIZAREA TORULUI ÎN STUDIUL MECANISMELOR PATRULATERE SPAȚIALE*

P. ANTONESCU L. GRUIA

Lucrarea urmărește determinarea grafică a pozițiilor extreme ocupate de elementul condus la mecanismele spațiale articulate cu patru elemente.

În acest scop se utilizează suprafața torului reprezentat în dublă proiecție ortogonală [1, 2].

1. Proprietățile geometrice ale mecanismelor spațiale în pozițiile extreme ale elementului condus

În pozițiile extreme ale elementului condus — balansierul, în cazul mecanismului manivelă-balansier (fig. 1) sau glisiera, în cazul mecanismului manivelă-glisieră (fig. 2) — teorema coplanarității [3, 4] stabilește că celelalte două elemente mobile — biela AB și manivela A_0A — sînt conținute în același plan cu axa de rotație D_1 a manivelei.

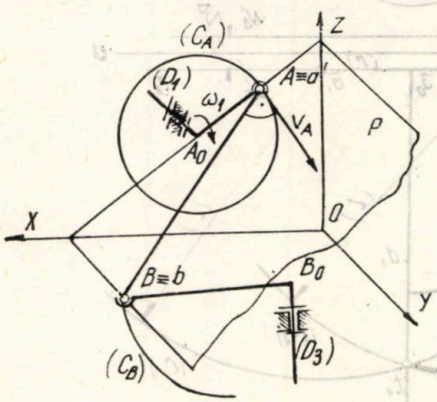


Fig. 1

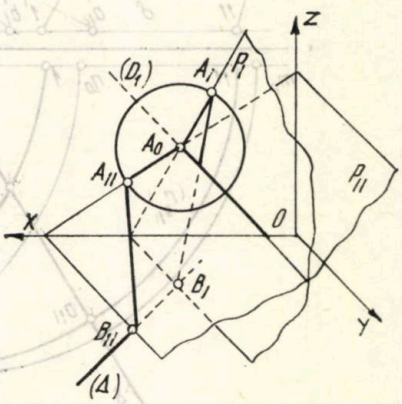


Fig. 2

Aceasta înseamnă că în pozițiile extreme B_I, B_{II}, ale balansierului sau ale glisierei (fig. 2) axa de rotație fixă D_1, manivela A_0A — în

* Manuscris predat redacției la data de 3 martie 1972.

poziţiile A_0A_I, A_0A_{II} — şi biela AB — în poziţiile A_IB_I, $A_{II}B_{II}$ — sînt conţinute în acelaşi plan P_I, respectiv P_{II}.

Realizarea cursei dus — întors între B_I şi B_{II} se face în timpul unei rotaţii complete a manivelei [4, 5], perioadă în care punctul A descrie un cerc în planul xOz.

Alegînd, pentru simplificare, axa fixă D_1 în poziţie de dreaptă de capăt, rezultă că planele P_I, P_{II} care o conţin sînt plane de capăt (fig.2).

Numai dacă se cunosc poziţiile extreme reprezentate prin punctele B_I, B_{II} atunci sînt precizate şi punctele A_I, A_{II}, reprezentînd poziţiile centrului articulaţiei sferice dintre manivelă şi bielă.

De aceea, se consideră planele P_I, P_{II} rotite în acelaşi sens în jurul dreptei comune D_1 pînă se suprapun pe planul de nivel N_D, unde $D_1 \in N_D$. În această situaţie punctele A_I, A_{II} ajung în poziţiile $\bar{A}_I$ ($\bar{a}_I$, $\bar{a}'_I$), $\bar{A}_{II}$($\bar{a}_{II}$, $\bar{a}'_{II}$) diametral opuse, aşa cum se observă în epură (fig. 3).

În planul de nivel N_D se construiesc cercurile C_I, C_{II} care în epură au centrele în ($\bar{a}$, $\bar{a}'_I$), respectiv ($\bar{a}_{II}$, $\bar{a}'_{II}$). Cercurile au aceeaşi rază, egală cu lungimea l a bielei AB, astfel că toate punctele acestor cercuri verifică teorema coplanatităţii [3, 4].

Traiectoria punctului B — centrul articulaţiei sferice dintre bielă şi balansier (fig. 1) sau dintre bielă şi glisieră (fig. 2) nu este cuprinsă,

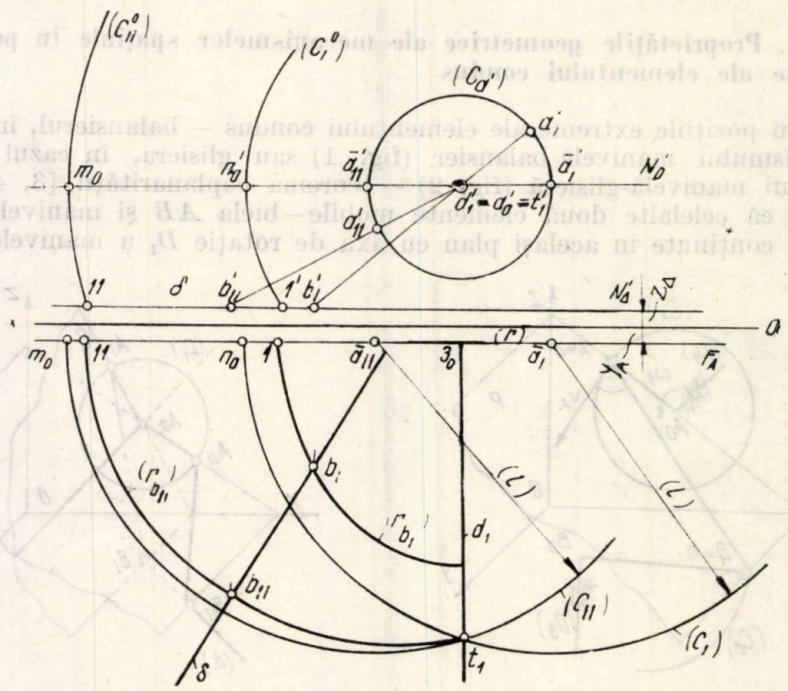


Fig. 3

în cazul general, în planul de nivel N_D determinat de dreapta de capăt D_1.

Locul geometric al punctelor din spaţiul tridimensional S_3, care verifică teorema coplanarităţii, se obţine prin rotirea celor două cercuri C_I, C_{II} în jurul dreptei D_1. Prin această rotaţie se generează un tor cu

două pînze (fig. 4a), dacă lungimea bielei $\overline{AB} = l$ este mai mare decît lungimea manivelei $\overline{A_0A} = r$, sau un tor cu o pînză (fig. 4b, c) în celelalte cazuri, $l \leqslant r$.

În cazul $l > r$ cercurile C_I, C_{II} intersectează fiecare dreapta D_1, față de care sînt simetrice — în aceleași puncte T_1, T_2 (fig. 4a), suprafața generată fiind un tor cu două pînze [2].

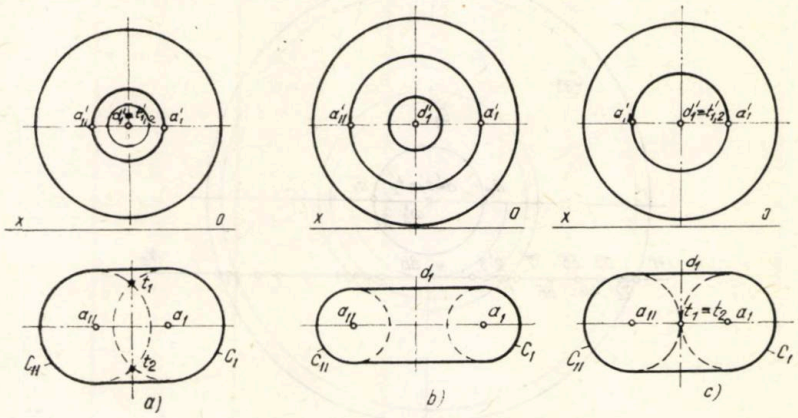


Fig. 4

În epură (fig. 3) apare numai unul din cele două puncte de intersecție (t_1, t_1').

În cazul $l < r$, cercurile C_{II}, C_I, simetrice față de dreapta D_1, sînt exterioare acesteia, generînd astfel torul cu o pînză (fig. 4b).

În cazul $l = r$, cercurile C_I, C_{II} sînt tangente la dreapta D_1, în același punct, $T_1 \equiv T_2$ torul rezultat avînd o singură pînză (fig. 4c).

Primul caz $l > r$ (fig. 4a) corespunde mecanismelor spațiale de tipul manivelei-balansier (fig. 1) sau manivelă-glisieră (fig. 2). Celelalte cazuri nu își au corespondența în domeniul mecanismelor spațiale studiate [6].

2. Determinarea intersecției dintre tor și dreapta Δ (cazul mecanismului manivelă-glisieră)

Pentru determinarea punctelor în care dreapta orizontală Δ — reprezentînd ghidajul fix al glisierei (fig. 2) — intersectează torul cu două pînze se trasează planul de nivel N_Δ, unde $\Delta \in N_\Delta$.

În figura 5 se arată modul de determinare a secțiunii dintre planul N_Δ și torul cu două pînze avînd axa $D(d, d')$ dreaptă de capăt.

Intersecția dintre planul de nivel N_Δ și tor se determină în acest caz [2] folosind plane auxiliare de front F_i. Spre exemplu pentru $i = 3$ planul F_3, determină în tor cercurile (C_3) și (C_{33}), de raze $\overline{(3\ \omega_3,\ 3'\ \omega_3')}$ respectiv $\overline{(33\omega_3,\ 33'\ \omega_3')}$, care cercuri intersectează urma verticală N_Δ', în punctele 3′ și 33′, cu proiectiile orizontale în 3, 33 situate pe urma orizontală F_3.

Utilizînd cît mai multe plane auxiliare se obțin suficiente puncte pentru trasarea cît mai exactă a curbei de intersecție, dintre planul N_Δ și torul considerat.

Punctele de intersecție dintre dreapta $\Delta \in N_\Delta$ și tor se obțin la intersecția dintre dreapta Δ și conturul secțiunii obținute, reprezentat

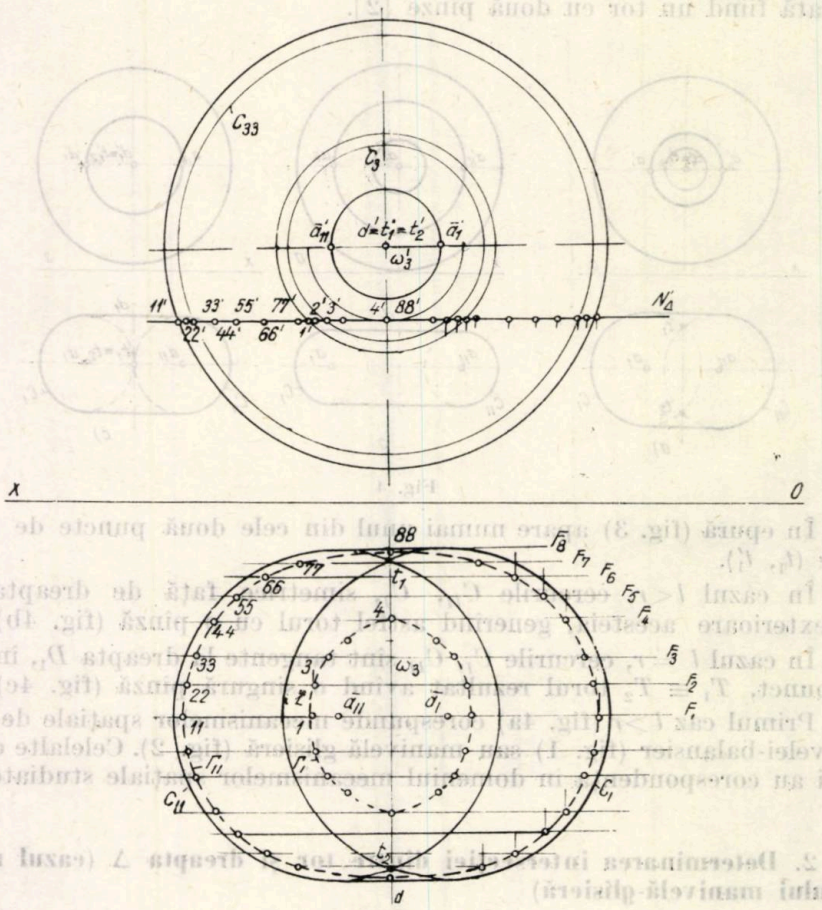


Fig. 5

prin curbele Γ_I, Γ_{II}. În funcție de poziția relativă a planului N_Δ față de torul considerat se pot obține : două curbe (fig. 5) cînd planul intersectează pînza interioară, sau o curbă de intersecție, cînd planul N_Δ intersectează numai pînza exterioară. În cazul mecanismelor studiate, rezultă două curbe de intersecție Γ_{B_I} și $\Gamma_{B_{II}}$ (fig. 6), astfel că dreapta Δ intersectează torul în patru puncte B_I, B_{II}, $\bar{B}_I$, $\bar{B}_{II}$.

În cazul mecanismului manivelă-glisieră curbele Γ_{B_I} și $\Gamma_{B_{II}}$ se proiectează pe planul orizontal Γ_b , $\Gamma_{b_{II}}$, în adevărata mărime (fig. 3).

În epură s-au reprezentat numai două puncte (b_I, b'_I) și (b_{II}, b'_{II}) de intersecție dintre dreapta Δ și tor, situate în fața planului de front F_4. De altfel, pentru un anumit mecanism, numai una din cele două perechi

de puncte B_I, B_{II} sau $\bar{B}_I$, $\bar{B}_{II}$ (fig. 6) reprezintă soluție reală pentru cursa elementului condus.

De observat că punctele B_I, B_{II} reprezentînd pozițiile extreme ale

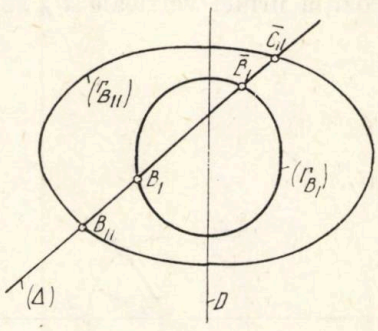


Fig. 6

elementului condus sînt situate fiecare pe cîte o pînză a torului de aceeași parte a axei D_1.

3. Determinarea intersecției dintre tor și cercul C_B (cazul mecanismului manivelă-balansier)

În acest caz se pot întîlni două situații:

— cercul C_B cuprins într-un plan de nivel (cazul mecanismului manivelă-balansier ortogonal);

— cercul C_B cuprins într-un plan oarecare (cazul mecanismului manivelă-balansier oarecare).

a) Cazul cînd cercul C_B poate fi cuprins într-un plan de nivel, corespunde mecanismului manivelă-balansier ortogonal, care are axele fixe de rotație D_1 și D_3 (fig. 1) perpendiculare între ele, în spațiu.

În acest caz planele de proiecție pot fi alese convenabil astfel ca, axa de rotație D_1 să fie dreaptă de capăt, iar axa de rotație D_3 să fie în poziție de dreaptă verticală (fig. 7).

Proiecția orizontală a dreptei D_3 (d_3, d_3') este un punct $d_3 \equiv b_0$; b_0 fiind centrul cercului C_B, cuprins în planul de nivel N_B. Punctele B_I (b_I, b_1'), B_{iI} (b_{II}, b_{II}') reprezentînd pozițiile extreme B_0B_I (b_0b_I, $b_0'b_1'$), B_0B_{II} (b_0b_{II}, $b_0'b_{II}'$) ale balansierului, se determină în proiecție orizontală la intersecția cercului C_b cu curbele Γ_{b_I} respectiv $\Gamma_{b_{II}}$. Rezultă în cazul general două perechi de puncte reprezentate în proiecție orizontală prin b_I, b_{II} și $\bar{b}_I$, $\bar{b}_{II}$, obținîndu-se pentru fiecare pereche unghiul ψ respectiv $\bar{\Psi}$ de rotație al balansierului. Se alege în practică soluția care permite transmiterea mișcării în condiții mai bune.

b) Cazul cînd cercul C_B este cuprins într-un plan P_B oarecare — corespunde cazului general cînd axele de rotație D_1 și D_3 au o poziție oarecare în spațiu. Alegînd, în continuare, axa D_1 ca dreaptă de capăt, axa D_3 (d_3, d_3') este luată într-o poziție oarecare (fig. 8). Traiectoria punctului B, centrul articulației sferice (fig. 1) este cuprinsă într-un plan P_B

perpendicular pe axa de rotaţie D_3. Pentru simplificarea epurei se alege punctul B_0 (b_0, b'_0) confundat cu urma orizontală a dreptei D_3.

Urma orizontală a planului $P_B \perp D_3$ trece prin b_0, astfel că planul este complet definit. Poziţia urmei verticale P'_B se obţine ducînd din P_x urma $P'_B \perp d'_3$.

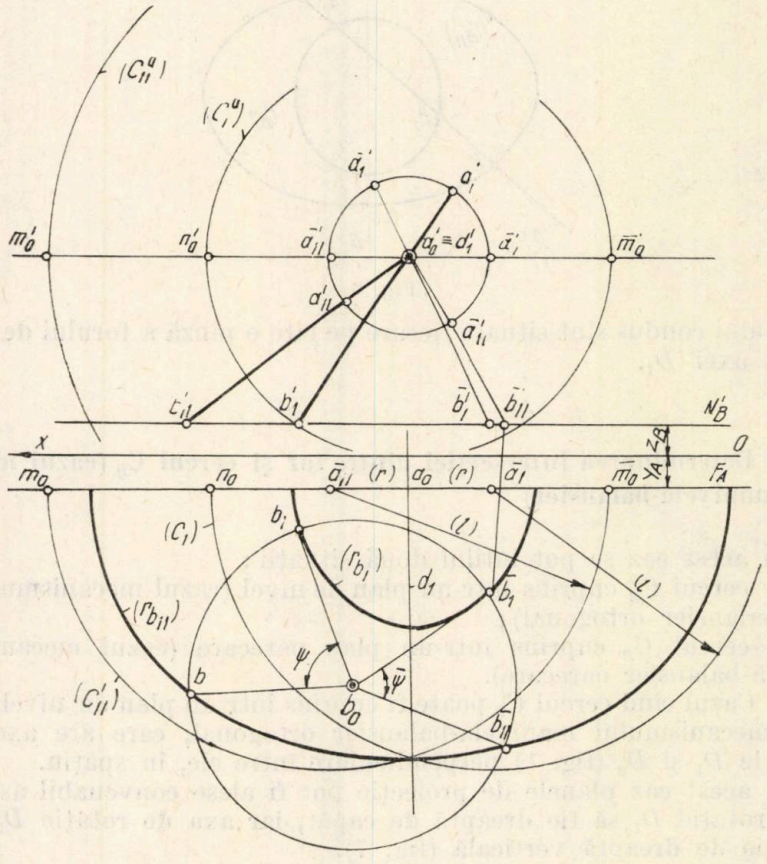


Fig. 7

Pentru determinarea intersecţiei dintre planul P_B şi torul cu două pînze, generat în aceleaşi condiţii, se utilizează plane auxiliare de front. În această situaţie, curbele de intersecţie (Γ_{b_I}, $\Gamma b'_I$), ($\Gamma_{b_{II}}$, $\Gamma^{b'}_{II}$) rezultate, se proiectează deformate pe planele de proiecţie (fig. 8). Astfel, este necesar să se utilizeze metoda rabaterii pentru obţinerea curbelor în adevărata lor mărime respectiv Γ_{B_I}, $\Gamma_{B_{II}}$, care în epură (fig. 8) au fost obţinute printr-o rabatere pe planul H. Urma verticală P'_B ajunge după rabatere în poziţia $P'_{B(H)}$.

Cercul C_B de centru B_0, considerat rabătut odată cu planul P_B, intersectează curbele Γ_I, Γ_{II} în punctele căutate B_I, B_{II}, reprezentînd una din cele două perechi de puncte, care sînt poziţiile extreme ale balansierului (fig. 8).

Poziţiile $(b_I b'_I)$, $(b_{II} b'_{II})$ se obţin prin ridicarea planului P_B.

Se observă, în toate cazurile menţionate, cum cu ajutorul metodelor Geometriei Descriptive s-au putut determina poziţiile extreme ale ele-

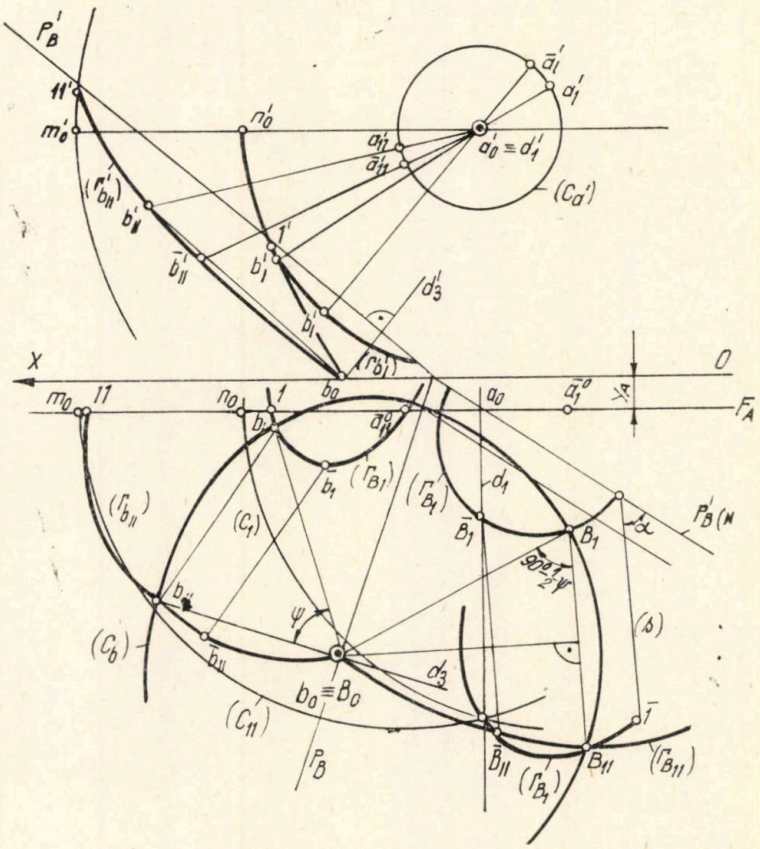


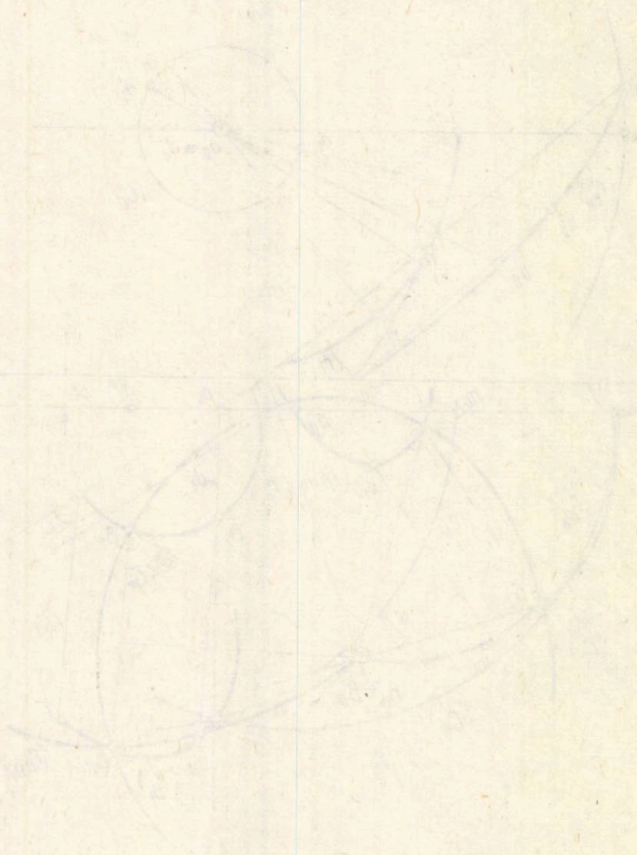
Fig. 8

mentului condus cu ajutorul intersecţiei dintre suprafaţa torului cu două pînze şi curba reprezentînd traiectoria descrisă de centrul articulaţiei mobile a elementului condus.

Catedra de mecanică şi teoria mecanismelor
Catedra de geometrie descriptivă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, St. M.*, Geometrie Descriptivă, E.D.P., Bucureşti, 1965.
2. *Gruia, L.* Geometrie descriptivă, E.D.P., Bucureşti ,1960.
3. *Kojevnikov, S. N.* K voprosu o kinematike i sinteze prostranstvennîh krivosipno koromîslovîh mehanizmov, Trudî seminara po TMM, IV, 14, 1947.
4. *Antonescu, P.*, Calculul cursei elementului condus la mecanismele spaţiale cu patru elemente, S.C.M.A., tom 30, nr. 1, 1971.
5. *Antonescu, P.*, Contribution to the Graphical Synthesis of a Spatial Slider-Crank Mechanism, Journal of Mechanisms, 3, 1968.
6. *Sharma, A. K.*, An Analysis of Spatial Five-bar Linkages by the Method of Generated Surfaces. The University of New Brunswick, march, 1971



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 66

STUDIUL VISCOZITĂȚII SISTEMULUI APA-DIETILENGLICOL *

G. COSTEANU, ORTANSA LANDAUER, CORNELIA MATEESCU

Studiul viscozității sistemelor apă — monoetilenglicol (MEG) apă — dietilenglicol (DEG) și apă — trietilenglicol (TEG) prezintă importanță din punct de vedere tehnic deoarece sînt utilizate ca lichide de răcire (1).

Cunoașterea proprietăților acestor sisteme este necesară și în studiile de cinetică chimică, datorită folosirii lor ca mediu de reacție. Deoarece rezultatele cinetice sînt în funcție de proprietățile mediului, cunoașterea acestor proprietăți permite elucidarea problemei interacțiunilor care au loc între reactanți și solvent și corelarea constantei de viteză cu proprietățile mediului.

Relațiile matematice de corelare a constantei de viteză cu viscozitatea sînt citate în literatura de specialitate (2,3).

În această lucrare s-a studiat variația viscozității cu compoziția și temperatura pentru sistemul apă — dietilenglicol (DEG).

Pentru determinări s-a folosit (DEG) p.a. cu $pf = 244{,}8°C$ și $n_D^{25°} = 1{,}4475$, distilat înainte de determinările experimentale și apă bidistilată. Măsurarea viscozității s-a efectuat cu viscozimetru Ubbelohde, la temperaturile de 20, 30, 40 și 50°C. și la nouă compoziții diferite. Temperaturile au fost menținute constante cu ajutorul unui termostat „U 10" cu o precizie de $\pm 0{,}1°C$. S-au determinat deasemenea la aceleași temperaturi și compoziții densitățile amestecurilor respective. Pe baza rezultatelor obținute s-au calculat viscozitățile absolute, în centipoise cP, energiile de activare ale curgerii viscoase (E), volumele molare (V) și volumele parțial molare ($\overline{V}^E$).

Pentru calculul energiei de activare s-a folosit metoda celor mai mici pătrate iar pentru determinarea volumelor parțial molare, metoda intercepției. În tabelul 1 sînt redate valorile viscozităților (η) și ale energiilor de activare (E) la temperaturile și compozițiile la care s-a lucrat.

S-au trasat curbele de variație ale viscozității (fig. 1) ale volumelor parțial molare de exces ($\overline{V}^E$) (fig. 2) și ale energiilor de activare (E) (fig. 3) cu compoziția.

* Manuscris predat redacției la data de 8 septembrie 1972.

Tabelul 1

Viscozitatea, în *cP* şi energia de activare în cal/mol a sistemului apă—DEG

% moli DEG	η 20°	η 30°	η 40°	η 50°	E cal/mol.
0	1,0050	0,8007	0,6560	0,5494	3522
2,05	1,3978	1,0956	0,8863	0,7443	3799
4,49	1,9396	1,4811	1,1734	0,9717	4346
6,85	2,7376	2,0177	1,5638	1,2663	4722
11,00	3,8863	2,8333	2,1312	1,6842	5391
15,52	5,6122	3,9984	2,9238	2,2676	5706
19,16	8,2497	5,6591	4,0812	3,1035	6059
29,60	12,4372	9,1656	5,7550	4,2418	6727
41,72	18,2473	11,7707	8,0995	5,8359	7143
61,71	26,6827	16,7698	11,2202	8,0291	7773
100	35	22,2572	15,2560	10,4515	9120

În tabelul 2 sînt date valorile densităţilor şi ale volumelor molare la temperatura de 20°C

Tabelul 2

Densităţile şi volumele molare ale amestecurilor apă—DEG la 20°C

X DEG	d g/ml	V ml
0	0,9982	18,036
0,021	1,0135	19,5513
0,045	1,0294	21,3595
0,068	1,0446	23,0128
0,110	1,0599	26,1271
0,155	1,0470	29,4936
0,192	1,0868	32,0977
0,296	1,0974	40,1628
0,417	1,1053	49,5464
0,617	1,1176	65,1123
1	1,1170	95,0040

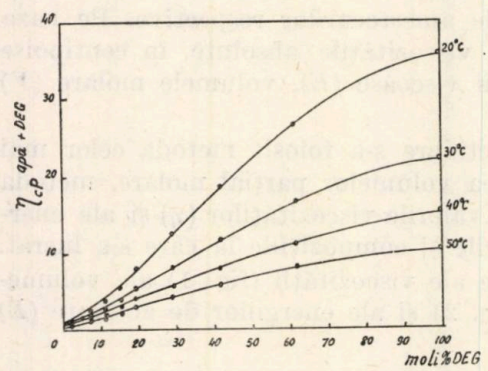


Fig. 1 Viscozitatea apă — DEG funcţie de compoziţia amestecului

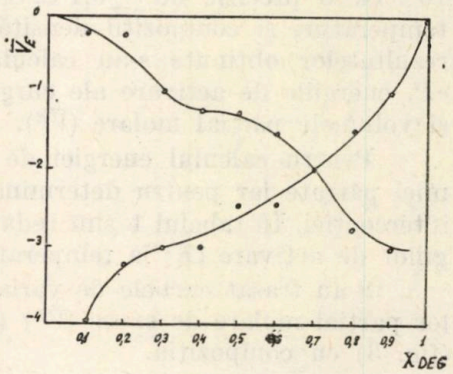


Fig. 2 Volum parţial molar de exces funcţie de compoziţia amestecului

Se constată că viscozitatea sistemului apă — DEG variază continuu crescător cu compoziția. O variație similară a viscozității în funcție de compoziție prezintă și sistemele apă — formamidă (4,7) și apă — MEG (5).

Este interesant de remarcat că în domeniul concentrațiilor mai mari de DEG creșterea viscozității cu concentrația este mai lentă decît creșterea viscozității cu concentrația pentru sistemul apă — MEG în același domeniu de concentrații. În sistemul apă — DEG interacțiunile ce pot să apară sînt de tipul legăturilor de hidrogen. Creșterea continuă a viscozității cu compoziția poate fi corelată cu creșterea numărului de legături de hidrogen odată cu creșterea cantității de dietilenglicol. Creșterea mai lentă a viscozității pentru sistemul apă — DEG față de apă—MEG în domeniul concentrațiilor mari ale componentului organic poate fi atribuită existenței unor posibilități mai reduse de formare a legăturilor de hidrogen în cazul sistemului apă — DEG decît la apă — MEG. Pe întreg domeniul de concentrații viscozitatea apă — DEG este mai mare decît la sistemul apă — MEG Datele experimentale sînt în concordanță cu afirmația unor autori (6,7) conform căreia la curgerea viscoasă participă moleculele „nelegate" ca volum liber. Volumele parțial molare de exces ale apei și DEG în funcție de compoziție prezintă aceiași valoare la fracție molară a DEG, $X_{DEG} = 0{,}7$.

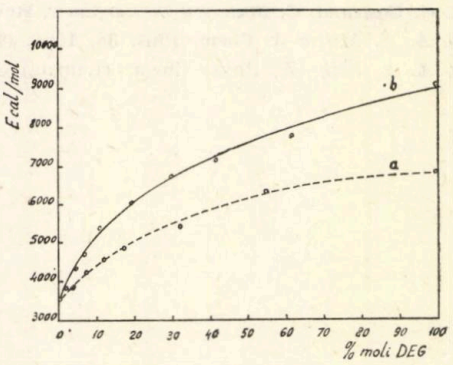


Fig. 3. Energia de activare pentru sistemul apă—MEG (5) (a) și pentru sistemul apă—DEG (b) funcții de compoziția amestecului

În cazul sistemului apă — MEG valoarea comună a volumelor parțial molare de exces pentru apă și MEG este la $X_{MEG} = 0{,}6$.

Din curbele de variație $E = f(X_{DEG})$ și $E = f(X_{MEG})$ se constată că energia de activare a curgerii viscoase variază în același mod pentru ambele sisteme. În cazul sistemului apă — DEG energia de activare se menține pe tot domeniul de concentrație la o valoare superioară celei corespunzătoare sistemului apă — MEG.

Creșterea continuă a energiei de activare cu creșterea concentrației DEG arată că în acest sistem nu există compoziții la care să apară structuri privilegiate. Fatul că pe curbele $E = f(X_{DEG})$ nu există valori extreme ca în cazul altor sisteme (4,5) ca și în cazul sistemului apă — MEG poate fi atribuit creșterii continuu a numărului de legături de hidrogen în sisteme.

Valoarea mai mare a energiei de activare pentru sistemul apă — DEG decît pentru sistemul apă — MEG (fig. 3) poate fi corelată cu volumul mai mare al moleculei DEG decît al moleculei MEG.

Catedra de chimie fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Kuska, M. Seprakova* Chem. Zvesti 4 193 (1956).
2. *E. A. Moelwyn Huges* The Kinetics of Reactions in Solution ed. Pergamon Press Oxford, 1950, p. 1240.
3. *A. Olander* Z. Phys. Chem. 144, 118. (1929).
4. *G. Ebert J. Wendoff* Ber. Bunsen. Phys. Chem. 74. 10. (1970)
5. *G. Costeanu, C. Mateescu O. Landauer.* Rev. Roum. Chim. (sub tipar).
6. *A. A. Miller* J. Chem. Phis. 38, 1568. (1963).
7. *A. A. Rizk.* Z. Phys. Chem. (Leipzig) 246, 396 (1971).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z.: 547

STABILIREA UNOR MĂSURI PRIVIND REGLEMENTAREA PROBLEMEI APELOR PE O PLATFORMĂ CHIMICĂ CU PRODUSE PE BAZĂ DE AZOT*

IONEL GH. CONSTANTINESCU, SZ. LANYI

Rapida creștere a populației centrelor urbane, precum și dezvoltarea impetuoasă a industriilor, ridică o serie de probleme majore privind asigurarea resurselor de apă și rațională gospodărire a apelor în general.

În stadiul actual al civilizației noastre, gradul de prosperitate a unei țări se poate aprecia din producția pe cap de locuitor dar și în raport cu gradul de poluare a resurselor sale de apă.

Drept consecință a condițiilor civilizației contemporane, a nevoilor omenirii pentru alimentare cu apă potabilă, apă industrială, pentru irigații, pentru dezvoltarea vegetației spontane și faunei folositoare omului etc., cantitatea de apă solicitată pe zi pentru o persoană, se cifrează la o medie de 5 m^3.

Pentru țara noastră, a cărei dezvoltare economică a cunoscut în ultimul deceniu ritmuri impresionante, problema surselor de apă de alimentare precum și problema apelor reziduale este deosebit de importantă.

Spre satisfacția tuturor, prin atenția pe care o acordă conducerea statului nostru acestei probleme, în România există toate premizele ca splendida față a medaliei progresului social-politic-economic, să nu fie umbrită de aspectul dezolant al poluării pământului, apei și atmosferei.

În ceea ce privește industria chimică, ea face parte din grupul acelora care solicită cele mai mari cantități de apă și în același timp, corespunzător gamei largi de produse care caracterizează această industrie, produce ape reziduale puternic impurificate cu o multitudine de substanțe sub formă solubilă, emulsionată și mai rar sub formă de suspensie.

Asigurarea necesarului de apă precum și a respectării calității apelor uzate care se deversează, solicită industriei chimice cheltuieli deosebite, dar inevitabile, fără a se obține o contravaloare efectivă. Pentru ca aceste cheltuieli să se mențină la nivelul minim este absolut necesar să se elaboreze criterii care să stea la baza gospodăririi apelor pe o platformă chimică.

O primă problemă care se pune în fața specialiștilor este aceea de a elabora un plan detailat al întregului circuit al apelor, pentru întreaga platformă. Complectarea acestui plan cu debitele reale de apă care se vehiculează, compoziția acestor ape după fiecare utilizare, pH-ul apei,

* Manuscris predat redacției la data de 28 decembrie 1972.

precum şi variaţiile de temperatură, ne poate prezenta o imagine completă asupra modului cum este gospodărită apa, asupra măsurilor ce se impun a fi luate pentru asigurarea în permanenţă a necesarului de apă, pentru limitarea poluării la valori admisibile.

Pentru realizarea acestui prim deziderat, chimia apelor reclamă stabilirea celor mai adecvate şi mai rapide metode de analiză pentru determinarea cît mai exactă a debitelor şi caracteristicilor fizice şi chimice ale apelor de pe platformă. Să nu uităm că efectuarea unor asemenea determinări, solicită cheltuieli suplimentare datorită aparaturii necesare, fapt care de cele mai multe ori, conduce la limitarea cantităţii de date culese şi în felul acesta lipseşte pe cei interesaţi de o posibilitate reală de analiză.

Este deosebit de important să se cunoască dacă caracteristicile fizico-chimice ale apei se schimbă mult sau se menţin constante. Pentru aceasta este necesar a se realiza analize atît unor probe de apă luate în mod continuu, la punct fix, cît şi unor probe de apă luate la întîmplare prin sondaj.

Realizarea acestui plan de gospodărire a apelor pe întreaga platformă, permite să se treacă la stabilirea măsurilor operative care să asigure menţinerea necesarului şi calităţii apei, în limitele preconizate.

O a doua problemă care stă în faţa specialiştilor, este aceea de a găsi modalitatea asigurării cu apă a platformei. Este cunoscut faptul că datorită dezvoltării rapide a industriei chimice, fiecare platformă chimică este confruntată şi de creşterea rapidă a necesarului de ape şi ocazional de lipsuri efective de apă. Puşi în faţa unei insuficiente cantităţi de apă în perspectivă, specialiştii îşi îndreaptă privirile spre posibilităţile de recirculare a apei ca o soluţionare a problemei. Se are în vedere că o apre-

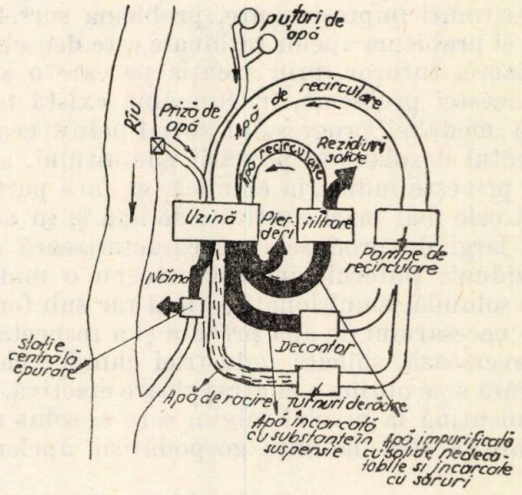


Fig. 1

ciabilă cantitate din apa de alimentare este folosită ca apă de răcire, iar din volumul total al apelor poluate o bună parte poate deasemeni să fie recirculată după tratare. (Fig. 1). Dacă în cazul apei folosite în instalaţiile

de răcire numărul de cicluri la care poate fi utilizată apa este nelimitat, avîndu-se în vedere numai complectarea în permanenţă cu apă proaspătă pentru compensarea pierderilor, apa epurată după un anumit număr de cicluri nu mai este utilizabilă în nici un fel, din cauza acumulării excesive de săruri. Limita tehnică a gradului de recirculare a acestor ape este impusă de acumularea clorurilor şi azotaţilor, după fiecare ciclu de utilizare şi a căror eliminare este mai dificilă şi în nici un caz nu este completă prin metodele clasice. Determinările de laborator pot indica în funcţie de concentraţiile admisibile pentru impurificatori, numărul de recirculări la care poate fi supusă apa. Preţul de cost al procesului recirculării pare ridicat, dar dacă se ţine seama de bilanţul apei, inclusiv amortizarea, procedeul se dovedeşte avantajos. Deasemeni nu poate fi vorba numai de realizarea unui echilibru financiar, ci trebue luate în consideraţie şi avantajele pe care le asigură recircularea, bine studiată însă, pentru echilibrul mediului receptor, pentru sănătatea colectivităţii publice.

În directă legătură cu posibilităţile de asigurare cu apă a platformei, cu posibilităţile de recirculare a apei, este obligatoriu să se supravegheze în permanenţă proprietăţile agresive sau corozive ale apei. Atunci cînd este cazul trebuie să se intervină prompt, fie că se apelează la inhibitori de coroziune, fie că se reactualizează unele procedee mai vechi (filtrarea pe materiale calcaroase etc.)

Deasemeni ,trebuie urmărit în permanenţă temperatura apei circulate, pentru ca la deversare aceasta să nu conducă la o poluare termică a efluentului.

O a treia problemă care stă în faţa specialiştilor, poate şi cea mai dificilă este aceea de a găsi posibilitatea epurării apelor uzate pînă la limite ce permit deversarea lor în efluentul local.

Efectele autoepurării, la care pînă nu demult se apela, dealtfel era şi cea mai eficientă metodă, nu mai asigură purificarea apei datorită gradului foarte avansat de poluare şi a cantităţilor mereu crescînde a apelor ce se deversează în efluent.

Numai aplicarea unor tratamente complexe mecano-chimice-biologice, sînt în măsură să permită o epurare cît mai completă.

Avînd în vedere, concentrarea producţiei industriale în cadrul unei platforme care furnizează zeci de produse, apele de la diferite fabrici din cadrul platformei, au caracteristici total diferite.

În cadrul platformelor chimice a căror produse sînt indisolubil legate de azot, apele uzate conţin în principal azot legat organic, amoniac, săruri de amoniu, nitriţi, nitraţi etc.

În majoritatea cazurilor nu se recomandă a se epura apa dela o singură fabricaţie. Se impune acest lucru numai dacă din tehnologia respectivă rezultă o noxă deosebită. Din această cauză avînd în vedere compoziţia foarte variată a acestor ape, avînd în vedere şi fluctuaţiile de debit, se recomandă ca înainte de a introduce apele poluate în instalaţia centrală de epurare să fie conduse într-un bazin de uniformizare şi omogenizare care să asigure staţiei de epurare un debit constant de apă poluată şi cu o compoziţie aproape constantă. Mai mult, în acest bazin se realizează şi o neutralizare primară, avînd în vedere că de pe platformă rezultă ape atît cu caracter acid cît şi alcalin.

Staţia de epurare care preia apele din bazinul de uniformizare şi omogenizare trebuie prevăzută cu o instalaţie în care să se poată realiza neutralizarea totală în cazul în care aceasta nu a fost realizată complet în bazinele de omagenizare. Neutralizarea nu trebuieşte realizată neapărat cu lapte de var, procedeu indicat universal, ci trebuie stabilită posibilitatea utilizării unor rezidii industriale, care de multe ori sînt deosebit de eficace. (cenuşi, slamuri, zguri etc.).

Apele neutre, dar care conţin şi eventuale impurităţi în fază solidă, numai în cazul în care le conţin, trebuie limpezite, operaţie care se realizează dela caz la caz prin decantare sau prin filtrare.

În privinţa filtrării, dacă este semnalată existenţa ionilor de amoniu în exces, realizarea acesteia este indicată a se face trecînd apa prin paturi de cărbune, cenuşe sau argile activate, care permit şi reţinerea unei apreciabile cantităţi din aceşti ioni. În cadrul acestor tratamente nu se poate vorbi de o delimitare între procesele pur mecanice şi cele pur chimice.

Principala fază în cadrul epurării acestor ape este reprezentată de epurarea biologică.

Prin activitatea bacteriilor, azotul din ape, legat sub una din aceste forme, poate trece în alte forme, pînă la azot elementar. Se poate vorbi de un circuit al azotului (Fig. 2) Procesele de transformare decurg con-

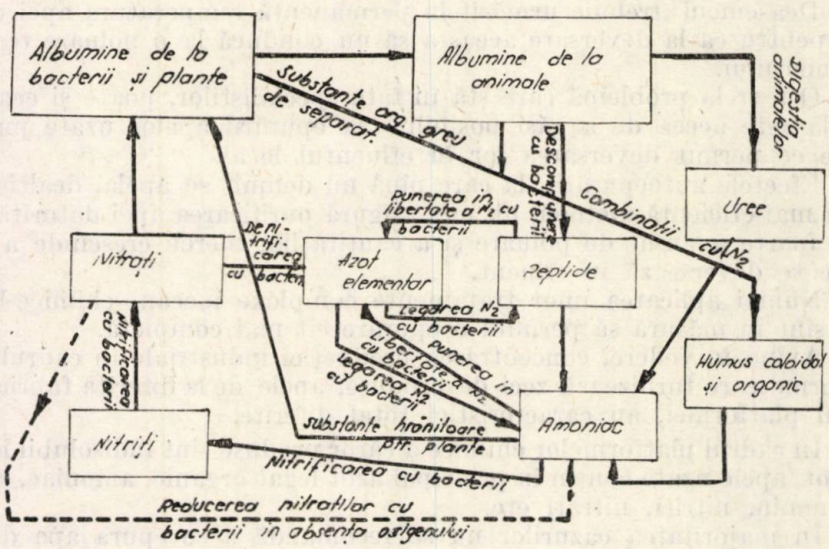


Fig. 2

comitent dar numai parţial. Desfăşurarea procesului depinde de conţinutul de oxigen şi de temperatura la care are loc acest proces.

Bacteriile care asigură buna desfăşurare a procesului biologic sînt tipuri specifice ale căror condiţii de viaţă diferă. Realizarea în condiţii cît mai avantajoase a purificării biologice, solicită efectuarea epurării în mai multe trepte, numărul acestora fiind stabilit în funcţie de impuri-

ficatori. De exemplu în cazul în care apa conţine în afară de derivaţi ai azotului, fenol şi derivaţi ai sulfului, epurarea biologică se poate realiza în trei trepte. În prima treaptă se realizează îndepărtarea fenolilor. Apa trebuie să aibe un pH de 7,5 şi temperatura de 25°C. Pentru hrănirea bacteriilor sînt necesare introducerea de substanţe nutritive pe bază de fosfor, fier şi magneziu. Funcţionarea normală a filtrului biologic este condiţionată de un conţinut al apei de pînă la 2,5 g/l fenol şi 1700 mg/l ioni nitrici şi amoniacali. Concentraţii peste aceste limite impun o diluare a apei pînă la atingerea valorilor maxime admisibile. În treapta a doua se îndepărtează sulfiţii, tiosulfaţii etc. Separarea se realizează în condiţii optime pentru un pH de 7. În treapta a treia se îndepărtează derivaţi ai azotului. Apa la intrare nu trebuie să conţină mai mult de 30 mg/l fenol, 8 mg/l sulfiţi şi 1700 mg/l ioni de amoniu. Pentru hrănirea bacteriilor se introduce fosfor, clorură de sodiu, sulfat de fier şi sulfat de magneziu. Pentru asigurarea pH-ului optim de 6,3, cît şi pentru legarea nitratului format, se introduce şi carbonat de calciu.

Numai în cadrul epurării biologice se poate îndepărta pînă la 80% din azotul sub diferitele forme, conţinut în apă.

În procesul tehnologic de epurare biologică a apelor, impurităţile reţinute din apă se transformă într-o formă concentrată de nămol. Pe măsură ce sistemele de epurare se perfecţionează volumul nămolului produs, creşte continuu.

O parte din nămol se recirculă iar cantitatea cea mai mare trebuie să fie evacuată uşor şi economic, fără să creeze posibilitatea poluării în continuare a apei sau a mediului înconjurător.

Actualele procedee cunoscute pentru epurarea nămolului şi anume : concentrarea, descompunerea, deshidratarea sau uscarea termică prezintă încă multe inconveniente. Dintre acestea, în cazul platformelor chimice care produc şi îngrăşăminte, procedeul concentrării este cel mai indicat, deoarece aceste rezidii în amestec cu alţi compuşi (îngrăşăminte simple, cenuşi, cărbuni) pot forma baza unor sortimente de îngrăşăminte organo-minerale.

După cum rezultă, problema apelor pe o platformă chimică implică numeroase elemente de bază şi ea nu poate fi rezolvată, decît înscriind-o în contextul dezvoltării generale a platformei respective.

Valorificarea rezultatelor de laborator în domeniul apelor, trebuieşte neapărat încurajată, chiar dacă există premizele vreunui eşec, dar aplicarea lor trebuie să se facă cu competenţă şi mai ales cu exigenţă.

Se poate considera că s-au realizat progrese însemnate în domeniul chimiei şi tehnologiei apei, dar despre îmbunătăţiri substanţiale în domeniul aplicativ la scară industrială, pînă în prezent nu se poate vorbi.

Rămîne ca prin aplicarea celor mai adecvate metode mecano-chimice-biologice cunoscute pînă în prezent, prin aprofundarea acestora în sensul unor adaptări în cît mai mare concordanţă cu cerinţele platformelor industriale, prin elaborarea de noi procedee, să se poată ajunge la stabilirea celor mai eficiente şi economice măsuri.

Catedra de tehnologie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Burden W.*, Analyst, nr. 86, 1961.
2. *Cahen I. P.*, Technique de l'Eeau et l'Assainissainissement
3. *Colas R.*, L'usine nouvelle, Nr. 3, 1966 nr. 273, 1969
4. *Klotter H.*, Wom Wasser Jahrbuch Wasser Chemie, vol. XXXVI, 1969.
5. *Meinek. F.*, Industrie Abwasser, Gustav Fischer Verlag, 1968, Stuttgart.
6. *Negulescu M.*, Epurarea apelor uzate industriale, Ed. Tehnică, 1968, Bucureşti
7. *Pavir K.* — Chem. Zveti, nr. 8, 1954
8. *Rousse G.*, Rev. tech. Luxembourg, nr. 46, 1954
9. *Rummel W.*, Wasserwirtschaft-Wassertechnik, nr. 1, 1965.
10. *Sontheimer H.*, Das Gas und Wasser fach, vol. 107, nr. 40, 1966
11. *Taras M.*, J. An. Water Warms Assoc., nr. 45, 1953.
12. *Thikotter H.*, Chemische Industrie, nr. 11, 1969.
13. *Toshio A.* — Suiyo Kaisku, nr. 13, 1958.
14. *Vadav I.*, Chem. Zveti, nr. 8, 1954
15. *Wurm H.*, Easser, Luft und Betrieb, nr. 10, 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

PROCEDEE ȘI APARATE

C.Z. : 66

DELAY FACTORS FOR BOUNDARY-LAYERS FLOWS WITH A STEP-IN WALL-HEAT FLUX*

RAUL MIHAIL

Boundary-layer heat or mass transfer under non-uniform conditions at the surface is important in many processes that involve the combined action of radiation and convection or external catalytic reactions. Among all boundary layer flows, the most extensive treatment has been accorded the flat plate. Most of the known solutions, reviewed by Hanna [1], accomodates any distribution of surface property (temperature or concentration) as input to a superposition integral, constructed from approximate solutions for a step change in property applied downstream of the hydrodynamic leading edge.

In reference [2] Hanna and Myers presents an interesting simplification of the problem for a flat plate having a step-in wall-heat flux. The solution is obtained by solving the step-wall heat-flux problem directly rather than by superposition. They found that results were in good agreement with those obtained indirectly from a step-wall temperature solution.

It is the purpose of this communication to give in principle a general solution for the delay factor in two-dimensional boundary-layer flow, which can be extended also to sphere. Specific consideration is given here over a surface immersed in an incompresible flow of a constant property-fluid, for which the energy equation takes the form :

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{1}$$

where viscous dissipation is neglected.

The step-wall heat flux is described by the function

$$\Phi(x,\ y,\ x_0) = k[T_\infty - T(x,\ y,\ x_0)]/q'' \tag{2}$$

which is a solution of eq. (1) and satisfies the boundary conditions [1]:

$$x > x_0;\ \frac{\partial \Phi}{\partial y}(x,\ 0,\ x_0) = 1$$

* Manuscript received 6 dec. 1972.

$$x < x_0;\ \frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, 0, x_0) = 0 \tag{3}$$

$$y > 0;\ \frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, \infty, x_0) = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, y, x_0) = 0$$

Instead of inferring the delay factor by superposition of linear combination of solutions (2) we extend the suggestion given in Ref. [2] on solving the integral energy equation for a two dimensional flow.

Assuming a „similar'' velocity profile

$$u = U(x) \cdot F(\eta) \tag{4}$$

and a temperature profile

$$T - T_\infty = (T_w - T_\infty)\, L(\eta_T) \tag{5}$$

chosen so that for $\delta_T = \delta$ it will be the same as the velocity profile, the energy integral equation

$$\frac{d}{dx}\int_0^\infty [u(T - T_\infty)]\, dy = -a\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{6}$$

gives, upon substitution of expressions (4) and (5)

$$\frac{d}{dx}\{\delta_T U H(\Delta\Lambda,)\} = \frac{2a}{\delta_T} \tag{7}$$

where

$$H = \int_0^\infty F(\eta)\cdot L(\eta_T) d\eta_T = H_1(\Delta) + H_2(\Delta) \tag{8}$$

is an universal function of $\Delta = \delta_T/\delta$ and of a shape parameter Λ; numerical values of $H_1(\Lambda)$, available from literature [3] will be used later on:

$$\Delta \leqslant 1;\ H_1(\Delta) = \frac{2}{15}\Delta - \frac{1}{140}\Delta^3 + \frac{1}{180}\Delta^4 \tag{9a}$$

$$\Delta \geqslant 1;\ H_1(\Delta) = \frac{3}{10} - \frac{3}{10}\cdot\frac{1}{\Delta} + \frac{2}{15}\cdot\frac{1}{\Delta^2} - \frac{3}{140}\cdot\frac{1}{\Delta^3} + \frac{1}{180}\cdot\frac{1}{\Delta^5} \tag{9b}$$

Equation (7) can be written as

$$\delta\Delta\, UHd(\delta\Delta\, UH) = 2aUHdx. \tag{10}$$

and yield after intergration :

$$\Delta^2(x, x_0) = \frac{4a}{\delta^2 (UH)^2} \int_{x_0}^{x} UH\, xd \tag{11}$$

noting that $\Delta(x, x_0) = 0$ at $x = x_0$.

In order to render the solution more workable en explicit function for the boundary-layer thickness δ, is chosen. Walz [4] and Thwaites [5] put forward an explicit formula based on „similar" velocity profiles

$$\delta^2 = \frac{0 \cdot 470}{U^6} \cdot \frac{\nu}{[\varphi(\Lambda)]^2} \int_{9}^{x} U^5 dx \tag{12}$$

where

$$\varphi(\Lambda) = \frac{1}{63}\left(\frac{37}{5} - \frac{\Lambda}{15} - \frac{\Lambda^2}{144}\right) \tag{13}$$

Combining eqns. (11) and (12) gives

$$\Delta^2(x, x_0) = 8{,}5\, Pr^{-1} \frac{U^4[\varphi(\Lambda)]^2}{H^2} \frac{\int_{x_0}^{x} UHdx}{\int_{0}^{x} U^5 dx} \tag{14}$$

which is impicit in $\Delta(x, x_0)$. The equation for (x), i. e. for a surface of uniform heat flux have the same form as (8), excepting the lower limit of the upper integral, which will be zero. Equation (14) is in general valid for two-dimensional flow, irrespective of the Prandtl number.

The delay factor for a step-in wall-heat flux is defined by the ratio :

$$\Psi(x, x_0) = \frac{h_Q(x, x_0)}{h_Q(x)} \tag{15}$$

Since $h_Q \infty 1/\delta_T$ the delay factor is given by :

$$\Psi(x, x_0) = \left[\frac{\Delta^\circ(x, x_0)}{\Delta(x)}\right]^{-1} \tag{16}$$

where $\Delta^\circ(x, x_0)$ and $\Delta^\circ(x)$ are respectively the roots of eq. (14) and of the similar equation for uniform heat flux. It follows that the delay factor for any two-dimensional flow will result by expliciting the expression :

$$\frac{\Delta^2(x, x_0)H}{\Delta^2(x)\, H} = \frac{\int_{x_0}^{x} UHdx}{\int_{0}^{x} UHdx} \tag{17}$$

Note that H in the numerator of eq. (17) is a function of $\Delta(x, x_0)$, but H in the denominator is function of $\Delta(x.)$

Several examples of step-in wall-heat flux problems will now be considered in order to illustrate the use of expression (17). Final results are condensed in Table 1.

Tab. 1

Delay factors

Surface	$\psi\ (x, x^0)$			
	$\Lambda < 1$		$\Lambda > 1$	
flat plate	$\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)\right]^{-1/3}$	a	$\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)\right]^{-1/2}$	b
wedege	$\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{m\pm1}\right]^{-1/3}$	c	$\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{m\pm1}\right]^{-1/2}$	d
stagnation point	$\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^2\right]^{-1/3}$	e	$1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^2\Big]^{-1/2}$	f
cylinder, sphere	$\left[1 - \frac{a_1x_0^2 + a_2x_0^4 - a_3x_0^6}{a^1x^2 - a_2x^4 + a_3x^6}\right]^{-1/3}$	g	$\left[1 - \frac{a_1x_0^2 + a_2x_0^4 - a_3x_0^6}{a_1x^3 - a_2x^4 + a_3x^6}\right]^{-1/2}$	h
	$a_n = \frac{u_n}{n+1)R^n},\ n = 1, 3, 5$			

Flat plate. With $U(x) = U_\infty$ and $\Lambda = 0$, H_1 is a constant; then from (17)

$$\frac{\Delta^2(x, x_0)H_1}{\Delta^2(x)H_1} \infty - 1\,\frac{x_0}{x} \tag{18}$$

For $\Delta \leqslant 1$, high high Prandtl numbers, a satisfactory approximation of (9a) will be $H_1 = (2/15)\ \Delta$ which on subtituting in eq. (17)and taking in account definition (16), leads for the delay factor to the well known expression (a), Table 1.

For $\Delta \geqslant 1$, low Prandtl numbers, the last terms in (9b) can be dropped without loss of accuracy and substitution in (18) gives:

$$\frac{(3/10)\,\Delta^2(x, x_0) - (3/10)\,\Delta(x, x_0) + 2/15}{(3/10)\,\Delta^2 - (3/10)\Delta(x) + 2/15} \propto 1 - \frac{x_0}{x} \tag{19}$$

At very low Prandtl numbers ($Pr \to 0$, $\delta \ll \delta_T$) expression (19) can be approximated by

$$\frac{\Delta^2(x, x_0)}{\Delta^2(x)} = 1 - \frac{x_0}{x} \tag{20}$$

thus resulting eq. (b), Table 1, which corresponds to eq. (13) of Ref. [2]

Wedge flow. The velocity is given by $U(x) = Cx^m$ where m is connected to the wedge variable β by

$$\beta = \frac{2m}{m+1} \tag{21}$$

and $\Lambda = 0$ so that from (17)

$$\frac{\Delta^2(x, x_0) H_1}{\Delta^2(x) H_1} \alpha \left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{m+1}\right] \tag{22}$$

In what concerns the two ranges of Δ values (lower or higher than 1) the same discussion as for the flat plate applies thus resulting eqns (*c*) and (*d*), Table 1. Both equations reduces to those of the flat plate if $m = 0$. The exponent $(m + 1)$ in eqns. (*c*) and (*f*) is not to be confounded with exponent of eq. (7) in Ref. [1] which is derived for the case of a step-wall temperature distribution.

The presence of the wedge variable β, through the intermediate of m in eq. (22) permits to use the expression of wedge delay factor even for flow past bluff bodies, while $m=1$ corresponds to a stagnation point and $m = -0.091$ to separation.

Cylinder. Consider a cylinder immersed in a transverse fluid flow whose zero heat-flux surface starts from stagnation point up to x_0. A direct derivation of the delay factor is possible if we assume that u/U (x) is a „flat plate" velocity profile, and thus H in eq. (18) becomes independent of Λ. The consequences of this approximation on the solution quality will be discussed futher down.

For an elliptical cylinder the potential theory yields for $U(x)$

$$\left(\frac{U(x)}{U_\infty}\right)^2 = \left(1 + \frac{A}{B}\right)^2 \cdot \frac{1 - \cos\alpha}{1 + (A/B)^2 + [1 - (A/B^2)] \cos 2\alpha} \tag{23}$$

where α is the angular coordinate. This equation is the more reliable the more slender the elliptical profile and thus does not account on the influence of the wake behind a circular cylinder ($A = B$). Therefore for purpose of integrating eq. (17) it is more convenient to write the stream velocity as a power series of finite terms

$$U(x) = 2U_\infty [u_1(x/R) - u_3(x/R)^3 + u_5(x/R)^5 \ldots] \tag{24}$$

where the coefficients $u_1 \ldots u_5$ are to be taken from potential theory or better from experiments. Substitution of relation (24) in eq. (17) leads to eqns. (*g*) and (*h*), Table 1, for the delay factor. For the stagnation point only the first term in (24) is retained and so one finds out again the result for wedge flow, with $m = 1$.

Sphere. Equation (12) is to be substituted with [6]

$$\delta^2 = \frac{0.470}{U^6} \cdot \frac{\nu}{r^2[\varphi(\Lambda)]^2} \cdot \int_0^x r^2 U^2 dx \tag{25}$$

and thus the procedure for *deriva'ing* the delay factor is reduced to that of a cylinder. The velocity $U(x)$ is again given by a power series of the form eq. (24), the coefficient in front of the bracket being now 2/3. Eq. (*g*) and (*h*), Table q, are still valid provided that the coefficient u_1, u_3, u_5 are substituted with the appropriate values.

The quality of the general solution eq. (17) depends on the form assumed for functions $F(\eta)$ and $L(\eta_T)$ needed for computing H_1. The use of quartic polynominals in η and η_T corresponds to the Squire's solution [7] for heat transfer coefficient of an arbitrary surface. In his derivation Squire used also a „flat plate" velocity profile, i.e. $\Lambda = 0$; compared with *Frössling's* exact method [8] the solution is quite accurate as it was shown in the analysis made by Spalding and Pun [9]. In addition these authors pointed out that such a solution would prove superior for problems in which only a part of the periphery is at a different temperature from the main stream.

It is obvious that all the equations in Table 1 holds only up to the separation point, as the Squire's solution does.

NOMENCLATURE

a,	thermal diffusivity, $\equiv \frac{k\rho}{c}$
A	semi-ax of an elliptical cylinder, parallel to the oncoming flow
B,	idem, transverse to the oncoming flow
c,	specific heat of fluid
$F(\eta)$	a function, eq. (4)
$h_{Q(x)}$,	heat-transfer for uniform heat flux
$H(\Delta, \Lambda)$	an universal function defined by eq. (8)
k,	thermal conductivity of fluid
$L(\eta_T)$,	a function, eq. (5)
m,	wedge parameter, eq. (21)
Pr,	Prandtl number, $\equiv \frac{\nu}{a}$
q''_w	wall heat flux
r,	rotation radius for sphere, $\equiv R \sin \frac{x}{R}$
R,	radius for circular cylinder or sphere
T,	temperature of fluid
u,	flow velocity in x direction
u_n,	constants in eq. (24)

U, reference flow elocity
$U_{(x)}$, stream velocity just outside boundary layer
v, flow elocity in y direction
x, stream wise coordinate
x_0, coordinate specifyng heat flux distribution
y, transverse coordinate
α, angular coordinate, eq. (23)
β, wedege variable; $\pi\beta$ is the wedge angle
δ, thickness of the velccity boundary layer
δ_T, thickness of the thermal boundary layer
Δ, ratio of thermal boundary layer thickness to velocity boundary layer thickness
η, dimensionales coordinate, $\equiv y/\delta(x)$
η_T, dimensionaless coordinate, $\equiv y/\delta_T(x)$
Λ, shape parameter, $\equiv \frac{\delta^2}{\nu}\frac{dU}{dx}$
ν, kinematic viscosity of fluid
ρ, fluid density
$\varphi(\Lambda)$, a function of shape parameter, eq. (13)
Φ, step-wall heat flux function, eq. (2)
Ψ, delay factor, eq. (15)

Subscripts

∞, stream conditicns just cutside boundary layer
w, fluid conditions adyacent to the surface

REFERENCES

1. *T. O. Hanna*, Step-wall Heat-flux Superpositicn for Heat Transfer in Boundary-Flows, chem. Eng. Sci., 17, 1041—1055 (1962).
2. *T. O. Hanna and E. J. Myers*, Heat Transfer in Boundary-layer Flow Past a Flat Poate with a Step in Wall — heat Flux, Chem. Eng. Sci., 17, 1053—1055 (1962).
3. *W. Dienemann*, Berechnung des Wärmeüberganges an laminar umströmten Körper mit constanter und ortsveränderlicher Wandtemperatur, Z. angew. Math. Mech. 33, 89—109 (1953).
4. *A. Walz*, Ein neuer Ansatz für das Geschwindikeitsprofil der laminaren Reibungsschicht, Ber. Lilienthal — Ges. Luftfahrt N 141, 8—12 (1941).
5. D. *Thwaites*, Approximate Calculation of the Laminar Boundary Layer, Aeronaut. Qua t., 1, 245—280 (1949).
6. *N. Rott and L. F. Crabtree*, Simplified Laminar Boundary Layer Calculations for Bodies of Revolution and for Yawed Wings, J. aero. Sci. 19, 553—566 (1952).
7. *H. B. Squire*, Heat Transfer Calculation for Aerofoils, Aero. Res. Coun. (London), Rept. and Mem., No 1968 (1942).
8. *N. Frössling*, Verdunstung, Wärmeübertragung und Geschwindigkeitsverteilung bei zwei, dimensionaler und rotationssymmetriescher laminaren Greuzschichtströmungr Lunds. Univ. Arsskr. N. F. Avd., 2, 35 (1940).
9. D. *D. Spalding and W. M. Pun*, A Review of Methods for Predicting Heat—Transfer Coefficients for Laminar Uniform-property Boundary Layer Flow, Int. J. Heat Mass Transfer 5, 239—249 (1962).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

TEORIA MECANISMELOR

C.Z. : 621—23

SINTEZA STRUCTURALĂ A LANȚURILOR CINEMATICE PLANE CU CUPLE INFERIOARE ȘI SUPERIOARE CU N = *1, 2, 3* CONTURURI DEFORMABILE ȘI $L_3 = 5$ GRADE DE LIBERTATE*

IOSIF TEMPEA

Într-o lucrare anterioară [14] autorul a dezvoltat o metodă de sinteza structurală a *LCpa*, **bazată pe teoria grafelor. Această metodă a fost extinsă [15] pentru sinteza structurală a lanțurilor plane care conțin atît cuple inferioare cît și cuple superioare, numite de autor *LCpg*. În continuare metoda este aplicată pentru obținerea schemelor structurale ale *LCpg* cu $N = 1, 2, 3$ contururi deformabile și grad de libertate $L_3 = 5$

1. Scurtă prezentare a noțiunilor matematice utilizate

1.1. Metoda de sinteză structurală dezvoltată în lucrările [14] [15] se bazează pe utilizarea unor noțiuni din teoria grupurilor și teoria grafelor. Deoarece aplicațiile acestor noțiuni matematice pentru analiza și sinteza structurală a *LC* și mecanismelor plane au fost prezentate în lucrări menționate mai sus, în cele ce urmează, vom face doar cîteva precizări asupra acestor noțiuni.

1.2. Schemei structurale a unui *LCpa* i se poate asocia în diferite moduri un graf. Mai frecvent se utilizează graful asociat obținut în modul următor :

— *elementele LC* sînt reprezentate prin vîrfuri ale grafului;

— două vîrfuri ale *grafului* sînt unite printr-o muchie, dacă și numai dacă elementele *LC* reprezentate prin aceste vîrfuri, sînt legate între ele printr-o articulație.

1.3. Graful contractat al unui graf inițial dat [10], [3] [16] se obține din acesta prin înlocuirea fiecărui lanț, format din muchii și vîrfuri de grad doi, cuprins între vîrfuri de grad mai mare ca doi, printr-o singură muchie.

---

* Lucrarea prezentată la cea de a XIV — a sesiune științifică a Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej" București, consacrată sărbătoririi semicentenarului Partidului Comunist Român, 10—11 aprilie 1971.

** În continuare sînt utilizate următoarele prescurtări
LC — lanț (uri) cinematic (e)
Lcpa-lanț (uri) cinematic (e) plan (e) articulat (e)
LCpg-lanț (uri) cinematic (e) plan (e) general e)

În fig. 1 sînt reprezentate schemele structurale ale unor LCpa, grafele asociate lor și grafele contractate corespunzătoare.

1.4. Operația inversă contractării ,numită de Ore [10] „expansiune" constă în dispunerea unor vîrfuri de grad doi pe muchiile grafu-

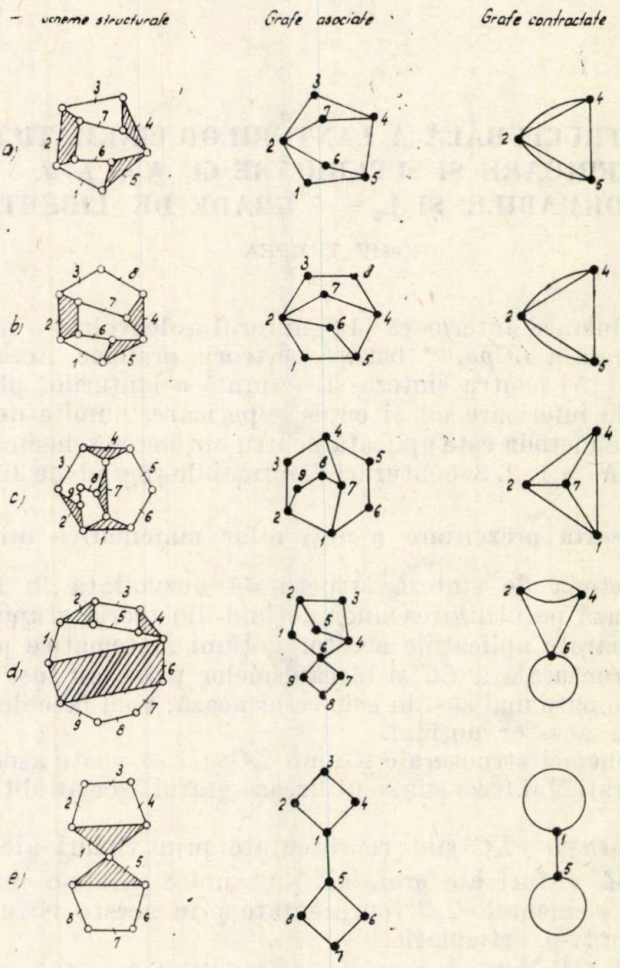


Fig. 1

lui inițial. Rezultă astfel posibilitatea obținerii grafelor asociate *LCpa* prin „expansiunea" grafelor contractate corespunzătoare.

1.5. Operația de „expansiune" a unui graf contractat poate fi privită ca o operație de „colorare" a muchiilor acestuia cu diferite culori, în funcție de numărul vîrfurilor de grad doi ce vor fi dispuse pe fiecare muchie. Numărul grafelor distinct colorate obținute în acest mod, poate fi determinat cu ajutorul teoremei fundamentale a enumerării, atribuită lui Polya [12] [1], [16], [3].

1.6. Două grafe se numesc izomorfe dacă între vîrfurile și muchiile lor există o corespondență biunivocă care păstrează incidența.

Grupul de permutări care aplicat vîrfurilor unui graf dat conduce la obținerea unor grafe izomorfe cu primul se numește grup de automorfism al grafului considerat.

Un grup de permutări poate fi caracterizat prin noțiunea de indice al ciclurilor [1], [13], [3]:

$$i_c = \frac{1}{|G|} \sum h(k_1, k_2 \cdot k_n)\ t_1^{k_1}\ t_2^{k_2} \ldots t_n^{k_n} \tag{1}$$

unde $|G|$ este ordinul grupului de permutări (egal cu numărul permutărilor pe care le conține), iar $h(k_1,k_2,k_n)$ reprezintă numărul permutărilor de tip:

$$t_1^{k_1}\ t_2^{k_2} \ldots t_n^{k_n}$$

1.7. Numărul grafelor distincte cu *vîrfuri* colorate: α_1 vîrfuri cu o culoare x, α_2 vîrfuri cu o culoare y ș.a.m.d. este egal cu coeficientul monomului de forma $x^{\alpha_1} y^{\alpha_2} \ldots$ obținut prin dezvoltarea indicelui ciclurilor grupului de automorfism al grafului pentru:

$$t_i = x^i + y^i + \ldots \qquad i = 1,2,\ldots n$$

2. Principiile metodei de sinteză numerică și structurală a *LCpg*.

2.1. Sinteza numerică a elementelor și cuplelor cinematice pentru *LCpg* cu N contururi, L_3 grade de libertate se realizează utilizînd:

— formula gradului de libertate

$$L_3 = 3e - 2c_3 - c_4 \tag{2}$$

— relația care determină numărul conturilor deformabile

$$N = c_5 + c_4 - e + 1 \tag{3}$$

Sinteza numerică a elementelor de diferite ranguri se reduce la sinteza numerică corespunzătoare unor *LCpa* numite „echivalente" cu [15]:

$$e_e = e + c_4 \qquad \text{elemente}$$

$$c_{5e} = c_5 + 2c_4 \qquad \text{articulații}$$

$$n_{2e} = n_2 + c_4 \qquad \text{elemente binare}$$

Sinteza numerică a elementelor *LCpa* „echivalente" poate fi realizată prin metoda tabelară propusă în lucrările [7], [14].

2.2. Pentru gruparea *LCpg* în funcţie de numărul elementelor de diferite ranguri, se utilizează ca şi în cazul *LCpa* noţiunea de partiţie asociată. Astfel lanţurilor li se asociază o partiţie de forma :

$$p = (2^{u_2}, 3^{u_3} \ldots j^{u_j}) \qquad (4)$$

cu proprietăţile cunoscute [14], [15].

Grafele contractate cu N = 1, 2, 3 contururi.

Numărul de contururi	Partiţia asociată	Schemele grafelor contractate.
$N=1$	—	①
$N=2$	(3^2)	①
$N=3$	(3^4)	① ②
	$(3^2 4)$	③
	(4^2)	④

Tab. 1

2.3. Grafele asociate *LCpg* sînt grafe cu muchii „colorate" cu două culori corespunzînd celor două feluri de cuple cinematice (c_5, c_4). În continuare muchiile corespunzătoare cuplelor de clasa a 5-a vor fi reprezentate prin linie plină, iar cele care corespund cuplelor de clasa a 4-a prin linie punctată.

2.4. Pentru a efectua sinteza structurală a *LCpg* se porneşte de la grafele contractate utilizate şi în cazul *LCpa*. În tabela 1 sînt redate grafele contractate cu $N = 1, 2, 3$ contururi.

Grafele asociate *LCpg* se obţin prin operaţia de „expansiune" a grafelor contractate cu acelaşi număr de contururi şi apoi prin precizarea felului cuplelor reprezentate prin muchiile respective. Cele două operaţii pot fi considerate ca o „colorare" succesivă a muchiilor grafelor şi prin urmare numărul variantelor poate fi determinat cu ajutorul teoremei *lui* Polya.

2.5. *LCpg* cu $L_3 = 5$ grade de libertate pot fi grupate după felul gradului lor de libertate [6] în lanţuri cu grad de libertate „total", „parţial" şi „fracţionat". Primele două tipuri de lanţuri se obţin pe baza grafelor contractate cuprinse în tabela 1, cele cu grad de libertate „fracţionat" se obţin pornind de la grafele contractate cu puncte de articulaţie.

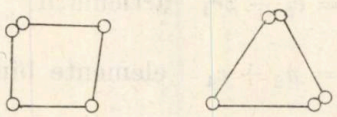
3. *LCpg* cu N = *1,2* contururi şi $L = 5$ grade de libertate

3.1. *LCpg* monoconture cu grad de libertate $L_3 = 5$ au ca lanţ echivalent pentalaterul articulat cu : $e_e = 5$; $c_{5e} = 5$.

Se obţin două *LCpg* cu următoarea structură ;

$e = 4$; $c_5 = 3$; $c_4 = 1$ lanţul din fig. 2a.

$e = 3$; $c_5 = 1$; $c_4 = 2$ lanţul din fig. 2b ;



a) b)

Fig. 2

3.2. Structura numerică a *LCpg* cu $N = 2$, $L_3 = 5$ „total" sau „parțial" este redată mai jos:

a) $c_4 = 4 \quad e = 3 \quad n_2 = 1 \quad n_3 = 2$ partiția asociată $(2,3^2)$

b) $c_4 = 3 \quad e = 4 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 2$ partiția asociată $(2^2,3^2)$

c) $c_4 = 2 \quad e = 5 \quad n_2 = 3 \quad n_3 = 2$ partiția asociată $(2^3,3^2)$

d) $c_4 = 1, \quad e = 6 \quad n_2 = 4 \quad n_3 = 2$ partiția asociată $(2\ ,3^2)$

LCpg cu $N=2$ contururi și grad de libertate $L_3=5$, „total" și „parțial"

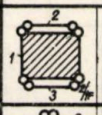
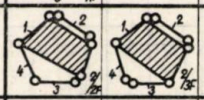
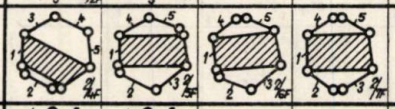
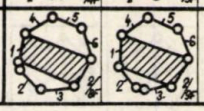
Nr cuplelor c_4	Partiția asociată	Scheme structurale
4	$(2\,3^2)$	
3	$(2^2\,1^2)$	
2	$(2^3\,3^2)$	
1	$(2^4\,1^2$	

Tab. 2

3.3. Pornind de la graful contractat cu $N = 2$ (tab. 1) se obțin în final 27 grafe cu muchii „colorate", cărora le corespund cele 27 *LCpg* cu grad de libertate $L_4 = 5$ „total" sau „parțial" cuprinse în tabela 2.

3.4. *LCpg* cu $N = 2$ contururi şi grad de libertate „*fracţionat*" se obţin pornind de la graful contractat din fig. 3. Partiţiile asociate elementelor acestor lanţuri sînt: $(2^2, 4)$, $(2^3, 4)$, $(2^4, 4)$ şi $(2^5, 4)$. S-au obţinut astfel cele 9 *LCpg* care sînt cuprinse în tabela 3.

LCpg cu N=2 contururi şi grad de libertate
L_3 = 5 „fracţionat"

Nr. cuplelor C_4	Partiţia asociată	Scheme structurale
4	$(2^2,4)$	
3	$(2^3,4)$	
2	$(2^4,4)$	
1	$(2^5,4)$	

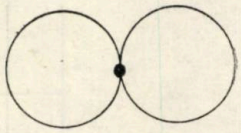


Fig. 3

← Tab. 3

4.1. *LCpg* cu $N = 3$ şi grad de libertate $L_3 = 5$ „total" sau „parţial" au ca lanţuri echivalente *LCpa* cu $e_e = 9$, $c_{5e} = 11$. Acestea se caracterizează prin partiţiile asociate: $(2^5, 3^7)$, $(2^6, 3^2, 4)$, $(2^7, 4^2)$. Numărul cuplelor superioare este cuprins între valorile $c_4 = 1 \ldots 5$. Pentru fiecare valoare a lui c_4, există cîte trei partiţii asociate elementelor, care diferă între ele şi faţă de cele ale lanţurilor echivalente numai prin numărul elementelor binare. S-a obţinut astfel tabela 4 care cuprinde structura numerică a *LCpg* cu $N = 3$, $L_4 = 5$.

4.2. Pentru obţinerea grafelor asociate *LCpg*, se porneşte de la cele patru grafe contractate cu $N = 3$ contururi (tab. 1). Pentru fiecare partiţie şi fiecare număr de cuple se studiază apoi grafele obţinute prin operaţia de „expansiune" şi „colorare" a muchiilor. Se înlătură acele grafe care nu respectă clasa minimă a contururilor.

Cele 622 *LCpg* cu $N = 3$ contururi şi grad de libertate „total" sau „parţial" sînt cuprinse în tabela 5.

4.3. *LCpg* cu grad de libertate „*fracţionat*" se obţin pornind de la cele două grafe contractate cu $N = 3$ contururi şi un punct de articulaţie (fig. 4).

Se obţin 119 LCpg cu $N = 3$ contururi şi grad de libertate $L = 5$ „fracţionat" cuprinse în tab. 6

Structura LCpg cu N=3 contururi şi grad de libertate $L_3=5$ „total" şi „partial"

Nr. cuplelor cinematice		Nr. elementelor	Nr. elementelor de diferite ranguri j			Partiţia asociată
c_4	c_5	e	n_2	n_3	n_4	
1	2	3	4	5	6	7
5	1	4	0	4	0	(3^4)
			1	2	1	$(2,3^2,4)$
			2	0	2	$(2^2,4^2)$
4	3	5	1	4	0	$(2,3^4)$
			2	2	1	$(2^2,3^2,4)$
			3	0	2	$(2^3,4^2)$
3	5	6	2	4	0	$(2^2,3^4)$
			3	2	1	$(2^3,3^2,4)$
			4	0	2	$(2^4,4^2)$
2	7	7	3	4	0	$(2^3,3^4)$
			4	2	1	$(2^4,3^2,1)$
			5	0	2	$(2^5,4^2)$
1	9	8	4	4	0	$(2^4,3^4)$
			5	2	1	$(2^5,3^2,4)$
			6	0	2	$(2^6,4^2)$

Tab. 4

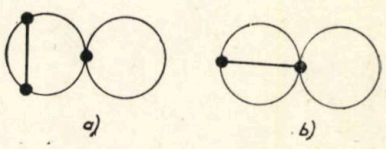


Fig. 4

Catedra de mecanică şi teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Berge, C.*, Teoria grafurilor şi aplicaţiile ei (trad. din limba franceză), Ed. Tehnică, 1969
2. *Crossley, F. R. E.*, A contribution to Gruebler's Theory in the Number Synthesis of Plane Mechanisms Jnl. Engng. for Industry, February, 1964, ASME
3. *Freudenstein, F.*, The basic Concepts of Polya's Theory of Enumeration, with Exemples from the Structural Classification of Mechanisms. Jnl. Mechanisms vol. 2, No. 3, 1967 Pergamon Press, Printed in Great Britain.
4. *Hain, Kurt*, Die Analyse und Synthese achtgliedrigen Gelenkgetriebe, VDI-Berichte, Bd., 5, 1955, ss. 81—93.
5. *Kiper, F.*, Kurvendiferentialgetriebe, Konstruktion, 2—1968, ss 41—48.
6. *Manolescu, N. I.*, Une méthode unitaire pour la formation des chaines cinematique et de mecanismes plane articulés avec differents degrés de liberté et mobilité. Rev. Roum. Sci. Techn. Série Méc. Appl. 9, 6, 1964 pp. 1263—1313.
7. *Manolescu, N. I., Tempea, I.* Sinteza structurală a lanţurilor cinematice plane articulate cu $e = 10$ elemente, $c_5 = 13$ articulaţii şi grad de libertate $L_3 = 4$. Bull. Inst. Pol. „Gh. Gheorghiu-Dej" Tom XXXI, nr. 4, 1969
8. *Mirescu, P., Roşu, Al.* Teoria grafelor, Ed. militară, Bucureşti, 1968
9. *Ore. O.*, Theory of Graphs, American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 38, Providence, R. I., 1962.
10. *Ore, C.*, Grafele şi aplicaţiile lor, (trad. lb. engleză) Ed. ştiinţifică, Bucureşti, 1968.
11. *Pelecudi, Chr.*, Metoda conturelor în sinteza numerică şi structurală a lanţurilor cinematice, Studii Cercetări Mecan. Apl. Acad. R.S.R., 25, 3, 1969

12. *Pplya, G.*, Kombinatorische Anzahlbestimmungen für Gruppen, Graphen und Chemische Veribindungen, Acta Math. 68, 1937, ss. 145—254.

13. *Riordan, J.*, An Introduction to Combinatorial Analysis, John Wiley and Sons, Inc., Ne York, 1968.

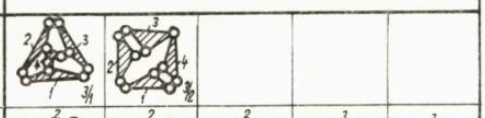
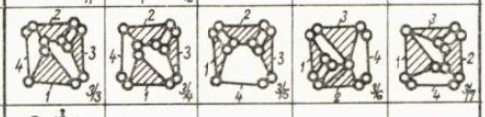
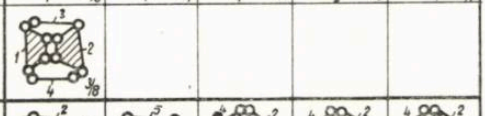
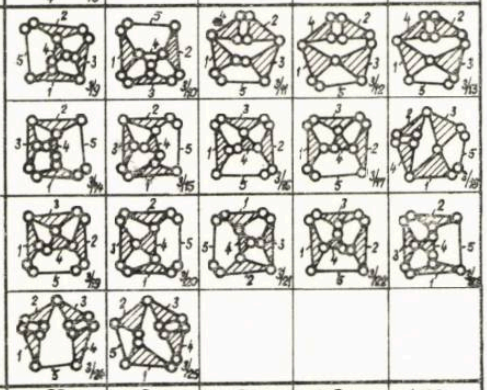
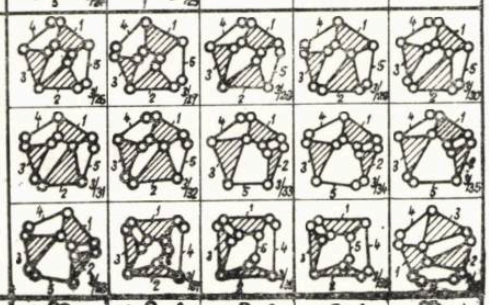
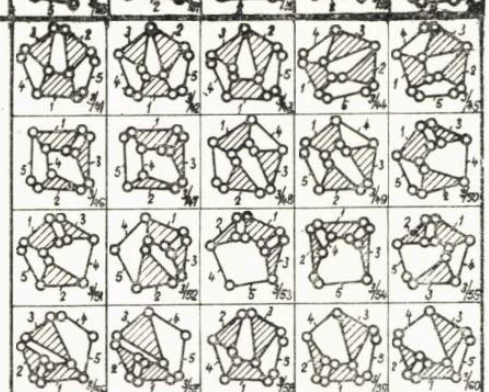
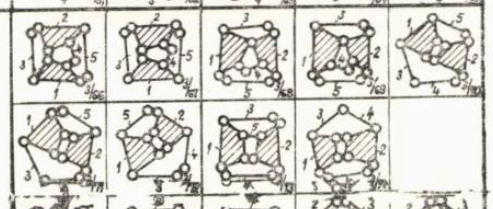
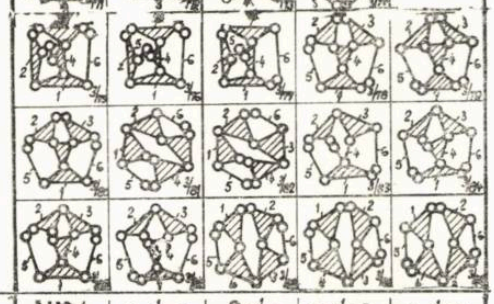
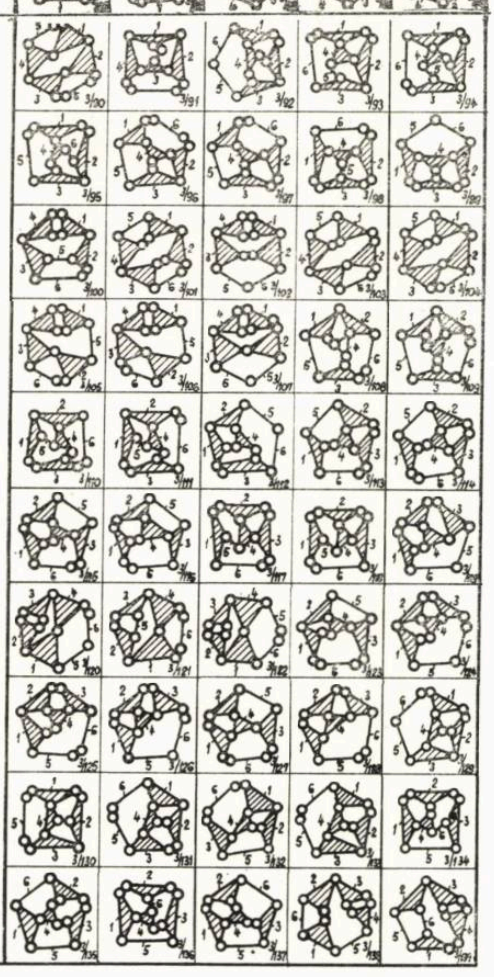
14. *Tempea, Iosif.*, Contribuţii la sinteza structurală a lanţurilor şi mecanismelor plane cu ajutorul teoriei grafelor, Ses. ştiinţifică a Acad. Militare aprilie 1970.

15. *Tempea, Iosif.*, Sinteza structurală a lanţurilor cinematice plane generale cu $N = 1, 2, 3$ contururi deformabile şi grad de libertate $L_3 = 4$. Sesiunea de comunicări ştiinţifice, Centrul de Mecanica Solidelor, februarie 1971.

16. *Woo, L. S.*, Type Synthesis of Plane Linkages, Jnl. Engng. for Industry, 89, pp. 159—1722, ASME 1967.

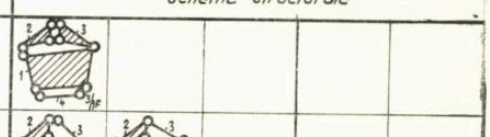
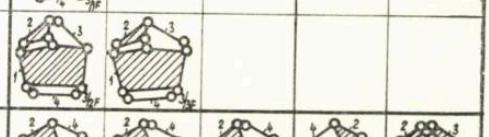
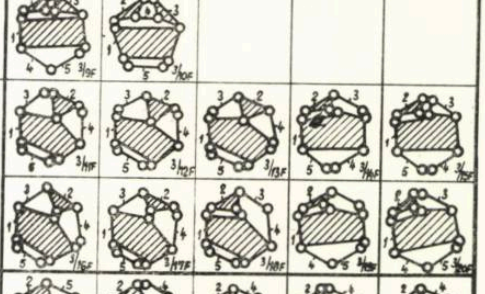
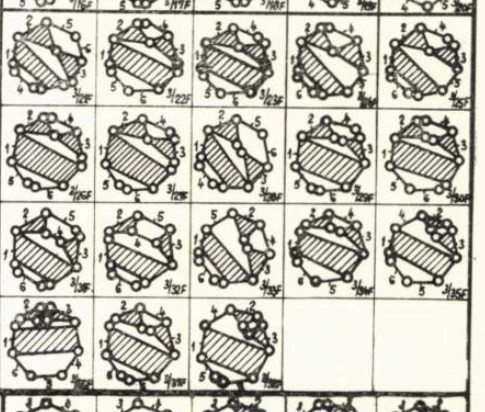
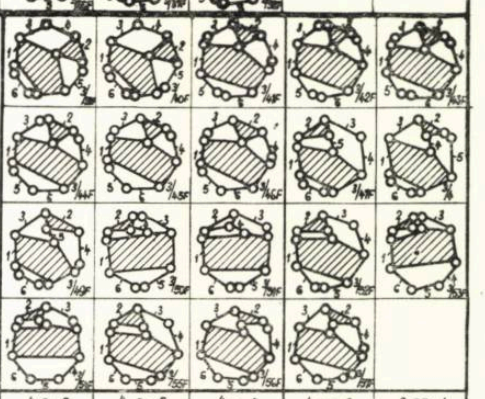
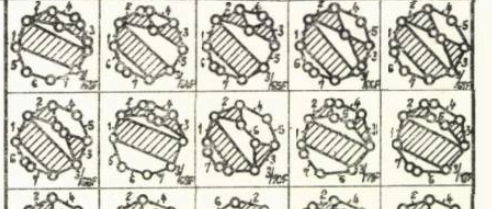
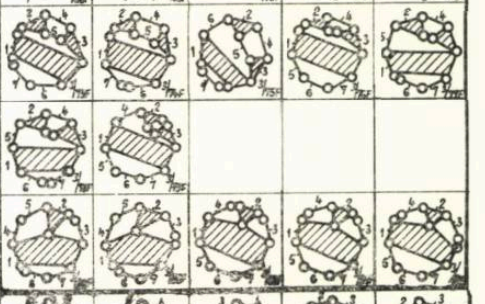
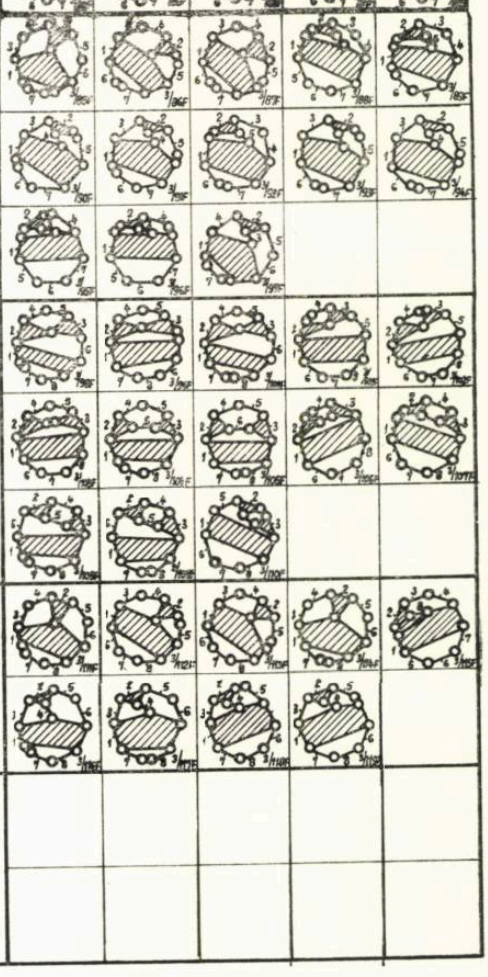
LCpg cu N=3 conturun și grad de libertate $L_3=5$

Tabel 5

Nr. cuplelor C_4	Partiția asociată	Scheme structurale
5	(3^4)	
	$(2\,3^2\,4)$	
	$(2^2\,4^2)$	
4	$(2,3^4)$	
	$(2^2,3^2,4)$	
4	$(2^2,3^2,4)$	
	$(2^3,4^2)$	
3	$(2^2,3^4)$	
3	$(2^2,3^4)$	

LCpg cu N=3 conturun și grad de libertate $L_3=5$ „fracționat"

Tabel 6

Nr. cuplelor C_4	Partiția asociată	Scheme structurale
5	$(2,3^2\,4)$	
	$(2^2\,3,5)$	
4	$(2^2\,3^2\,4)$	
	$(2^3\,3,5)$	
3	$(2^3,3^2\,4)$	
3	$(2^4,3\,5)$	
		
2	$(2^4\,3^2\,4)$	
	$(2^5\,3\,5)$	
2	$(2^5,3,5)$	
1	$(2^5,3^2\,4)$	
	$(2^6,3,5)$	

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. : 621—363

ANALIZA COMPORTĂRII DINAMICE A MOTORULUI IN V CU CILINDRI INTERCALAȚI*

ANCA RODICA BĂRĂNESCU

1. Introducere

La motorul în V cu cilindri intercalați, numărul de cilindri este limitat și de faptul că între cilindri consecutivi ai aceleiași linii există un spațiu apreciabil care face ca lungimea motorului să fie sensibil mai mare decît lungimea motorului în V normal cu același număr de cilindri. Din același motiv, structura de rezistență este mai puțin rigidă, fapt care are consecințe nefavorabile asupra uzurii unor organe principale ale motorului.

În lucrare se analizează comportarea dinamică a motorului în V cu opt cilindri intercalați, cu scopul de a evidenția dacă există avantaje de natură dinamică în măsură să compenseze dezavantajele de ordin constructiv arătate mai sus. Sînt folosite următoarele concluzii din lucrările [1] și [2].

Un termen al forțelor de inerție ale maselor cu mișcare de translație care subzistă în fiecare linie de cilindri produce trepidația motorului în planul bisector interior și în planul bisector exterior, mărimile acestor trepidații fiind respectiv date de formulele

$$X_{F_p} = A_{F_p} \cos (p\alpha + \sigma_p), \tag{1}$$

$$Y_{F_p} = B_{F_p} \sin (p\alpha + \sigma_p). \tag{2}$$

în care s-a notat cu p ordinul termenului considerat, cu α unghiul descris de manivela cilindrului din stînga situat la extremitatea motorului de la care arborele cotit se vede rotindu-se în sensul pozitiv ales precum și

$$A_{F_p} = i\, T_p \cos\frac{\gamma}{2} \cos\frac{1}{2}\, p(k-1)\,\frac{\tau\pi}{i}, \tag{3}$$

* Manuscris predat redacției la data 10 iunie 1973

$$B_{F_p} = i\, T_p \sin\frac{\gamma}{2} \sin\frac{1}{2}\, p(k-1)\,\frac{\tau\pi}{i}, \tag{4}$$

$$\sigma_p = \varphi_p - \frac{1}{2}\, p(k-1)\,\frac{\tau\pi}{i}. \tag{5}$$

unde i este numărul total de cilindri ai motorului, T_p mărimea vectorului care interpretează termenul de ordinul p al forței de inerție a maselor cu mișcare de translație pentru un cilindru γ unghiul dintre liniile de cilindri, τ numărul de timpi ai ciclului motor, φ_p unghiul care precizează poziția vectorului T_p pentru cilindrul 1 al liniei din stînga în momentul $\alpha = 0$ și k un număr întreg care precizează poziția relativă a arborilor cotiți ai celor două linii de cilindri.

Numerotarea cilindrilor din fiecare linie se face consecutiv, începînd de la extremitatea arătată mai înainte. Aprinderile sînt numerotate consecutiv, începînd cu aprinderea din cilindrul 1 al liniei din stînga.

În vederea obținerii unui bun echilibraj, în fiecare linie trebuie folosiți fie arbori cotiți care au manivelele două cîte două în fază, grupele de manivele în fază fiind uniform distribuite în jurul axei de rotație a arborelui cotit, soluție posibilă numai la motoarele în patru timpi cu număr par de cilindri în fiecare linie, fie arbori cotiți care au toate manivelele uniform distribuite în jurul axei lor de rotație, soluție posibilă atît la motoarele în patru timpi, cît și la motoarele în doi timpi. În primul caz au o rezultantă în fiecare linie de cilindri numai termenii cu ordinele

$$p = \lambda\frac{i}{4}, \quad i = 4\rho, \quad \rho = 1, 2, 3\ldots, \quad \lambda = 1, 2, 3\ldots, \tag{6}$$

iar în al doilea caz numai termenii

$$p = \lambda\frac{i}{2}, \quad i = 2(\rho+1), \quad \rho = 1, 2, 3\ldots, \quad \lambda = 1, 2, 3\ldots \tag{7}$$

La motorul în patru timpi, dacă se folosesc arbori cotiți pentru care este valabilă relația (6), k poate avea numai valorile $2, 4, 6, \ldots, \frac{i}{2}$, iar dacă se folosesc arbori cotiți pentru care este valabilă relația (7), k poate avea numai valorile $2, 3, 4, \ldots, \frac{i}{2}+1$. La motorul în doi timpi, k poate lua valorile pare $2, 4, 6, \ldots, i$.

Un termen care subzistă în fiecare linie de cilindri se echilibrează pentru ansamblul celor două linii cînd

$$\gamma = \pi, \tag{8}$$

şi dacă ordinul termenului satisface relaţia

$$p = \frac{2\lambda i}{\tau(k-1)}, \quad \lambda = 1, 2, 3 \ldots \tag{9}$$

În cazul general $\gamma \neq \pi$, dacă se folosesc în fiecare linie de cilindri arbori cotiţi pentru care sînt valabile relaţiile (6) sau (7), termenii care subzistă într-o linie de cilindri produc trepidaţii numai într-unul din planele bisectoare ale unghiului dintre liniile de cilindri. Astfel, dintre termenii care au o rezultantă în fiecare linie de cilindri produc trepidaţii numai în planul bisector interior cei ale căror ordine satisfac relaţia (9), sau numai în planul bisector exterior cei ale căror ordine satisfac relaţia

$$p = \frac{(2\lambda - 1) i}{\tau(k-1)}, \quad \lambda = 1, 2, 3 \ldots \tag{10}$$

La motorul considerat, datorită faptului că fiecare cilindru are un cot propriu, liniile de cilindri trebuie decalate în lungul axei de rotaţie a arborelui cotit. Din acest motiv termenii care au o rezultantă în planul bisector interior al unghiului dintre liniile de cilindri produc în planul bisector exterior momentul variabil

$$\mathfrak{M}_{p_x} = \Delta \frac{i}{2} T_p \sin \frac{\gamma}{2} \cos (p\alpha + \varphi_p). \tag{11}$$

iar termenii care au o rezultantă în planul bisector exterior produc în planul bisector interior momentul variabil

$$\mathfrak{M}_{p_x} = \Delta \frac{i}{2} T_p \cos \frac{\gamma}{2} \cos (p\alpha + \varphi_p), \tag{12}$$

în (11) şi (12) s-a notat cu Δ decalajul dintre liniile de cilindri.

Momentele forţelor de inerţie ale maselor cu mişcare de translaţie, care subzistă în fiecare linie de cilindri, produc împreună în planul bisector şi în planul bisector interior momentele

$$X_{\mathfrak{M}_p^*} = A_{\mathfrak{M}_p^*} \sin (p\alpha + \varepsilon_p), \tag{13}$$

$$Y_{\mathfrak{M}_p^*} = B_{\mathfrak{M}_p^*} \cos (p\alpha + \varepsilon_p), \tag{14}$$

relaţii în care s-a notat

$$A_{\mathfrak{M}_d^*} = -2M_p \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{1}{2} p \left[(k-1) \frac{\tau\pi}{i} - \frac{a\xi_p}{p} \right], \tag{15}$$

$$B_{\mathfrak{M}_p^*} = 2M_p \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{1}{2} p \left[(k-1) \frac{\tau\pi}{i} - \frac{a\xi_p}{p} \right], \tag{16}$$

Mărimile care intervin în aceste formule au următoarele semnificații:

M_p, momentul vectorilor T_p în oricare din liniile de cilindri;

μ_p, unghi care precizează poziția vectorului M_p în momentul $\alpha = 0$;

a un coeficient care are valoarea 0 sau 1, după cum cei doi arbori cotiți sînt respectiv identici sau simetrici în oglindă;

ξ_p, unghiul dintre vectorii M_p din cele două linii de cilindri, măsurat în sensul de rotație al manivelelor, de la vectorul M_p al liniei din stînga; acest unghi se calculează din relația

$$\xi_p = \pi - 2\beta_{p_s},$$

în care β_{p_s} este unghiul pe care îl face în linia din stînga vectorului M_p cu vectorul T_{p1} care interpretează termenul de ordinul întîi pentru cilindrul numărul 1, unghi măsurat de la vectorul T_{p1}, în sensul de rotație al manivelelor și calculat într-o poziție oarecare a arborelui cotit.

Momentul extern rezultat al unui termen care produce momente în fiecare linie de cilindri poate fi echilibrat dacă $\gamma = \pi$ și dacă ordinul termenului îndeplinește condiția

$$p = \frac{\left(2\rho + a\frac{\xi_p}{\pi}\right) i}{\tau(k-1)}, \quad \rho = 0, 1, 2, 3\ldots \tag{19}$$

Momentul extern rezultat al termenilor de ordinul întîi poate fi echilibrat cu mase atașate arborelui cotit dacă unghiul dintre liniile de cilindri are valoarea dată de formula

$$\gamma = \mp\pi\left[2\rho - 1 - \frac{\tau(k-1)}{i} + \frac{a\xi_1}{\pi}\right], \tag{20}$$

în care se consideră valorile numărului întreg ρ și semnul din fața parantezei pentru care se obține $0 > \gamma > \pi$. Dintre valorile posibile ale numărului întreg k, pot fi introduse în (20) numai cele care îndeplinesc condițiile

$$a\frac{\xi_1}{\pi}\frac{i}{\tau} + 1 < k < \left(1 + a\frac{\xi_1}{\pi}\right)\frac{i}{\tau} + 1. \tag{21}$$

Formula (20) conduce la aceleași valori ale unghiului γ pentru următoarele valori ale numărului k.

$$k \text{ și } \frac{i}{2} - k + 2. \tag{22}$$

Cînd $\gamma \neq \pi$ momentul extern rezultant acționează numai în planul bisector interior pentru termenii ale căror ordine satisfac condiția (19) și numai în planul bisector exterior pentru termenii care au ordinele

$$p = \frac{\left(2\rho - i + a\frac{\xi_p}{\tau}\right) i}{\tau(k-1)}, \quad \rho = 1, 2, 3, \ldots \tag{23}$$

Momentul extern rezultant al forțelor de inerție ale maselor în mișcare de rotație este echilibrat dacă unghiul dintre liniile de cilindri are valoarea

$$\gamma = -\pi\left[1 - \frac{\tau(k-1)}{i} + \frac{a\xi_1}{\pi}\right], \tag{24}$$

în care pot fi folosite numai valorile numărului k ce îndeplinesc condiția

$$K > \left(1 + a\frac{\xi_1}{\pi}\right)\frac{i}{\tau} + 1. \tag{25}$$

2. Particularitățile dinamice ale motorului în V în patru timpi cu opt cilindri intercalați

Pentru ca aprinderile să fie uniform repartizate decalajul dintre două aprinderi consecutive trebuie să aibe valoarea $\frac{4\pi}{8} = \frac{2}{\pi}$. Cei doi arbori cotiți trebuie să fie decalați între ei cu unghiul $\gamma - \frac{\pi}{2}$ (fig. 1, 2, 3). În figura 1 s-au folosit arbori cotiți pentru care este valabilă formula (6), adoptîndu-se în fiecare linie distribuția manivelelor care asigură cel mai bun echilibraj al momentelor forțelor de inerție; în cazul considerat, fiecare arbore cotit parțial poate fi realizat cu plan central de simetrie, ceea ce conduce la echilibrarea momentelor externe ale tuturor forțelor

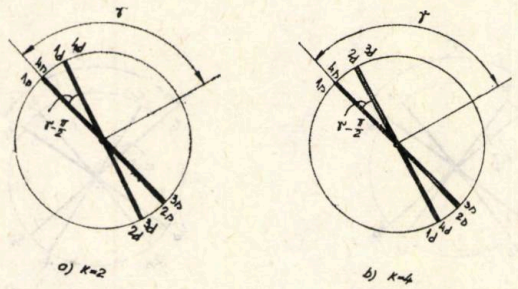


Fig. 1. Steaua manivelelor pentru motorul în V în patru timpi cu opt cilindri intercalați și aprinderi uniform repartizate, la care arborii cotiți au manivelele două cîte două în fază.

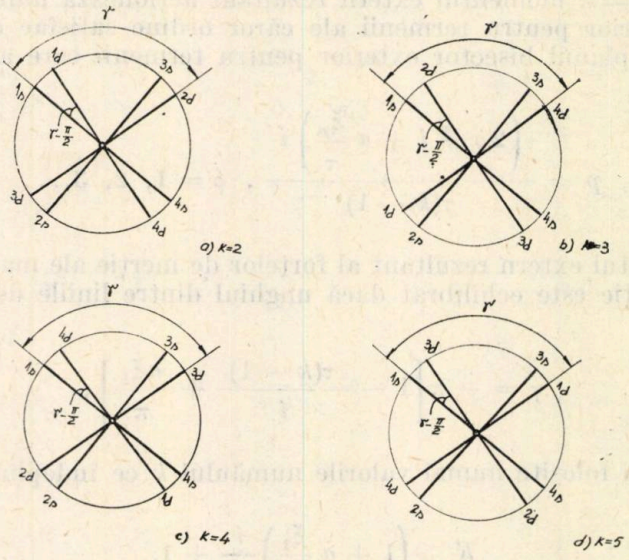


Fig. 2. Steaua manivelelor pentru motorul în V în patru timpi cu opt clindri intercalați și aprinderi uniform repartizate la care arborii cotiți ai celor două linii de cilindri sînt identici.

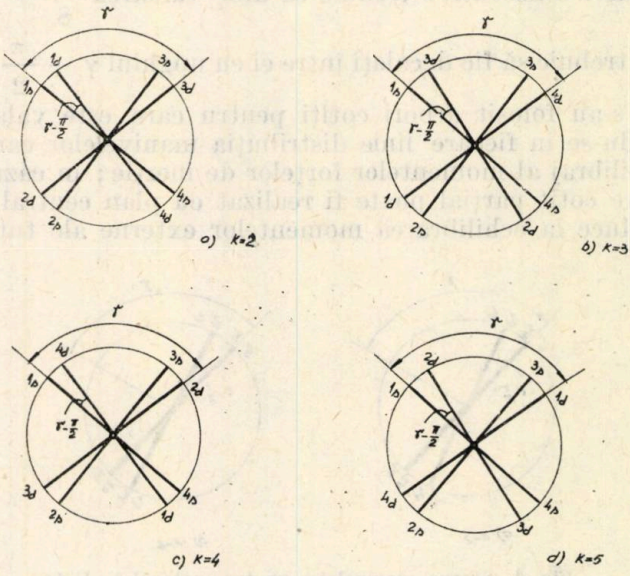


Fig. 3. Steaua manivelelor pentru motorul în V în patru timpi cu opt cilindri intercalați și aprinderi uniform repartizate, la care arborii cotiți ai celor două linii de cilindri sînt simetrici în oglindă.

de inerţie. În figurile 2 şi 3 s-au folosit arbori cotiţi pentru care este valabilă, relaţia (7), adoptîndu-se în fiecare linie soluţia care echilibrează momentele externe ale tuturor termenilor de ordin par; soluţiile din figura 2 au arborii cotiţi identici, iar soluţiile din figura 3 au arborii cotiţi simetrici în oglindă.

În toate cele zece soluţii, datorită distribuţiei manivelelor, forţele de inerţie ale maselor cu mişcare de rotaţie a se echilibrează reciproc.

Conform relaţiei (6), la soluţiile din figura 1 subzistă în fiecare linie termenii de ordin par ai forţelor de inerţie ale maselor cu mişcare de translaţie. Dacă $\gamma = \pi$, sînt echilibraţi termenii ale căror ordine satisfac condiţia (9), deci termenii cu ordinele multiplu de patru, pentru oricare din valorile lui k. Cînd $\gamma \neq \pi$, termenii multiplu de patru trepidează motorul în planul bisector interior, deoarece satisfac relaţia (9), iar ceilalţi termeni de ordin par trepidează motorul în planul bisector exterior, deoarece satisfac relaţia (10).

La soluţiile din figurile 2 şi 3, conform relaţiei (7) subzistă în fiecare linie termenii al căror ordin este un multiplu de patru. Se observă că la oricare din valorile lui k aceşti termeni satisfac condiţia (9); prin urmare, dacă se adoptă $\gamma = \pi$ toţi termenii care subzistă în cele două linii de cilindri se echilibrează reciproc. În cazul $\gamma \neq \pi$, termenii care subzistă în fiecare linie de cilindri produc trepidaţia motorului în planul bisector interior al celor două linii.

În legătură cu echilibrajul momentelor forţelor de inerţie, la soluţiile din figura 1 există numai momentele cauzate de decalarea liniilor de cilindri. Termenii al căror ordin este un multiplu de patru (care dau rezultante în planul bisector interior) produc în planul bisector exterior momente care — potrivit formulei (11) — au mărimea

$$\mathfrak{M}_{4\nu_y} = 4\Delta T_{4\nu} \sin\frac{\gamma}{2} \cos(4\nu\alpha + \varphi_{4\nu}),\ \nu = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (26)$$

iar termenii al căror ordin este un număr par dar nemultiplu de patru, produc în planul bisector interior momente a căror mărime este dată de formula (12).

$$\mathfrak{M}_{2(2\nu-1)_x} = 4\Delta T_{2(2\nu-1)} \cos\frac{\gamma}{2} \cos[2(2\nu - 1)\alpha + \varphi_{2(2\nu-1)}],\ \nu = 1,2,3\ldots$$

La $\gamma = \pi$, $\mathfrak{M}_{2(2\nu-1)_x}$ se anulează, dar $\mathfrak{M}_{4\nu_y}$ are valoarea maximă.

În cazul soluţiilor din figurile 2 şi 3 decalarea liniilor de cilindri determină apariţia în planul bisector exterior a momentelor termenilor multiplu de patru, mărimea acestor momente fiind date tot de formula (26).

La soluţiile din figurile 2 şi 3 există în fiecare linie momentul M_r al forţelor de inerţie ale maselor cu mişcare de rotaţie şi — în cazul folosirii mecanismelor bielă-manivelă axate — ‚momentul $\mathfrak{M}_I^*$ al termenilor de ordin întîi ai forţelor de inerţie ale maselor cu mişcare de translaţie.

Momentul M_r poate fi echilibrat cu mase ataşate ansamblului celor doi arbori cotiţi, sau prin adoptarea pentru unghiul dintre liniile de cilindri a valorii dată de formula (24) în care k trebuie să satisfacă inegalitatea (25). În cazul soluţiilor din figura 2, $a = 0$; din (25) rezultă $k > 3$, deci $k = 4$, $k = 5$. Pentru aceste valori se obţine din (24) respectiv $\gamma = \frac{\pi}{2}$ şi $\gamma = \pi$. În cazul soluţiilor din figura 3, $a = 1$ şi $\xi_1 = 36°52'$, unghi calculat în figura 4 conform celor arătate în [3]; înlocuind această valoare în (25), rezultă $k = 4$, $k = 5$, iar din (24) se deduce

$$\gamma' = -\pi\left[1 - \frac{4-1}{2} + \frac{36°52'}{\pi}\right] = 53°8',$$

şi

$$\gamma'' = -\pi\left[1 - \frac{5-1}{2} + \frac{36°52'}{\pi}\right] = 143°8'.$$

Momentul $\mathfrak{M}^*$ se echilibrează dacă se adoptă $\gamma = \pi$ şi dacă relaţia (19) este verificată pentru $p = 1$. Această ultimă condiţie este îndeplinită numai pentru soluţia din figura 2d, la care $a = 0$ şi $k = 5$. Pentru celelalte soluţii din figurile 2 şi 3, momentul $\mathfrak{M}_1^*$ poate fi echilibrat cu contragreutăţi ataşate arborelui cotit numai dacă sînt satisfăcute relaţiile (20) şi (21). În cazul soluţiilor din figura 2, $a = 0$ şi deci din (21) se obţine $k = 2$, iar din (20) $\gamma = \frac{\pi}{2}$; prin urmare, numai la soluţia din figura 2a

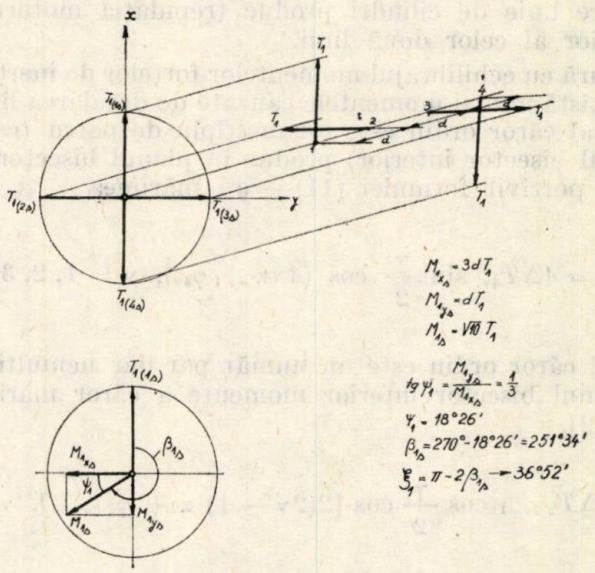


Fig. 4. Determinatea unghiului ξ_1 pentru soluţiile din figura 3.

momentul $\mathfrak{M}_1^*$ poate fi echilibrat cu mase atașate arborelui cotit. În cazul soluțiilor din figura 3, $\xi_1 = 36°52'$; înlocuind această valoare în (21) se obține $k=2$ și $k=3$, deci numai la soluțiile *a* și *b* se poate echilibra momentul $\mathfrak{M}_1^*$ cu mase atașate arborelui cotit; din (20) se obține pentru soluția din figura 3a, $\gamma = 126°52'$, iar pentru soluția din figura 3b, $\gamma = 36°52'$.

Din analiza precedentă rezultă că cea mai bună soluție este cea din figura 2d cu $\gamma = \pi$, la care se echilibrează complet toate forțele de inerție, precum și momentele acestor forțe, cu excepția momentului M_{4v_y}.

3. Particularitățile dinamice ale motorului în V în doi timpi cu opt cilindri intercalați

Decalajul dintre aprinderile consecutive este $\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$ Arborele cotit al unei linii de cilindri are cele patru manivele uniform distribuite în jurul axei lor de rotație, iar decalajul dintre cei doi arbori care asigură repartiția uniformă a aprinderilor este $\gamma - \frac{\pi}{4}$.

În figurile 5 și 6 s-au reprezentat cele opt calaje distincte ale arborilor cotiți. Pentru fiecare arbore cotit s-a adoptat repartiția manivelelor care asigură echilibrarea în fiecare linie a momentelor tuturor termenilor de ordin par.

Datorită distribuției manivelelor în fiecare linie, la toate soluțiile forțele de inerție ale maselor cu mișcare de rotație se echilibrează reciproc.

Aplicînd relația (7) se deduce că în fiecare linie de cilindri subzistă numai termenii forțelor de inerție ale maselor cu mișcarea de translație

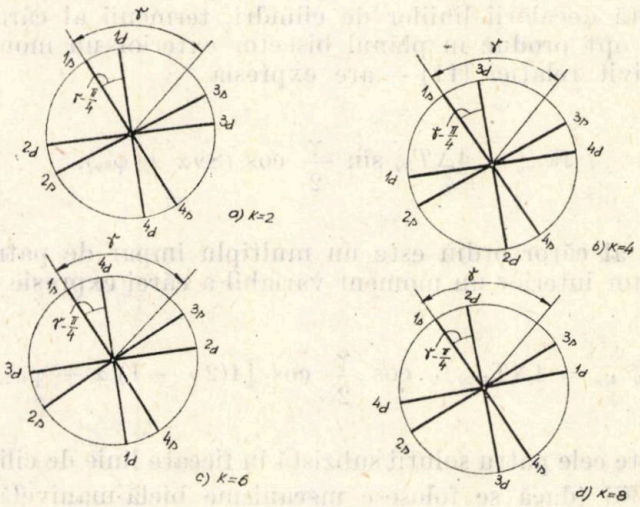


Fig. 5. Steaua manivelelor pentru motorul în V în doi timpi cu opt cilindri intercalați și aprinderi uniform repartizate, la care arborii cotiți ai celor două linii de cilindri sînt identici.

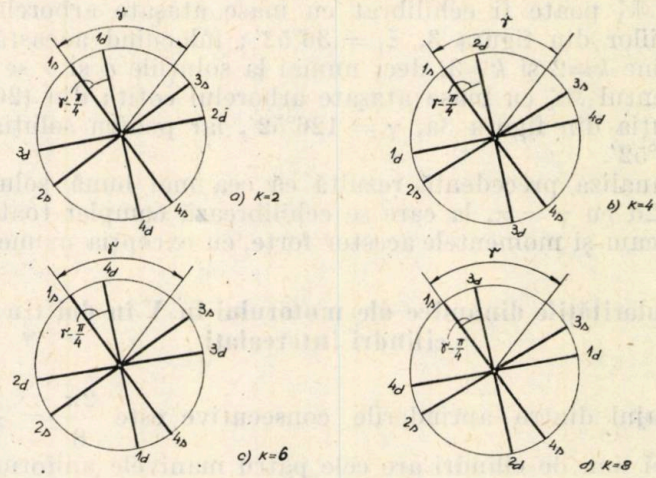


Fig. 6. Steaua manivelelor pentru motorul în V în doi timpi cu opt cilindri intercalaţi şi aprinderi uniform repartizate, la care arborii cotiţi ai celor două linii de cilindri sînt simetrici în oglindă.

al căror ordin este un multiplu de patru. Dacă se adoptă pentru unghiul dintre cilindri valoarea $\gamma = \pi$, sînt echilibraţi toţi termenii al căror ordin satisface relaţia (9) deci toţi termenii al căror ordin este un multiplu de opt; ceilalţi termeni care subzistă, adică termenii ale căror ordine sînt un multiplu impar de patru satisfac condiţia (10) şi în consecinţă produc trepidaţii în planul bisector exterior. Dacă $\gamma \neq \pi$ există trepidaţii şi în planul bisector interior, produse de termenii ale căror ordine sînt un multiplu de opt.

Datorită decalării liniilor de cilindri, termenii al căror ordin este multiplu de opt produc în planul bisector exterior un moment variabil care — potrivit relaţiei (11) — are expresia

$$\mathfrak{M}_{8\nu y} = 4\Delta T_{8\nu} \sin \frac{\gamma}{2} \cos (8\nu\alpha + \varphi_{8\nu}),$$

iar termenii al căror ordin este un multiplu impar de patru produc în planul bisector interior un moment variabil a cărei expresie se determină din (12).

$$\mathfrak{M}_{4(2\nu-1)x} = 4\Delta T_{4(2\nu-1)} \cos \frac{\gamma}{2} \cos [4(2\nu - 1)\alpha + \varphi_{4(2\nu-1)}].$$

La toate cele patru soluţii subzistă în fiecare linie de cilindri momentele M_r şi $\mathfrak{M}_1^*$ (dacă se folosesc mecanisme bielă-manivelă normale şi axate).

Momentul M se poate echilibra dacă sînt îndeplinite condiţiile (24) şi (25).

În cazul soluțiilor din figura 5, $a = 0$ și deci — conform condiției (25) — $k = 6$ și $k = 8$, ceea ce înseamnă că numai la soluțiile c și d momentul M_r poate fi echilibrat prin adoptarea unor anumite valori pentru unghiul γ; din (24) rezultă $\gamma = \frac{\pi}{4}$ în cazul soluției din figura 5d. În cazul soluțiilor din figura 6, unghiul ξ_1 are tot valoarea 36°52′, calculată în figura 4; înlocuind această valoare în (25), rezultă tot $k = 6$ și $k = 8$, iar din (24) se obține $\gamma = 8°8'$, pentru soluția din figura 6c și $\gamma = 98°8'$ pentru soluția din figura 6d.

Momentul $\mathfrak{M}_1^*$ nu poate fi echilibrat alegînd $\gamma = \pi$, deoarece relația (19) nu conduce la $p = 1$ pentru nici una din valorile lui k. Rămîne deci numai posibilitatea echilibrării acestui moment cu mase atașate arborelui cotit, care există numai cînd sînt îndeplinite simultan condițiile (20) și (21).

În cazul figurii 5, se obține din (21) $k = 2$ și $k = 4$, rezultat care arată că echilibrarea momentului $\mathfrak{M}_1^*$ cu mase atașate arborelui cotit se poate realiza numai la variantele a și b. Din (20) rezultă $\gamma = \frac{3\pi}{4}$ pentru varianta a și $\gamma = \frac{\pi}{4}$ pentru varianta b.

În cazul figurii 6 ($a = 1$, $\xi_1 = 36°52'$) relația (21) conduce tot la valorile $k = 2$ și $k = 4$, deci tot numai la variantele a și b se poate echilibra momentul $\mathfrak{M}_1^*$ cu mase atașate arborelui cotit. Din (20) se obține $\gamma = 126°52'$ pentru varianta a și $\gamma = 81°52'$ pentru varianta b.

Concluzii

Din analiza precedentă rezultă că din punct de vedere dinamic, motorul în V cu opt cilindri intercalați este mai avantajos dacă este realizat în patru timpi. La acest motor se poate realiza echilibrajul complet al forțelor de inerție și al momentelor acestor forțe, cu excepția momentului produs de decalarea liniilor de cilindri.

În cadrul motorului în doi timpi, toate soluțiile distincte de arbori cotiți conduc la același echilibraj al forțelor de inerție și al momentelor care apar datorită decalării liniilor de cilindri. La soluțiile din figurile 5a, 5b, 6a și 6b se pot echilibra momentele M_r și $\mathfrak{M}_1^*$ cu mase atașate arborelui cotit; se va alege soluția la care valoarea unghiului dintre liniile de cilindri este cea mai avantajoasă.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Bărănescu G., Silvestru C.*, Echilibrajul forțelor de inerție la motorul în V cu cilindri intercalați. Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr.
2. *Bărănescu G., Silvestru C.*, Echilibrajul momentelor forțelor de inerție la motorul în V cu cilindri intercalați. Studii și cercetări de mecanică aplicată, nr.
3. *Bărănescu A. R., Manole A., Silvestru C.*, Soluții constructive optime din punct de vedere dinamic, pentru motorul în V în patru timpi, cu cilindri intercalați. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" din București, nr. 5/1973.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

MAȘINI TERMICE

C.Z. : 621—363

CORELAȚIA ÎNTRE DIMENSIUNILE ȚEVILOR SUPRAÎNCĂZITOARELOR DE ABUR, CALITATEA MATERIALULUI ȘI PARAMETRII ABURULUI LA IEȘIRE.*

ST. GHEORGHIU

Simboluri

S — suprafața de încălzire
t, T — temperatură
Δt — diferență de temperatură
Q — flux de căldură
α — coeficient de convecție term.
k — coef. global de transm.căldură
λ — conductivitate termică
$q = \frac{Q}{S}$ densit. a flux. de căldură
B — debit de comb. ars efectiv
V — cantitatea de gaze de ardere
w — viteză
a — adîncimea canal gaze ardere
b — lățime canal gaze ardere
z — număr de rînduri de țevi
e — grad de negreală
h — ore de funcționare anual

s — grosime, pas relativ
i — multiplu de serpentine
C — constantă, coeficient
G — greutate
σ — efort, rezistență
p — presiune : int. (relat), parțială
d — diametrul exterior
d_i — diametrul interior
u — d/di
cal — calitatea materialului
Δp — cădere de presiune
v — volum specific
γ — greutate specifică
R — coef. de rezistență specifică
E — energie electrică
η — randament

Indici

D — abur
V — gaze de ardere
1 — intrare
2 — ieșire
0 — stare normală
T — transversal
L — longitudinal
$vent$ — ventilator
c — convecție, de calcul
u — tangențial

r — radial, radiație
M — valoare mijlocie
R — ipoteza de calcul a rezist.
p — presiune, perete
a — admisibil
F — oțel
s — siguranță
al — pompa de alimentare
fr — frecare
dir — direcție (schimbare)

* Lucrarea comunicată la sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic București, 10—11 aprilie 1971.

1. Cheltuiala necesară construcţiei treptei de ieşire a aburului din supraîncălzitor este determinată de cantitatea G_F de oţel a treptei şi de calitatea acestuia, de care depinde preţul specific respectiv. Cantitatea G_F este determinată de suprafaţa de încălzire S şi de grosimea s_p a pereţilor treptei de ieşire a supraîncălzitorului. Cheltuiala necesară circulaţiei gazelor de ardere şi aburului depinde de căderea de presiune Δp_V în circuitul gazelor de ardere, de căderea de presiune Δp_D în circuitul aburului, de debitele volumetrice respective şi de preţul energiei consumate de motoarele de antrenare al ventilatorului şi al pompei de alimentare.

Se presupune că treapta de ieşire a supraîncălzitorului primeşte căldură numai prin convecţie şi radiaţia gazelor de ardere. ea fiind despărţită de focar prin o parte din ţevile sistemului fierbător sau prin o altă treaptă a supraîncălzitorului, cărora li se transmite căldura prin radiaţie din focar. Se presupune că se cunosc următoarele mărimi şi date de construcţie ale treptei de ieşire a supraîncălzitorului: fluxul de căldură Q transmis, debitul de abur D, debitul de combustibil B efectiv ars, cantitatea de gaze de ardere V, greutatea specifică γ a acestora, temperaturile gazelor de ardere, t_{v1}, t_{v2}, ale aburului, t_{D1}, t_{D2}(fig. 1), presiunea aburului la ieşire p_{D2}, dimensiunile a, b ale canalului de gaze de ardere în care se amplasează treapta supraîncălzitorului, pasurile relative s_T, s_L ale ţevilor, multiplul i de serpentine, modul de aşezare a ţevilor, presiunea parţială p_{CO_2}, p_{H_2O} a gazelor radiante şi gradul de negreală e_p a peretelui ţevilor. Se presupune deasemenea că în cazul combustibililor solizi cu conţinut ridicat de cenuşă, pasul relativ transversal s_T este ales suficient de mare ca depunerea de cenuşă să nu împiedice trecerea gazelor de ardere. Se neglijează diferenţa de temperatură între suprafaţa exterioară şi interioară a ţevilor şi se admite că suprafaţa ţevii nu este acoperită cu depuneri.

2.1. Suprafaţa de încălzire a treptei de ieşire a supraîncălzitorului se determină cu:

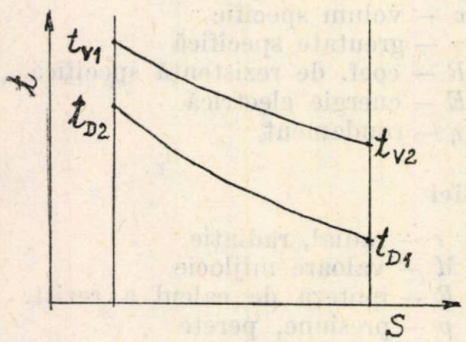


Fig. 1

$$S = \frac{Q}{\Delta t_M}\left(\frac{1}{\alpha_{CV} + \alpha_r} + \frac{u}{\alpha_{CD}}\right) \quad (1)$$

în care [1]:

$$\alpha_{CV} = C f(z_L)\, T_{VM}^{0,25} \frac{w_{VO}^{0,61}}{d^{0,39}} \quad (2)$$

$$\alpha_{CD} = \left(3{,}8 + \frac{0{,}26}{100} t_{DM}\right) \frac{w_{DO}^{0,75}}{d_i^{0,25}} \quad (3)$$

$$\alpha_r = \frac{q_{rCO_2} + q_{rH_2O}}{t_{VM} - t_{pM}} \quad (4)$$

În ecuaţia (2) constanta C depinde de compoziţia gazelor de ardere, $f(Z_L)$ se poate lua egal cu 1 întrucît $Z_L > 10$, iar viteza gazelor de ardere W_{vo} se calculează cu

$$w_{v0} = \frac{BV_0}{ab\left(1 - \frac{1}{s_T}\right)} \quad (5)$$

astfel că se poate scrie :

$$\alpha_{CV} = f_1(d) \tag{6}$$

În ecuația (3) W_{DO} se exprimă prin

$$w_{DO} = \frac{1{,}244\ D}{iz\ \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{u}\right)^2} \tag{7}$$

Presupunînd că axa țevilor este paralelă cu latura canalului de gaze de ardere avînd dimensiunea a,

$$z_T = \frac{b}{s_T\ d} \tag{8}$$

$$w_{DO} = \frac{1{,}244\ D\ u^2\ s_T}{\frac{\pi}{4} b\ i\ d} \tag{9}$$

deci se poate scrie

$$\alpha_{CD} = f_2(d,\ u) \tag{10}$$

În ecuația (4), q_{rCO_2} și q_{rH_2O} se exprimă prin

$$\left.\begin{aligned} q_{rCO_2} &= f_{CO}\ (p_{CO_2},\ e_p,\ s_r,\ t_{VM},\ t_{pM}) \\ q_{rH_2O} &= f_{H_2O}\ (p_{H_2O},\ l_p,\ s_r,\ t_{VM},\ t_{pM}) \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

în care

$$s_r = f(s_r,\ s_L,\ d)$$

sau (12)

$$s_r = f_3\ (d)$$

Temperatura medie, dealungul suprafeței de încălzire S, a peretelui în contact cu gazele de ardere este

$$t_{pM} = t_{DM} + \frac{Q}{S}\left(\frac{1}{\alpha_{CD}} + \frac{s_p}{\lambda}\right) \tag{13}$$

Calculul temperaturii t_{pM} cu ajutorul acestei relații se poate face în mod anevoios prin metoda aproximațiilor succesive, întrucît Q/S depinde conform ecuației (1) de α_r, în expresia căruia intră t_{pM} conform ecuației (4).

Ecuația (13) nu ține seama de neuniformitatea repartiției densității fluxului de căldură și de a vitezei aburului în țevi, acestea neputînd fi calculate decît în mod imprecis.

Admiţînd că variaţia coeficienţilor α_{CD} şi λ dealungul suprafeţei de încălzire S este neînsemnată, şi poate scrie

$$t_{pM} - t_{DM} = t_{p2} - t_{D2}$$

Pentru diferenţa $t_{p2} - t_{D2}$ se consideră valoarea 35°C, recomandată de normele calculului de rezistenţă, pentru cazul transmiterii căldurii prin convecţie. Această valoare este cu cca. 15°C mai mare decît diferenţa $t_{pM} - t_{DM}$ calculată cu ecuaţia(13) pentru diferite valori obişnuite ale mărimilor q, α_{CD}, s_p, λ iar valoarea coeficientului α_r calculat conform ecuaţiei (4) pentru

$$t_{pM} = t_{DM} + 35°C \tag{14}$$

diferă cu mai puţin de 3% faţă de cazul în care t_{pM} se calculează cu ecuaţia (13).

Ţinînd seama de ecuaţiile (4), (11), (12), (14) se poate scrie

$$\alpha_r = f_4(d) \tag{15}$$

Din ecuaţiile (1), (6), (10), (15) rezultă

$$S = f_5\ (d,\ u) \tag{16}$$

Greutatea de oţel a treptei de ieşire a supraîncălzitorului este

$$G = S \frac{du}{d} s_p\, \gamma_F$$

cu $$d_M = \frac{d}{2}\left(\frac{u+1}{u}\right) \qquad s_p = \frac{d}{2}\left(\frac{u-1}{u}\right)$$

rezultă

$$G = \frac{1}{4} Sd\left(1 - \frac{1}{u^2}\right)\gamma_F$$

sau ţinînd seama de ecuaţia (16)

$$G = f_6\,(d,\ u) \tag{17}$$

2.2.1. Căderea de presiune Δp la circulaţia gazelor de ardere este [2]:

$$\Delta p_V = C w_{V0}^2 \frac{T_{VM}}{273} z_L \tag{18}$$

în care constanta C depinde de pasurile relative s_T, s_L şi de modul de dispoziţie a ţevilor.

Considerînd lungimea țevilor egală cu adîncimea canalului de gaze de ardere, a, se poate scrie

$$S = \pi z_T z_L ad$$

din care, împreună cu ecuația (8) se deduce

$$z_L = \frac{s_T}{\pi a b} S \tag{19}$$

$$\Delta p_V = C_V \left(\frac{B V_0}{1 - \frac{1}{s_T}} \right)^2 \frac{\gamma_{V0} s_T}{\pi (a b)^3} \frac{T_{VM}}{273} S \tag{20}$$

deci, ținînd seama de ecuația (16) și notînd cu C_V factorul constant al suprafeței S din membrul al 2-lea al ecuației de mai sus, se poate scrie

$$\Delta p_V = C_V f_5(d, u) \tag{21}$$

Energia electrică consumată anual de motorul de antrenare al ventilatorului, care asigură circulația gazelor de ardere este

$$E_V = \frac{1}{3600 . 102 . \eta_{vent}} B V_{vent} \Delta p_V h$$

sau notînd

$$\frac{B V_{vent} C_V h}{3600 . 102 . \eta_{vent}} = C_{vent} \tag{22}$$

$$E_V = C_{vent} f_5 (d, u) \tag{23}$$

2.2.2. Căderea de presiune Δp_0 la circulația aburului este [3], dacă se neglijează căderea de presiune prin variația secțiunii și prin accelerație

$$\Delta p_D = \left[R_{fr} z_L a \frac{u}{d} + R_{dir} (z_L - 1) \right] \frac{w_{DM}^2}{2g} \gamma_{DM} \tag{24}$$

în care

$$R_{fr} = f_{fr}(d), \qquad R_{dir} = f_{dir} \left(\frac{s_L}{d} \right)$$

reprezintă coeficienți specifici de rezistență la circulație.

Cu

$$w_{DM} = \frac{v_{DM} D}{i z_T \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{u} \right)^2}$$

$$v_{DM} \gamma_{DM} = 1$$

ţinînd seama de ecuaţiile (8), (16), (19) şi notînd

$$f_{fr}(d)\frac{s_T}{\pi a b} f_5(d, u)\, a \frac{u}{d} + f_{dir}\left(\frac{s_L}{d}\right)\left[\frac{s_T}{\pi a b} f_5(d, u) - 1\right] = C_R \qquad (25)$$

ecuaţia (24) devine

$$\Delta p_D = C_R \frac{v_{DM}(D s_T)^2 u^4}{2g\left(\frac{\pi}{4} i b d\right)^2} \qquad (26)$$

care se poate scrie

$$\Delta p_D = f_7(d, u) \qquad (27)$$

Energia electrică consumată anual de motorul de antrenare al pompei de alimentare, care asigură circulaţia aburului este

$$E_{al} = \frac{1}{3600 \cdot 102 \cdot \eta_{al}} D v_{al} \Delta p_D h$$

sau notînd

$$\frac{D v_{al} h}{3600 \cdot 102 \cdot \eta_{al}} = C_{al} \qquad (28)$$

$$E_{al} = C_{al} f_7(d, u) \qquad (29)$$

3. Efortul mediu în ţevile supuse la presiunea interioară p, folosind ca ipoteză de rezistenţă ipoteza efortului tangenţial maxim este [4]

$$\sigma_{RM} = \sigma_{uM} - \sigma_{rM}$$

în care

$$\sigma_{uM} = \frac{p d_i}{2 s_p}, \qquad \sigma_{rM} = -\frac{p}{2}$$

sau

$$\sigma_{RM} = \frac{1}{2} p \frac{u + 1}{u - 1}$$

Înlocuind presiunea p prin presiunea de calcul, p_c, prescrisă de normele calculului de rezistenţă, egalînd σ_{RM} cu rezistenţa admisibilă σ_a a materialului şi folosind unităţile de măsură uzuale în calculele de rezistenţă, se obţine

$$\sigma_a = \frac{p_c}{200} \frac{u + 1}{u - 1}$$

sau

$$u = \frac{200\ \sigma_a + p_c}{200\ \sigma_a - p_c} \qquad (30)$$

care se poate scrie

$$u = f_8 (\sigma_a\, p_c) \tag{31}$$

Caracteristicile materialului care se iau în considerație la calculul de rezistență a țevilor sînt în cazul de față rezistența de rupere la durată (100.000 ore), $\sigma B/100.000$ și limita temperaturii de la care începe coroziunea la înaltă temperatură. Variația rezistenței $\sigma B/100.000$ în funcție de temperatura peretelui țevii t_p, considerată la diametrul mijlociu, este dată de fabricile de țevi sau uzinele care elaborează oțelul, pentru o anumită calitate a acestuia, împreună cu valoarea limitei de coroziune la înaltă temperatură. Se poate scrie

$$\sigma_{B/100000} = f_9 (t_p, \text{cal}) \tag{32}$$

Introducînd coeficientul de siguranță C_s, rezistența admisibilă este

$$\sigma_a = \frac{f_9 (t_p, \text{cal})}{C_s} \tag{33}$$

În această relație se introduce pentru t_p temperatura t_{p2}, ca avînd valoarea cea mai înaltă. Aceasta este conform normelor calculului de rezistență

$$t_{p2} = t_{p2} + 35^0\text{C}$$

Introducînd această valoare în ecuația (33) se obține

$$\sigma_a = \frac{f_9 [(t_{D2} + 35), \text{cal}]}{C_s} \tag{34}$$

sau

$$\sigma_a = f_{10} (t_{D2}, \text{cal}) \tag{35}$$

Ținînd seama de această relație, ecuația (30) devine

$$u = \frac{200 f_{10} (t_{D2}, \text{cal}) + p_c}{200 f_{10} (t_{D2}, \text{cal}) - p_c} \tag{36}$$

care se poate scrie

$$u = f_{11} (t_{D2}, \text{cal}, p_c) \tag{37}$$

Ecuația (37) arată că pentru o temperatură dată a aburului la ieșire și o presiune de calcul dată, calitatea aleasă a materialului determină raportul u dintre diametrul exterior și interior al țevii.

4. Pentru un raport u astfel determinat de t_{D2}, cal și p_c ecuațiile (17), (23), (29), exprimă dependența greutății de oțel. G în funcție de diametrul exterior d al țevii, respectiv a cantității de energie electrică consumată anual, E_V, în funcție de constanta C_{vent} și de diametrul d și respectiv a

cantității de energie electrică consumată anual, E_{al}, în funcție de constanta C_{al} a și de diametrul d. Pentru valori date ale prețului oțelului și al energiei, aceste ecuații permit a se calcula diametrul optim d al țevii din punct de cedere economic.

Cu aceiași valoare u, dată de aceleași valori σ_a și p_c date de ecuația (31) și deci aceleași valori $\sigma B/100.000$ și C_s, se cercetează posibilitățile care rezultă dacă se folosește un oțel de calitate superioară, față de cazul precedent. Se presupune că temperatura t_{D1} și mărimile D, V, a, b, s_T, s_L, i, e_p, p_{CO2}, p_{H2O} rămîn neschimbate și că randamentul cazanului nu variază. Se presupune de asemenea că treapta de ieșire a supraîncălzitorului se poate mări, nefiind împiedecată de condiția impusă de viteza de reglare a temperaturii aburului în raport cu masa de metal a treptei. În aceste condiții, ecuația (37) determină pentru temperatura aburului la ieșire t_{D2} o nouă valoare, mai mare ca precedenta. Rezultă deci că și mărimile Q, B, t_{V1}, t_{V2}, Δt_M, S, G, Δp_V, E_V, Δp_{a1}, E_{a1} vor avea în noul caz valori ce diferă față de valorile din primul caz.

În consecință și ținînd seama de noul preț al oțelului, de calitate superioară ,ecuațiile (17), (23), (29) vor permite a se afla o nouă valoare pentru diametrul optim, din punct de vedere economic, al țevii.

Se prezintă în mod comparativ, în cazul unui exemplu numeric, influența schimbării calității oțelului asupra temperaturii t_{D2} a aburului la ieșire.

Varianta		I	II
Presiunea de calcul, p_c	kgf/cm²	190	190
Calitatea oțelului	C % Cr % Mo % Ni %	0,1 2,25 1,0 —	0,2 12,0 1,0 0,5
Limita coroziunii la înaltă temperatură	°C	580	610
Temperatura aburului la ieșire, t_{D_2}	°C	535	563
Temperatura peretelui țevii, t_{p_2}	°C	570	598 conf. ec./32)
$\sigma B/100.000$	kgf/mm²	5,7 conf. ec.(32)	5,7
C_s	—	1,5	1,5
σ_a, conform ecuației (33)	kgf/mm²	3,8	3,8
u, conform ecuației (37)	—	1,67	1,67

5. Aflarea diametrului optim al țevii permite să se optimizeze treapta de ieșire a supraîncălzitorului și totodată să se găsească o soluție corectă din p.d.v. economic privitor la alegerea parametrilor aburului folosit în centrala electrică din care cazanul face parte.

Catedra de cazane și turbine cu abur și gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Schack.* Der industrielle Wärmeübergang. Ed. Stahleisen (1957) p. 114, 141, 148, 210 213
2. *M. Ledinegg.* Dampferzeugung. Ed. Springer (1966) p. 216
3. *Idem*, p. 234
4. *S. Schwaigerer.* Festigkeitsberechnung von Bauelementen des Dampfkesselbehälter — und Rohrleitungsbaues. Ed. Springer (1961) p. 20

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 536.7

METODE DE REZOLVARE A ECUAȚIEI TRANSMISIEI DE CĂLDURĂ PRIN CONDUCTIBILITATE ÎN REGIM NESTAȚIONAR ÎN CAZUL CILINDRULUI PLIN

D. ȘTEFĂNESCU, CARMEN PAPADOPOL ILEANA MOREGA

Transmisia de căldură în regim nestaționar are aplicații largi în tehnica încălzirii și răcirii pieselor metalice. Creșterea temperaturii piesei AB (fig. 1), constituie obiectul principal al studiului, curba BC (fig. 1) reprezentînd procesul staționar.

În literatura de specialitate sînt multe metode de rezolvare a ecuațiilor diferențiale ale lui Fourier.

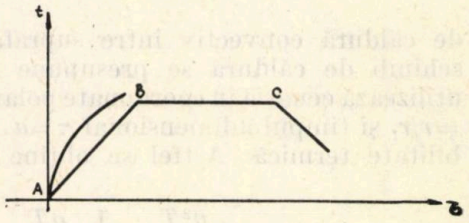


Fig. 1

Din aceste ecuații s-au dedus formule de calcul de E.D. Williamson, L. Adams, G. P. Ivanțov, E. Schmidt, G. Grober etc., care sînt greoaie de aplicat.

Rezultate mai precise se obțin cu ajutorul nomogramelor, de exemplu a lui D. V. Budrin, completate de Nessy și Niol, care cer un volum foarte mare de calcule.

Există și tabele, ca cele ale lui T. Roussel și V. Heiligenstadt, care neglijează tocmai perioada nestaționară.

Se cunosc și metode bazate pe teoria similitudinii: similitudinea hidraulică (V.S. Lukianov, D.V. Budrin) și similitudinea electrică (B. Pashkiss, L.I. Gutenmacher). Aceste metode impun o aparatură de calcul foarte complexă.

Ca atare s-au dezvoltat și se utilizează în practică ,metode cu formule simplificate (D.V. Budrin, V. Heilingenstadt) pentru calculul perioadei de încălzire, însă necesită condiții la limită impuse inițial, foarte numeroase.

Foarte răspîndită este metoda diagramelor a lui A. Schak și G. Grober. Cu ele însă se poate calcula numai prima parte a încălzirii. Un alt grup de diagrame sînt cele ale lui Henri și Lurie, care sînt însă prea schematice.

Toate aceste metode au la bază legea lui Newton. V.N. Sokolov a elaborat alte diagrame avînd la bază legea Stephan-Boltzmann, alcătuite însă numai pentru anumite condiții inițiale de încălzire.

Pentru rezolvarea acestor probleme autorii au folosit calculul operaţional şi metoda de integrare a transformatei Laplace.

Considerînd ecuaţia conductibilităţii nestaţionare fără surse interne de căldură :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 T \tag{1}$$

şi pentru exemplificarea metodei se va examina cazul discului masiv şi prin particularizare al cilindrului plin.

Fie un disc masiv (fig. 2) de grosime h şi rază r_1 supus schimbului

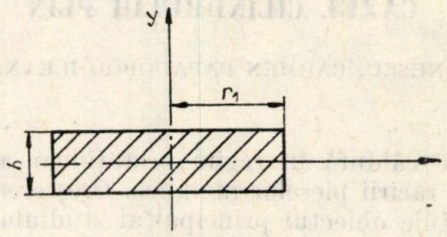


Fig. 1

de căldură convectiv între suprafaţa sa şi mediul înconjurător. Acest schimb de căldură se presupune identic pe suprafeţele $y = \pm h/2$. Se utilizează ecuaţia în coordonate polare, introducînd coordonata relativă $\rho = r/r_1$ şi timpul adimensional $\tau = a.t/r_1^2$, unde a este coeficientul de difuzibilitate termică. Astfel se obţine :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial T}{\partial \rho} - \delta^2 (T - 0) = \frac{\partial T}{\partial \tau}, \tag{2}$$

pentru condiţiile :

$$\left.\begin{aligned} &- \tau = 0 \Rightarrow T = T_0 \\ &- \rho = 1 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial \rho} + Bi_1 (T - \theta_1) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

în care :

$$\delta^2 = \frac{2 \cdot Bi \cdot r_1^2}{h^2}; \qquad Bi = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda}; \qquad Bi_1 = \frac{\alpha_1 \cdot r_1}{\lambda} \tag{4}$$

Semnificaţiile mărimilor introduse sînt : θ şi α — temperatura şi coeficientul de convecţie pe suprafeţele discului $y = \pm h/2$; θ_1 şi α_1 — temperatura şi coeficientul de convecţie pe conturul discului $r = r_1 \rightarrow \rho = 1$.

Temperaturii θ_1 a mediului care spală conturul exterior al discului i se poate atribui orice lege de variaţie ; s-a ales una din legile cunoscute şi anume o variaţie exponenţială de forma :

$$\theta_1 = \theta_0 (1 + k_1 e^{-k\tau}) \tag{5}$$

în care θ_0, k şi k_1 sînt constante.

Transformata Laplace pentru ecuația (2) și a doua condiție (3) dă ecuația diferențială a imaginii temperaturii discului:

$$\frac{d^2T^x}{d\rho^2}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{dT^x}{d\rho}-\varepsilon^2\left(T^x-\frac{M}{p\varepsilon^2}\right)=0, \tag{6}$$

pentru condiția:

$$-\text{ la }\rho=1\Rightarrow\frac{dT^x}{d\rho}+Bi_1\left(T^x-\frac{\theta_0}{p}-\frac{\theta_0k_1}{p+k}\right)=0, \tag{7}$$

în care:

$$T^x=\int_0^\infty T\cdot e^{-p\tau}\cdot d\tau;\quad M^2=\delta\theta+pT_0;\quad \varepsilon^2=\delta^2+p \tag{8}$$

Ca formă, ecuația (6) corespunde ecuației (2) în care membrul doi este egal cu zero. Soluția ecuației (6) va fi atunci prin analogie cu cea a ecuației (2) fără membrul doi, de forma:

$$T^x=\frac{M}{p\varepsilon^2}+C_1I_0(\varepsilon\rho)+C_2K_0(\varepsilon\rho) \tag{9}$$

Din condiția că, temperatura este finită în centrul discului rezultă $C_2=0$, iar C_1 se determină din condiția (7), astfel că:

$$T^x=\frac{A(p)}{B(p)} \tag{10}$$

unde:

$$\left.\begin{aligned}A(p)&=M(p+k)[Bi_1I_0(\varepsilon)+\varepsilon I_1(\varepsilon)]+Bi_1\{\varepsilon^2\theta_0[(p+k)+\\&\quad+k_1p]-(p+k)\,M\}I_0(\varepsilon\rho);\\B(p)&=p(p+k)\,\varepsilon^2[Bi_1I_0(\varepsilon)+\varepsilon I_1(\varepsilon)]\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Rădăcinile ecuației $B(p)=0$ sînt: $p_1=0$; $p_2=-k$; $p_3=-\delta^2$; $p_{n+3}=-(\delta^2+\beta_n^2)$ cu $n=1,2\ldots$ și $\beta_n=i\varepsilon$ sînt rădăcinile ecuației:

$$Bi_1I_0(\varepsilon)+\varepsilon I_1(\varepsilon)=Bi_1J_0(\beta)-\beta_1J_1(\beta)=0 \tag{12}$$

unde $J_0(\beta)$, $J_1(\beta)$ sînt funcțiile Bessel de speța I-a corespunzătoare ordinului zero și unu.

După calcule, cu valorile acestor rădăcini și făcînd trecerea de la imaginea (10) la originală, se obține expresia temperaturii discului:

$$T=\theta+\frac{Bi_1(\theta_1-\theta)I_0(\delta\rho)}{Bi_1I_0(\delta)+\delta I_1(\delta)}+\frac{Bi_1\theta_0k_1I_0(s\rho)e^{-k\cdot}}{Bi_1I_0(s)+sI_1(s)}-$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty}A_nB_nJ_0(\beta_n\rho)e^{-(\delta^2+\beta_n^2)\tau}, \tag{13}$$

în care :

$$\begin{cases} A_n = -\dfrac{2\,Bi_1}{(Bi_1^2+\beta_n^2) + J_0(\beta_n)}; \\ B_n = \dfrac{\beta_n^2\theta_0 + \delta^2\theta}{\beta_n^2 + \delta^2} - T_0 + \dfrac{\beta_n^2\theta_0 k_1}{\beta_n^2+\delta^2 - k}; \\ s = \sqrt{\delta^2 - k} \end{cases} \tag{14}$$

În cazul acţiunii instantanee a mediului pe conturul exterior al discului, cîmpul de temperatură se obţine din soluţia (13), în care se presupune $\theta_0 = \theta_1$ şi $k_1 = 0$:

$$T = \theta + \frac{Bi_1(\theta_1 - \theta)I_0(\delta\rho)}{Bi_1 I_0(\delta) + \delta I_1(\delta)} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n J_0(\beta_n\rho)\, e^{-(\delta^2+\beta_n^2)\tau}, \tag{15}$$

unde :

$$B_n = \frac{\beta_n^2\theta_1 + \delta^2\theta}{\beta_n^2 + \delta^2} - T_0 \tag{16}$$

Pentru cilindrul lung, plin, în expresia (13) se face $\delta = 0$ şi se găseşte :

$$\begin{aligned} T = \theta_0 + \frac{Bi_1 k_1 \theta_0 J_0(\sqrt{k}\rho)e^{-k\tau}}{Bi_1 J_0(\sqrt{k}) - \sqrt{k}J_1(\sqrt{k})} - \\ - \sum_{n=1}^{\infty}\left(\theta_0 - T_0 + \frac{k_1\theta_0\beta_n^2}{\beta_n^2 - k}\right) A_n J_0(\beta_n\rho)\, e^{-\beta_n^2\tau} \end{aligned} \tag{17}$$

în care coeficienţii A_n şi β_n se determină din relaţiile (14) şi (12) sau tabelar.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Jaeger J. C.*, Newstead G.H. — Introducere în teoria transformării Laplace (traducere din 1. engleză). E.T. Buc. 1971.
2. *Licov, A.V.* — Teoriia teploprovodnosti. Vissaia şcola, Moscva, 1967.
3. *Stefanescu D., Papadopol C., Morega I., Trifan, S.* — Consideraţii asupra aplicării transformatei Laplace în transmiterea de căldură prin conducţie a cilindrului plin în regim nestaţionar şi asupra posibilităţii modelării electrice a fenomenului. A XXV-sesiune ştiinţifică a Institutului politehnic Bucureşti, dec. 1972.a

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 620

CORELAȚII ÎNTRE TENSIUNI ȘI PARAMETRI GEOMETRICI AI UNUI RECIPIENT CU DOUĂ MANTALE CILINDRICE ȘI FUND PLAN, SOLICITAT CU PRESIUNE INTERIOARĂ*

IOAN CONSTANTINESCU

1. Introducere

Starea de tensiune în recipientele cilindrice cu fund plan are importante vîrfuri, cu valori mari, ca urmare a efectelor de concentrare din zona de îmbinare a fundului cu mantaua. O ameliorare sensibilă a efectului de concentrare a tensiunilor se poate obține prelungind mantaua cilindrică în afara planului exterior al fundului, astfel încît o porțiune a mantalei să rămînă în consolă [1], [2].

În lucrare se prezintă calculul tensiunilor într-un recipient axial simetric, ca în figura 1, solicitat cu presiunea interioară p. Cu ajutorul unui calculator electronic numeric se studiază influența variației parametrilor geometrici adimensionali ai recipientului asupra stării de tensiune și se formulează unele concluzii privind această influență.

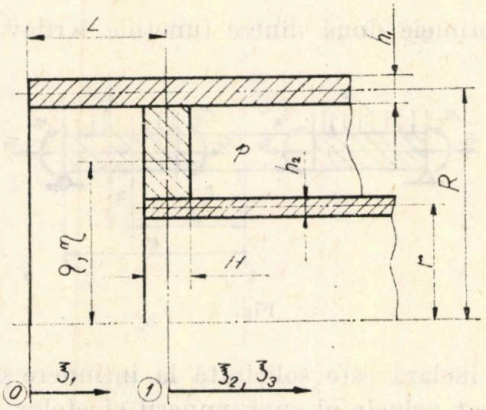


Fig. 1

Structura considerată este formată dintr-un înveliș cilindric scurt 0—1, aflat în consolă (fig. 1), un înveliș cilindric lung exterior 1—2,

* Manuscris predat redacției la data de 27 noembrie 1972

un înveliș cilindric lung interior 1 — 3 și o placă inelară (fundul plan).

Deplasarea radială w_1 (ξ_1) a învelișului cilindric 0—1, în secțiunea de abscisă ξ_1, se scrie sub forma [1]

$$w_1(\xi_1) = C_1 V_1(\xi_1) + C_2 V_2(\xi_1), \tag{1}$$

iar ale învelișurilor 1—2 și 1—3 respectiv

$$w_2(\xi_2) = e^{-\xi_2}(C_3 \sin \xi_2 + C_4 \cos \xi_2) + \frac{2-\mu}{2} \cdot \frac{pR^2}{Eh_1}, \tag{2}$$

$$w_3(\xi_3) = e^{-\xi_3}(C_5 \sin \xi_3 + C_6 \cos \xi_3) - \frac{pr^2}{Eh_2}, \tag{3}$$

în care :

μ este coeficientul de contracție transversală,

E — modulul de elasticitate longitudinal,

$$\xi_1 = m_1 x_1, \quad \xi_2 = m_1 x_2, \quad \xi_3 = m_2 x_3 \tag{4}$$

abscisele adimensionale,

$$m_1 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 h_1^2}}, \qquad m_2 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{r^2 h_2^2}} \tag{5}$$

și $V_1(\xi_1)$, $V_2(\xi_1)$ primele două dintre funcțiile Krîlov.

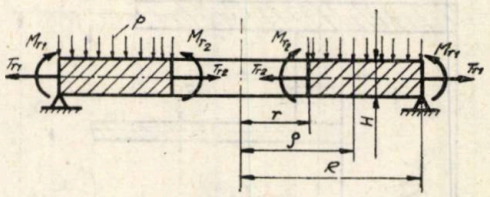


Fig. 2

Placa plană inelară este solicitată la întindere și încovoiere, ca în figura 2. S-a aplicat principiul suprapunerii efectelor, însumînd soluțiile unor probleme simple tratate în lucrările [3], [4], cu notațiile

$$\alpha = \frac{R}{r}, \qquad \eta = \frac{\rho}{r}. \tag{6}$$

Se obțin următoarele expresii pentru :
— intensitățile momentelor încovoietoare

$$M_r(\eta) = \frac{1}{\alpha^2-1}\left[M_{r_1}\alpha^2 - M_{r_2} - (M_{r_1} - M_{r_2})\frac{\alpha^2}{\eta^2}\right] +$$

$$+ \frac{pr^2}{16}\left\{(3+\mu)\left(\alpha^2 - \eta^2 + 1 - \frac{\alpha^2}{\eta^2}\right) - 4(1+\mu)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\alpha^2}{\alpha^2-1}\left(1-\frac{1}{\eta^2}\right)\ln\alpha - \ln\eta\right]\right\} \tag{7}$$

$$M_t(\eta) = \frac{1}{\alpha^2-1}\left[M_{r_1}\alpha^2 - M_{r_2} + \frac{\alpha^2}{\eta^2}(M_{r_1} - M_{r_2})\right] +$$

$$+ \frac{pR^2}{16}\left\{(3+\mu)\left(1+\frac{1}{\eta^2}\right) + \frac{1}{\alpha^2}(5\mu - 1) - (1+3\mu)\frac{\eta^2}{\alpha^2} -\right.$$

$$\left. - \frac{4(1+\mu)}{\alpha^2}\left[\frac{\alpha^2}{\alpha^2-1}\left(1+\frac{1}{\eta^2}\right)\ln\alpha - \ln\eta\right]\right\}$$

— rotirea
pe conturul exterior

$$\theta_{pl}(\eta = \alpha) = \frac{12r}{EH^3}\beta_1(M_{r_1}\beta_3 - M_{r_2}) + \beta_4\frac{pR^3}{EH^3}, \tag{8}$$

pe conturul interior

$$\theta_{pl}(\eta = 1) = \frac{12R}{EH^3}\beta_1(M_{r_1} - \beta_2 M_{r_2}) + \beta_5\frac{pR^3}{EH^3}, \tag{8'}$$

— deplasarea radială
pe conturul exterior

$$\Delta R = \beta_1\frac{r}{EH}(\beta_3 T_{r_1} - T_{r_2}), \tag{9}$$

pe conturul interior

$$\Delta r = \beta_1\frac{R}{EH}(T_{r_1} - \beta_2 T_{r_2}), \tag{9'}$$

— tensiunile datorită întinderii plăcii în planul său

$$\sigma_r(\eta) = \frac{1}{H(\alpha^2-1)}\left[T_{r_1}\alpha^2 - T_{r_2} - \frac{\alpha^2}{\eta^2}(T_{r_1} - T_{r_2})\right],$$

$$\sigma_t(\eta) = \frac{1}{H(\alpha^2-1)}\left[T_{r_1}\alpha^2 - T_{r_2} + \frac{\alpha^2}{\eta^2}(T_{r_1} - T_{r_2})\right]. \tag{10}$$

În expresiile (8) și (9) s-au introdus notațiile

$$\beta_1 = \frac{2\alpha}{\alpha^2-1}; \quad \beta_2 = \frac{1+\mu}{2\alpha^2}\left(\alpha^2 + \frac{1-\mu}{1+\mu}\right);$$

$$\beta_3 = \frac{1-\mu}{2}\left(\alpha^2 + \frac{1+\mu}{1-\mu}\right); \quad \beta_4 = \frac{3}{2}\left[1-\mu+\frac{1+3\mu}{\alpha^2} - \right. \tag{11}$$

$$\left. - \frac{4(1+\mu)}{\alpha^2(\alpha^2-1)}\ln\alpha\right]; \quad \beta_5 = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\alpha}\left[3+\mu-\frac{1-\mu}{\alpha^2} - \frac{4(1+\mu)}{\alpha^2-1}\ln\alpha\right].$$

2. Determinarea constantelor de integrare și eforturilor de legătură

Constantele de integrare $C_1, C_2, \ldots, C_6$ din relațiile (1) — (3) și eforturile de legătură M_{r_1}, M_{r_2}, T_{r_1}, T_{r_2} din relațiile (7) — (10), se determină din condițiile de continuitate și de echilibru la îmbinarea plăcii

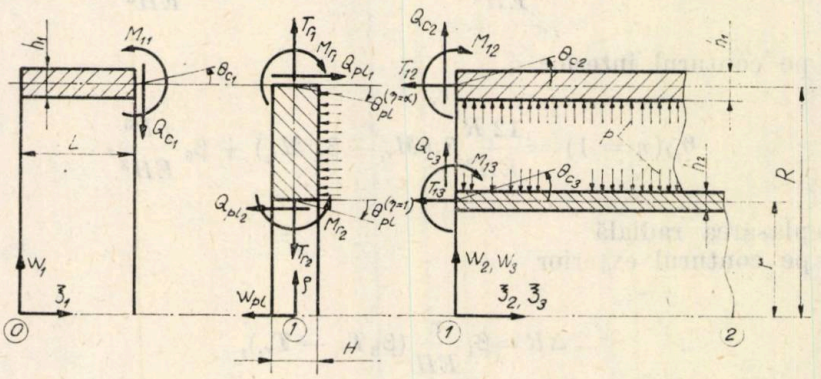


Fig. 3

inelare cu cele trei învelișuri cilindrice. În acest scop structura considerată s-a descompus în cele patru elemente componente, ca în figura 3.

Condițiile de continuitate și de echilibru sînt:

a. pe conturul exterior, de rază R

— egalitatea deplasărilor radiale

$$w_1(\xi_1 = \lambda) = w_2\ (\xi_2 = 0) = \Delta R,$$

în care

$$\lambda = \xi_{1\max} = m_1 L = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \cdot \frac{L}{R} \cdot \sqrt{\frac{R}{h_1}}, \tag{12}$$

— egalitatea rotirilor

$$\theta_{c_1}(\xi_1 = \lambda) = \theta_{c_2}(\xi_2 = 0) = -\theta_{pl}(\eta = \alpha),$$

— ecuația de echilibru a momentelor

$$M_{11}(\xi_1 = \lambda) - M_{12}\ (\xi_2 = 0) - M_{r_1} = 0,$$

— ecuația de echilibru a forțelor pe direcție radială

$$Q_{c_1}(\xi_1 = \lambda) - Q_{c_2}(\xi_2 = 0) - T_{r_1} = 0,$$

b. pe conturul interior de rază r
— egalitatea deplasărilor radiale

$$w_3(\xi_3 = 0) = \Delta r$$

— egalitatea rotirilor

$$\theta_{c_3}(\xi_3 = 0) = -\theta_{pl}(\eta = 1)$$

— ecuația de echilibru a momentelor

$$M_{13}(\xi_3 = 0) - M_{r_2} = 0$$

— ecuația de echilibru a forțelor pe direcție radială

$$Q_{c_3}(\xi_3 = 0) - T_{r_2} = 0.$$

Observație: Pentru a nu se pune nici o restricție privind lungimea recipientului și condițiile de la celălalt capăt al său, s-a considerat că $T_{13} = 0$ (fig. 3). Din ecuația de echilibru rezultă că și $Q_{pl_2} = 0$.

Condițiile de continuitate de mai sus se transformă, ținînd seama de expresiile eforturilor și rotirilor învelișurilor cilindrice [3], precum și

de relaţiile (1) — (3) şi (8) — (9), în următorul sistem de ecuaţii, din care se determină constantele de integrare şi eforturile de legătura :

$$C_1V_1(\lambda) + C_2V_2(\lambda) - C_4 = \frac{2-\mu}{2}\cdot\frac{pR^2}{Eh_1}$$

$$C_4 - \beta_1\frac{r}{EH}(\beta_3 T_{r_1} - T_{r_2}) = -\frac{2-\mu}{2}\cdot\frac{pR^2}{Eh_1}$$

$$4C_1V_4(\lambda) - C_2V_1(\lambda) + C_3 - C_4 = 0$$

$$C_3 - C_4 + \frac{12\,r}{m_1EH^3}\beta_1(M_{r_1}\beta_3 - M_{r_2}) = -\beta_4\frac{pR^3}{EH^3m_1}$$

$$2[C_1V_3(\lambda) + C_2V_4(\lambda)] - C_3 + \frac{Mr_1}{2m_1^2D_1} = 0 \qquad (13)$$

$$2[C_1V_2(\lambda) + C_2V_3(\lambda)] + C_3 + C_4 + \frac{1}{2m_1^3D_1}T_{r1} = 0$$

$$C_6 - \beta_1\frac{R}{EH}(T_{r_1} - \beta_2 T_{r_2}) = \frac{pr^2}{Eh_2}$$

$$C_5 - C_6 + \frac{12R}{EH^3m_2}\beta_1(M_{r_1} - \beta_2 M_{r_2}) = -\beta_5\frac{pR^3}{EH^3m_2}$$

$$C_5 + \frac{1}{2m_2^2D_2}M_{r_2} = 0$$

$$C_5 + C_6 - \frac{1}{2m_2^3D_2}T_{r_2} = 0,$$

în care

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\mu^2)}, \quad D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1-\mu^2)} \qquad (14)$$

sînt rigidităţile la încovoiere ale învelişurilor cilindrice.

În vederea simplificării calculelor, s-au introdus constante de integrare şi intensităţi ale eforturilor de legătură adimensionale, care au fost definite astfel :

$$\bar{C}_i = \frac{Eh_1}{(2-\mu)pR^2}C_i, \quad i = 1, 2, \ldots, 6$$

$$\bar{M}_{r_{1,2}} = \frac{M_{r_{1,2}}}{(2-\mu)pR^2}, \quad \bar{T}_{r_{1,2}} = \frac{T_{r_{1,2}}}{(2-\mu)pR}. \qquad (15)$$

3. Calculul tensiunilor

Tensiunile adimensionale s-au definit prin relaţia

$$\bar{\sigma} = \sigma\frac{h_1}{pR}, \qquad (16)$$

în care σ poate fi oricare din tensiunile principale, în fiecare element constitutiv al recipientului, calculate pe suprafața exterioară sau interioară.

Tensiunile adimensionale (16) produse de solicitarea compusă de întindere și încovoiere sînt:

— în învelișul cilindric 0—1 (consola)

$$\bar{\sigma}_{11}(\xi_1) = \mp \frac{6(2-\mu)}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} [\bar{C}_1 V_3(\xi_1) + \bar{C}_2 V_4(\xi_1)],$$
$$\bar{\sigma}_{21}(\xi_1) = (2-\mu)\ [\bar{C}_1 V_1\ (\xi_1) + \bar{C}_2 V_2\ (\xi_1)] + \mu\bar{\sigma}_{11}(\xi_1), \tag{17}$$

— în învelișul cilindric 1—2 (mantaua exterioară)

$$\bar{\sigma}_{12}\ (\xi_2) = \frac{1}{2} \pm \frac{3(2-\mu)}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} e^{-\xi_2}(-\bar{C}_3 \cos\ \xi_2 + \bar{C}_4 \sin \xi_2),$$
$$\bar{\sigma}_{22}(\xi_2) = (2-\mu)\left[\frac{1}{2} + e^{-\xi_2}(\bar{C}_3 \sin\ \xi_2 + \bar{C}_4 \cos\ \xi_2)\right] + \mu\bar{\sigma}_{12}(\xi_2), \tag{18}$$

— în învelișul cilindric 1—3 (mantaua interioară)

$$\bar{\sigma}_{13}(\xi_3) = \pm \frac{3(2-\mu)}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \alpha e^{-\xi_3}(-\bar{C}_5 \cos\ \xi_3 + \bar{C}_6 \sin\ \xi_3),$$
$$\bar{\sigma}_{23}(\xi_3) = (2-\mu)\ \alpha e^{-\xi_3}(\bar{C}_5 \sin\ \xi_3 + \bar{C}_6 \cos\ \xi_3) - \frac{h_1}{\alpha h_2} + \mu\bar{\sigma}_{13}(\xi_3) \tag{19}$$

— în placa inelară

$$\bar{\sigma}_r(\eta) = \frac{2-\mu}{\alpha^2-1}\frac{h_1}{H}\left[\bar{T}_{r_1}\alpha^2 - \bar{T}_{r_2} - (\bar{T}_{r_1} - \bar{T}_{r_2})\frac{\alpha^2}{\eta^2}\right] \pm$$
$$\pm \frac{R}{h_1}\left(\frac{h_1}{H}\right)^2\left[\frac{6(2-\mu)}{\alpha^2-1}\left[\bar{M}_{r_1}\alpha^2 - \bar{M}_{r_2} - (\bar{M}_{r_1} - \bar{M}_{r_2})\frac{\alpha^2}{\eta^2}\right] + \right.$$
$$+ \frac{0{,}375}{\alpha^2}\left\{(3+\mu)\left(\alpha^2 - \eta^2 + 1 - \frac{\alpha^2}{\eta^2}\right) - 4(1+\mu)\left[\frac{\alpha^2}{\alpha^2-1}\left(1 - \frac{1}{\eta^2}\right)\ln \alpha - \right.\right.$$
$$\left.\left.\left. - \ln \eta \right]\right\}\Bigg] \tag{20}$$

$$\bar{\sigma}_t(\eta) = \frac{2-\mu}{\alpha^2-1}\cdot\frac{h_1}{H}\left[\bar{T}_{r_1}\alpha^2 - \bar{T}_{r_2} + (\bar{T}_{r_1} - \bar{T}_{r_2})\frac{\alpha^2}{\eta^2}\right] \pm$$
$$\pm \frac{R}{h_1}\left(\frac{h_1}{H}\right)^2\left[\frac{6(2-\mu)}{\alpha^2-1}\left[\bar{M}_{r_1}\alpha^2 - \bar{M}_{r_2} + \frac{\alpha^2}{\eta^2}(\bar{M}_{r_1} - \bar{M}_{r_2})\right] + \right.$$
$$+ 0{,}375\left\{(3+\mu)\left(1 + \frac{1}{\eta^2}\right) + \frac{1}{\alpha^2}(5\mu - 1) - (1+3\mu)\frac{\eta^2}{\alpha^2} - \right.$$
$$\left.\left. - \frac{4(1+\mu)}{\alpha^2}\left[\frac{\alpha^2}{\alpha^2-1}\left(1 + \frac{1}{\eta^2}\right)\ln \alpha - \ln \eta\right]\right\}\right].$$

Pentru tensiunile (17) — (19) din cele trei învelișuri cilindrice s-a folosit notația cu doi indici, așa cum s-a folosit și pentru intensitățile momentelor și forțelor normale, în figura 3. Primul indice arată direcția tensiunii : „1" pentru direcția longitudinală, „2" direcția circumferențială ; al doilea indice arată la care înveliș se referă :„1" pentru învelișul 0—1, „2" pentru învelișul 1—2 și „3" pentru învelișul 1—3.

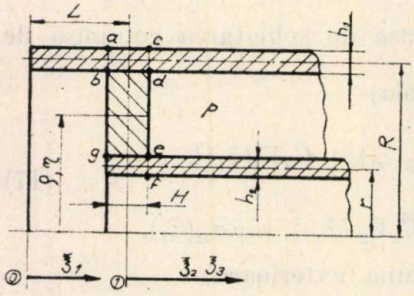


Fig 4

Tensiunile maxime se produc pe liniile de îmbinare ale plăcii inelare cu cele trei învelișuri cilindrice. În figura 4 s-au notat cu $a, b, \ldots, g$ punctele în care s-au calculat tensiunile adimensionale (17) — (20). Abscisele adimensionale ale acestor puncte și modul de notare al tensiunilor corespunzătoare fiecărui punct sînt trecute în tabelul 1.

Tabelul 1

Punctul (fig. 4)	Elementul de recipient	Distanța punctului de la origine x, ρ	Abscisa adimensională a punctului, măsurată de la origine ξ, η	Modul de notare a tensiunilor adimensionale $\bar{\sigma}$
a	Învelișul cilindric 0—1 (consola)	$x_1 = L - \frac{H}{2}$	$\xi_1 = \lambda - \sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\,\frac{H}{2\sqrt{Rh_1}}$	$\bar{\sigma}_{11e}$, $\bar{\sigma}_{21e}$
				$\bar{\sigma}_{11i}$, $\bar{\sigma}_{21i}$
b	Placa inelară	$\rho = R - \frac{h_1}{2}$	$\eta = \alpha\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{h_1}{R}\right)$	$\bar{\sigma}^{(\alpha)}_{re}$, $\bar{\sigma}^{(\alpha)}_{te}$
c	Învelișul cilindric 1—2 (mantaua exterioară)	$x_2 = \frac{H}{2}$	$\xi_2 = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\,\frac{H}{2\sqrt{Rh_1}}$	$\bar{\sigma}_{11e}$, $\bar{\sigma}_{22e}$
				$\bar{\sigma}_{12i}$, $\bar{\sigma}_{22i}$
d	Placa inelară	$\rho = R - \frac{h_1}{2}$	$\eta = \alpha\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{h_1}{R}\right)$	$\bar{\sigma}^{(\alpha)}_{ri}$, $\bar{\sigma}^{(\alpha)}_{ti}$
e		$\rho = r + \frac{h_2}{2}$	$\eta = 1 + \frac{1}{2}\,\alpha\,\frac{h_1}{R}\,\frac{H}{h_1}\,\frac{h_2}{H}$	$\bar{\sigma}^{(1)}_{ri}$, $\bar{\sigma}^{(1)}_{ti}$
f	Învelișul cilindric 1—3 (mantaua interioară)	$x_3 = \frac{H}{2}$	$\xi_3 = \frac{1}{2}\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\sqrt{\frac{h_1}{R}\,\alpha\,\frac{H}{h_1}\cdot\frac{H}{h_2}}$	$\bar{\sigma}_{13i}$, $\bar{\sigma}_{23i}$
				$\bar{\sigma}_{13e}$, $\bar{\sigma}_{23e}$
g	Placa inelară	$\rho = r + \frac{h_2}{2}$	$\eta = 1 + \frac{1}{2}\,\alpha\,\frac{h_1}{R}\cdot\frac{H}{h_1}\cdot\frac{h_2}{H}$	$\bar{\sigma}^{(1)}_{re}$, $\bar{\sigma}^{(1)}_{te}$

În vederea formulării unor concluzii privind dependenţa stării de tensiune de parametrii adimensionali

$$\lambda,\ H/h_1,\ H/h_2,\ \alpha,\ R/h_1 \tag{21}$$

care definesc geometria recipientului, precum şi de coeficientul de contracţie transversală μ, s-au calculat valorile numerice ale tensiunilor adimensionale $\bar{\sigma}$ (v. tabelul 1) pentru diverse valori ale coeficientului de contracţie transversală μ şi ale parametrilor (21).

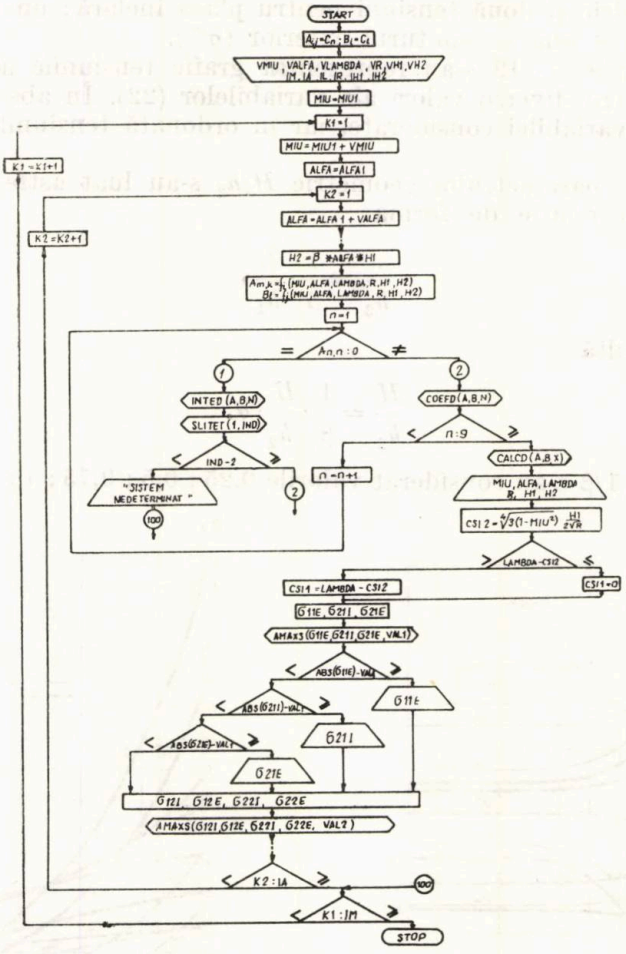


Fig. 5

În acest scop s-a elaborat un program in FORTRAN, a cărui organigramă este reprezentată în figura 5. În organigramă cele şase variabile s-au notat respectiv

$$\text{MIU, LAMBDA, H1, H2, ALFA, R,} \tag{22}$$

iar cele zece necunoscute din sistemul (13), cu X(1), X(2),...,X(10).

Pentru fiecare din variabilele (22) s-a alcătuit un şir de valori începînd de la o mărime iniţială, căreia i s-a adăugat un număr de paşi. Mărimile de intrare în program, sînt numărul de paşi şi valorile acestora, pentru cele şase variabile.

Rezolvarea sistemului de ecuaţii (13) s-a făcut prin metoda de eliminare Gauss [5], folosind subrutinele INTED, COEFD şi CALCD.

În program s-a introdus subrutina de sortare AMAXS, care alege din cele 20 de tensiuni calculate (coloana ultimă a tabelului 1) numai pe cele mai mari în valoare absolută şi anume : cîte o tensiune pentru fiecare înveliş cilindric şi două tensiuni pentru placa inelară; una pe conturul interior ($\bar{\sigma}^{(1)}$) şi una pe conturul exterior ($\bar{\sigma}^{(\alpha)}$).

În figurile 6—12 s-au reprezentat grafic tensiunile adimensionale obţinute pentru diverse valori ale variabilelor (22). În abscisă s-au trecut valorile variabilei considerate, iar în ordonată tensiunile adimensionale $\bar{\sigma}$.

Valorile parametrului geometric H/h_2 s-au luat astfel încît să fie satisfăcută o relaţie de forma

$$\frac{r}{h_2} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{R}{h_1}, \tag{23}$$

de unde rezultă

$$\frac{H}{h_2} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{H}{h_2} \cdot \alpha. \tag{24}$$

Pentru $1/\beta$ s-au considerat valorile 0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; 1 ; 1,25.

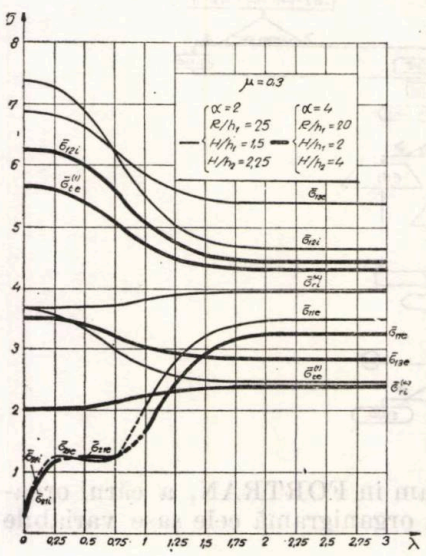


Fig. 6

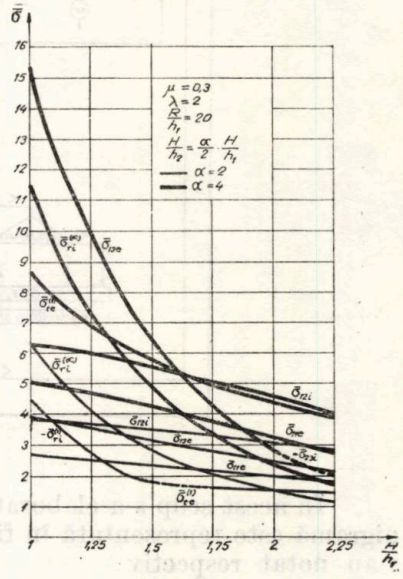


Fig. 7

În cazul cînd toate cele patru elemente constitutive ale recipientului considerat sînt confecţionate din materiale care au aceeaşi rezistenţă

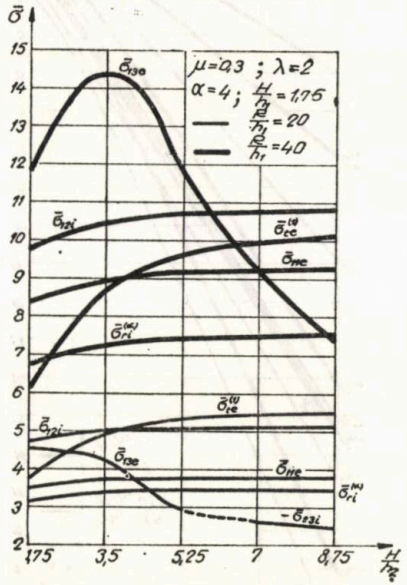


Fig. 8

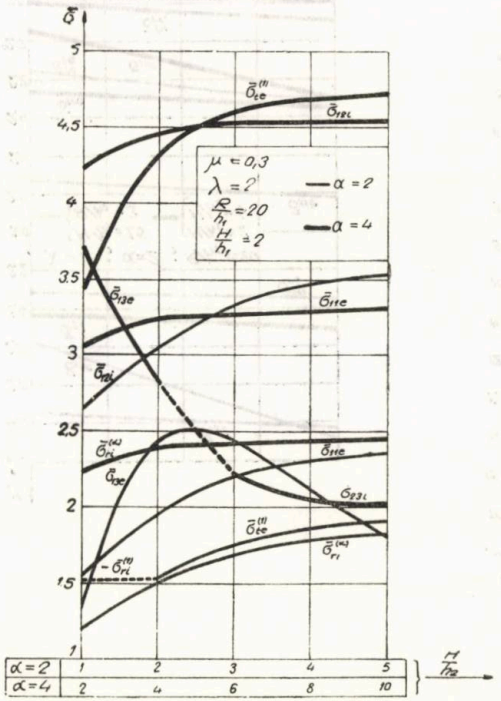


Fig. 9

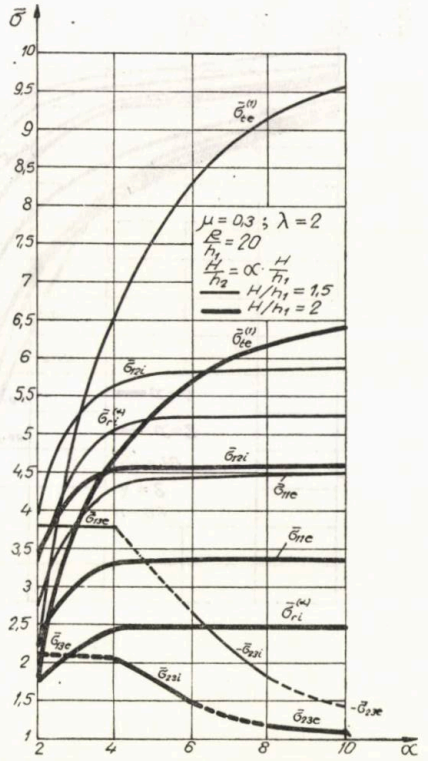


Fig. 10

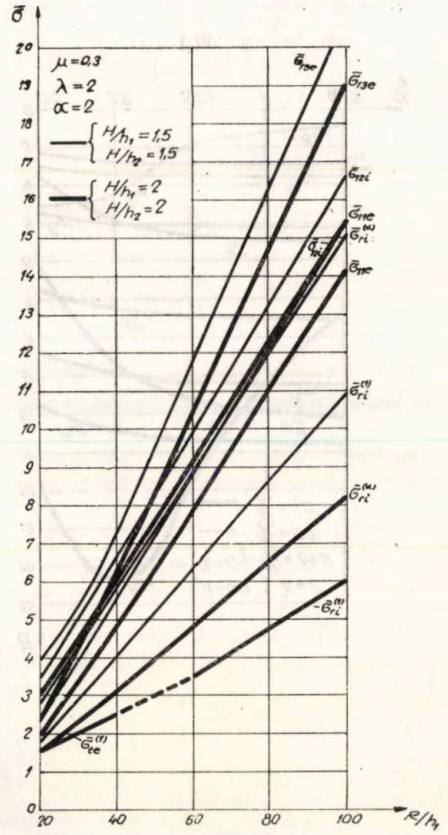


Fig. 11

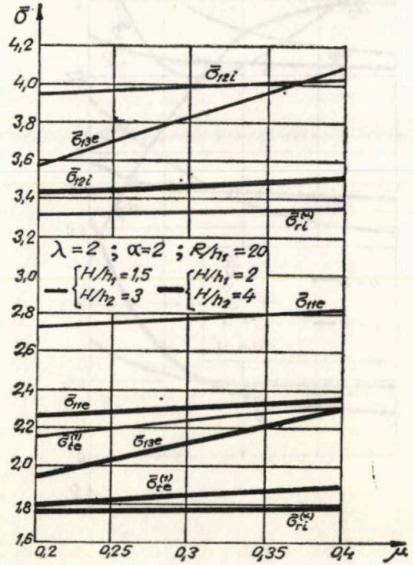


Fig. 12

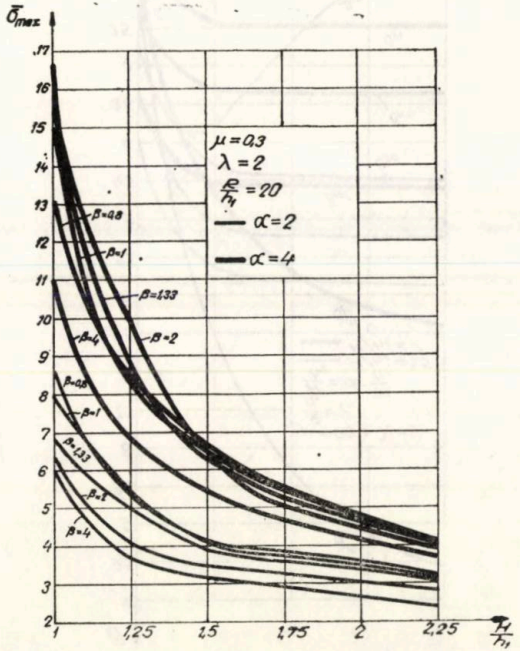


Fig. 13

admisibilă, nu mai interesează în care punct al recipientului apare tensiunea cea mai mare, ci numai valoarea acesteia. Pentru astfel de situaţii, s-au trasat în figurile 13 şi 14 familii de curbe care dau tensiunea adimensională cea mai mare din recipient funcţie de parametrul geometric H/h_1, pentru diverse valori ale lui β.

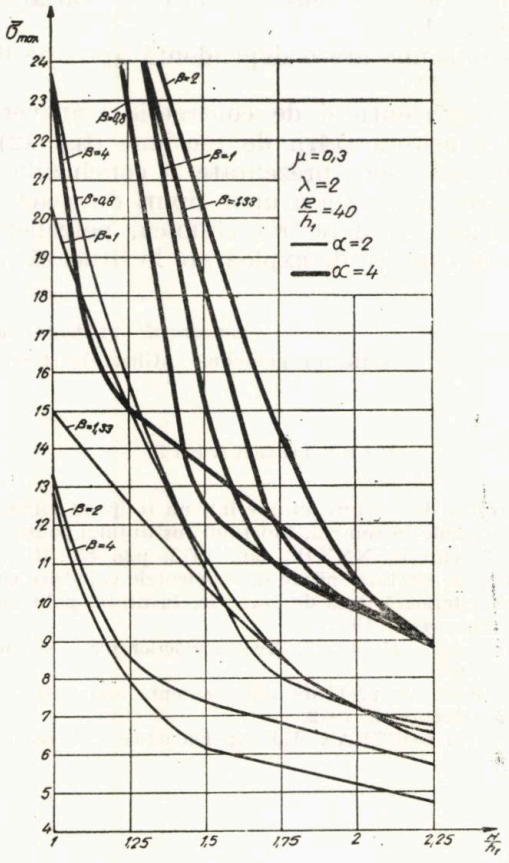


Fig. 14

4. Concluzii

1. Corelaţiile existente între starea de tensiune şi parametri geometrici ai recipientului considerat, sînt exprimate sintetic de curbele reprezentate în figurile 6—14.

2. Configuraţia stării de tensiune şi modul în care ea este influenţată de variaţia parametrilor geometrici adimensionali sînt asemănătoare calitativ cu cele obţinute pentru structurile analizate în lucrările [1] şi [2].

3. Existenţa unei porţiuni în consolă a mantalei cilindrice cu o lungime corespunzătoare condiţiei $\lambda \approx 2$, duce la o micşorare sensibilă a tensiunilor maxime (cca. 40%) faţă de situaţia fără consolă (fig. 6).

4. Toate tensiunile din recipient scad cu creşterea parametrului H/h_1 (fig. 7, 13 şi 14).

5. Dependenţa tensiunilor de parametrul H/h_2 este modificată esenţial de variaţii ale parametrului R/h_1 (fig. 8) sau ale parametrului α (fig. 9).

6. Modificările stării de tensiune datorite variaţiilor parametrului α sînt redate în figura 10.

7. Starea de tensiune are o dependenţă aproape liniară funcţie de parametrul R/h_1 (fig. 11).

8. Variaţiile coeficientului de contracţie transversală μ au o influenţă neînsemnată asupra stării de tensiune (fig. 12).

9. Rezultatele calculelor prezentate şi concluziile formulate pot fi aplicate în proiectarea raţională a unor tipuri de reactoare, separatoare, filtre şi altele utilizate în industria chimică, petrolieră etc., ale căror forme constructive şi condiţii de exploatare le situează în clasa structurii considerate.

Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Constantinescu I.*, Strarea de eforturi unitare într-un recipient cilindric cu fund plan şi o porţiune de manta în consolă, Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, XXXIV, ian. 1972, p.p. 85—101.
2. *Constantinescu I.*, Stări de eforturi unitare în recipientele cilindrice cu fund plan, solicitate cu presiune interioară, teză de doctorat, Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, 1972.
3. *Timoshenko S., Woinowsky — Krieger S.*, Teoria plăcilor plane şi curbe, Editura Tehnică, Bucureşti, 1968.
4. *Buzdugan Gh.* ş.a., Culegere de probleme din rezistenţa materialelor, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1972.
5. *Dimo P.*, Programarea în FORTRAN, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1971.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z. : 621

CERCETĂRI PRIVIND OPTIMIZAREA PROCESULUI DE SUDARE CU ARC ELECTRIC VIBRAT ÎN CÎMP ULTRASONOR*

ION SONEA

Cercetările experimentale anterioare au dovedit că dacă peste arcul electric de sudură, format în curent continuu sau alternativ se suprapun oscilații ultrasonore, particula de metal se fragmentează la dimensiuni foarte mici, acestea depinzînd de frecvența oscilațiilor, de viteza de propagare și de intensitatea cîmpului ultrasonor.

Prin procesul fragmentării, particulele antrenate cu viteze inițiale foarte mari, atrage după sine o distribuire diferită a coloanei descărcării, aceasta se produce într-un spațiu mai mare, astfel încît arcul devine mai stabil.

Stabilirea arcului este însoțită de o cădere de tensiune și o creștere corespunzătoare a curentului, aceasta se poate explica prin îmbunătățirea condițiilor de ionizare, favorizată de particulele fragmentate.

Asupra ionizării sau excitării atomilor influențează pozitiv energia primită de la cîmpul ultrasonor, într-un mod analog cinetic, ca la descărcarea de tip Toweind. Ca urmare a cercetărilor experimentale s-a constatat o îmbunătățire a caracteristicilor mecanice și anularea structurii fragile de tip Widmanstäten ce apare în mod obișnuit la sudarea unor oțeluri [1] [2].

S-a constatat că din gama de frecvență între 16—22 KHz, pentru oțelul slab aliat 16 GS frecvența optimă este 17,4 KHz.

Pentru elucidarea fenomenelor ce apar în arcul electric de sudură prin suprapunerea unui cîmp ultrasonor, s-au emis următoarele ipoteze care concură la modificările semnalate de experiență [3].

1. Particulele mari de metal lichid, sub influența oscilațiilor transversale ale electrodului, se fragmentează punînd în libertate incluziunile de gaze, obținîndu-se o degazare pronunțată a sudurii. Gradul de fărămițare depinde de intensitate și frecvența ultrasunetelor.

2. Pătrunderea cîmpului ultrasonor în particulele de dimensiuni foarte mici, produce o redistribuire a granulației, modificîndu-le structura încă din faza de cristalizare primară.

Pentru a cerceta problemele ridicate de cele două ipoteze au fost elaborate studii privind comportarea particulelor de dimensiuni stabile în arcul electric vibrat, pentru a se stabili relația între parametrii osci-

* Manuscris predat redacției la data 16 ianuarie 1973.

laţiilor, particulelor şi ai mediului, iar pe de altă parte, un studiu privind schimbul de energie între microparticule din componenţa unei particule stabile, furnizată de cîmpul ultrasonor. Acest fapt dă posibilitatea de a influenţa structura unui material aflat în diferite stări structurale.

Pentru studiul influenţei intensităţii ultrasonore, asupra procesului de sudare automată cu arc electric, s-a recurs la un model hidrodinamic, constînd dintr-un tub elastic (1) cu pereţi subţiri de secţiune a electrodului, prin care trece un lichid colorat şi care este dirijat prin cîmpul ultrasonor transversal al unui concentrator de unde (2) şi stuţul (3) concentratorului. Axul concentratorului se fixează la o distanţă egală cu $\lambda/4$ de capătul liber al tubului elastic [3] şi determinarea intensităţii ultrasunetului şi influenţa lui asupra fragmentării particulei.

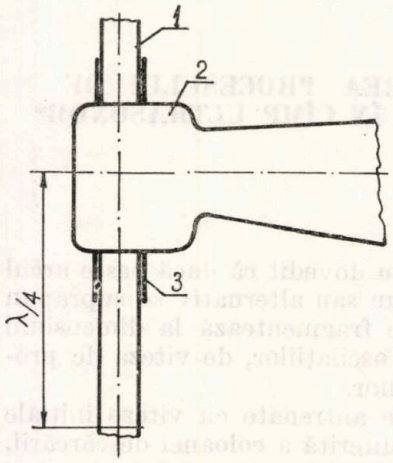


Fig. 1. Schema modelului hidrodinamic

Prin acest tub curge lichidul cu un debit reglabil în unitatea de timp şi apoi fenomenele pot fi analizate prin similitudine.

Pornind de la expresia lui Skokes-Navier

$$m_1 \frac{d^2r}{dt^2} = 6\,\pi\, a_1\, \eta_1 Wr$$

în care

m — masa particulei
r — deplasarea
a_1 — raza particulei
η — vîscozitatea
Wr — viteza relativă între moleculele gazului şi particulă.

În mediul în care are loc vibraţia, moleculele primesc mişcări oscilatorii de-alungul axelor Ox şi Oy avînd amplitudinea pe axa Oz, în timp ce mişcarea oscilatorie de-alungul axei are amplitudinea pe axa ox. Între moleculele gazului şi particula impenetrabilă transportată de forţele nevibratorii în sensul crescător al axei Uz, apar forţe de frecare vîscoasă, antrenînd-o într-o mişcare care depinde de dimensiunea şi masa ei, deci pe cele trei axe vom avea :

$$m_1 \frac{d^2x}{dt^2} = 6\,\pi a_1 \eta_1 Wx$$

$$m_1 \frac{d^2y}{dt^2} = 6\,\pi a_1 \eta_1 Wy$$

$$m_1 \frac{d^2z}{dt^2} = 6\,\pi a_1 \eta_1 Wz$$

notînd cu

$$z_0 = 718\,\frac{1}{f}\sqrt{\frac{J}{S_1 Vg}}$$

amplitudinea oscilației pe axa Oz în cazul oscilațiilor transversale, unde f este frecvența de oscilație, δ intensitatea cîmpului ultrasonor W/cm^2, ρ — densitatea medie a particulelor pe modelul hidrodinamic, (Vz — viteza), Vg. viteza de propagare a oscilațiilor în gaz. Componentele vitezei pe axele Ox și Oy sînt:

$$Wx = 2\pi f Z_0 \sin\left(2\,\pi ft - \frac{2\pi}{x}\,x\right) - \frac{dx}{dt}$$

$$Wy = 2\pi f Z_0 \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}\,y\right) - \frac{dy}{dr}$$

În axa Oz se presupune cazul că peste componența vibratorie se suprapune mișcarea de translație a fluidului cu viteza V_{01} dată de forțele nevibratorii.

$$Wz = 2\pi f X_0 \sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda}\,z\right) + V_{01} - \frac{dz}{dt}$$

unde λ este lungimea de undă a oscilațiilor.

Ecuațiile mișcării devin

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\,\Delta_1 \frac{ax}{dt} - 4\pi f \Delta_1 x_0 \sin\left(2\pi ft - \cos 2\pi ft \frac{2\pi}{\lambda}\,x\right) = 2\Delta_1$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\,\Delta_1 \frac{dy}{dt} - 4\pi f \Delta_1 z_0 \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}\,y\right) = 2\Delta_1$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2\,\Delta_1 \frac{dz}{dt} - 4\pi f\,\Delta_1\,x_0 \sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}\,z\right) = 2\Delta V_{01}$$

unde

$$1 = \frac{3\pi\,a_1 \eta_1}{m_1}$$

Schimbînd variabila și considerînd că oscilațiile sînt mici $2\pi ft = p$, adică $2\pi f = \frac{dp}{dt}$

derivata de ordinul întîi a lui X

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dp}\frac{dp}{dt} = 2\pi f \frac{dx}{dp}$$

iar derivata de ordinul doi

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{dp^2}\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 + \frac{dx}{dp}\frac{d^2p}{dt^2} = \frac{d^2x}{dp^2}\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 = (2\pi f)\frac{d^2x}{dp^2}$$

Se obţine o ecuaţie diferenţială de tip Mathieu, cu membrul al doilea :

$$\frac{d^2u}{dp^2} + U(a\cos p + G) = C(\sin p + d)e^{p\sqrt{b}}$$

Ecuaţia Mathieu descrie atît regimul permanent cît şi cel tranzitoriu al mişcării particulei.

Prin rezolvarea acestei ecuaţii se poate determina intensitatea cîmpului ultrasonor care se aplică asupra modelului hidrodinamic, astfel că lichidul să se transforme în particule de dimensiuni predeterminate.

Pentru ca ecuaţia Mathieu să fie omogenă trebuie ca :

$$u = BC_{e_0} \cdot p \quad \text{iar} \quad b = \frac{1}{2}a^2 + \frac{7}{32}a^3 - \frac{29}{144}a^6$$

unde Ce_0 reprezintă curba din stînga ce trece prin originea diagramei Ince-Strutt, astfel pentru $p \to \infty$, u este cuprins în spaţiul dintre curbele Ce_0 şi Ce 1/2 (fig. 2) care determină domeniul de stabilitate a cîmpului ultrasonor. Dacă intensitatea cîmpului ultrasonor este suficient de mare, particula oscilează pe o armonică egală cu jumătatea frecvenţei cîmpului unde domeniul de stabilitate este mai larg.

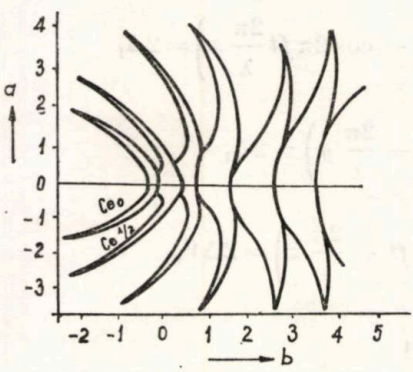


Fig. 2. Diagrama Ince-Strutt

Revenind la variabila iniţială şi ţinînd cont de componentele intensităţii ultrasunetului pe axele Oz şi Oy fragmentează particula, componentă pe axa Oz se aglomerează spre nodul :

$$2\pi ft + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$T = 3{,}8 \cdot 10^{-4} Kn \frac{f^2 \rho^3 a^4 V_0^3}{\eta}(1 + \xi)^2$$

în care

$$\xi = \sqrt{1{,}5+0{,}257Ki\frac{x^2}{a^4\rho^2 f^2}}$$

Se poate trage concluzia că oscilaţia particulelor se produce subarmonic, cu frecvenţa egală cu jumătate din frecvenţa de oscilaţiea cîmpului.

Dacă oscilaţiile sînt orientate longitudinal cu curgerea fluidului, particulele fluidului sînt aglomerate, avînd tendinţa de a ieşi din cîmpul ultrasonor. Dacă oscilaţiile sînt orientate perpendicular pe direcţia de scurgere a fluidului, se produce pulverizarea fluidului în particule a căror dimensiune depinde de intensitatea oscilaţiilor, viteza de propagare în locul în care are loc pulverizarea de vîscozitatea mediului, densitatea medie a fluidului şi de frecvenţa oscilaţiilor.

1. Contribuţii la reglarea automată a puterii pentru menţinerea constantă a intensităţii ultrasunetelor în diferite medii.

În utilizarea oscilaţiilor ultrasonore ca energie activă transmisă cusăturilor sudate la diferite tipuri de metale sau aliaje este de o mare importanţă păstrarea intensităţii acustice la valori optime.

Schema unei instalaţii de reglaj automat al puterii acustice constă din următoarele :

Elementul traductor *Tr.* transformă intensitatea ultrasunetului în variaţia unui semnal electric de tensiunea pe rezistenţa R . Traductorul acustic trebuie să aibe închis şi circuitul de detecţie.

Mărimea de intrare în primul etaj format cu dubla triodă T_1 este folosită chiar de semnalul de pe rezistenţa *Rz* înscris cu tensiunea de desechilibru d al punctii $R_1 \ldots R_s$.

Acest semnal transformat în semnal de curent alternativ de vibratorul V şi transformatorul de intrare *Tr.*

Amplificarea se realizează în două etape de tensiune prin tuburile T_1 T_2 un etaj de amplificare de putere format din tuburile T_3.

Ca sarcină anodică la etajul final se găseşte transformatorul de sarcină *Trs.* care se modifică reactanţele inductive în funcţie de mărimea curentului anodic şi tubul final T_3.

Prin variaţia reactanţelor transformatorului *Trs*, se produce desechilibrarea bobinajului motorului reversibil şi astfel începe să se rotească.

Prin rotirea motorului reversibil are loc primul ton.

1. Anularea semnalului de intrare prin schimbarea poziţiei cursorului P_1.

2. Variaţia poziţiei cursorului P_3 şi deci variaţia puterii operatorului.

3. Măsurarea şi înregistrarea intensităţii vibraţiei acustice.

Alimentarea primului etaj se face prin intermediul transformatorului de reţea *Tra* alimentat la 120 v în a cărui secundar se obţine redresarea prin intermediul jumătăţii din trioda T_2.

Alimentarea punţii de intrare se realizează de la o baterie de 1,5 v. (Eo fig. 3).

Sursa de alimentare a traductorului acustic este E_1( ).

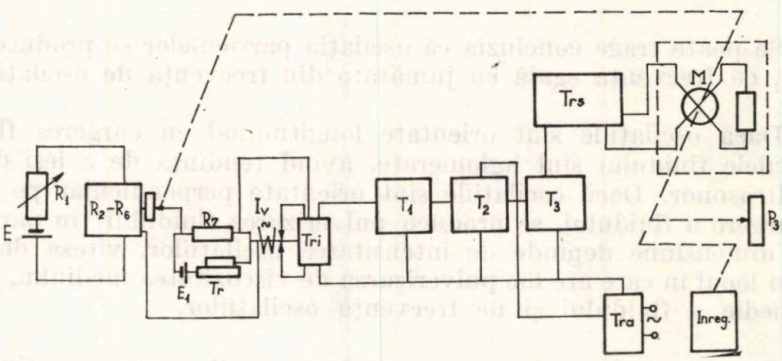


Fig. 3

Transformatorul acustic este un dispozitiv care să aibă o caracteristică în banda de frecvenţă, pentru ca să recepţioneze indiferent de frecvenţă, aceeaşi intensitate.

Traductorul acustic, din punct de vedere constructiv este pe principiul unui microfon cu membrană metalică cu granul de grafit.

Rezonanţa membranei trebuie să fie în afara benzii de frecvenţă de lucru pentru a elimina erorile de măsurare.

Pe rezistenţa se va culege un semnal defectat (c.c) a cărui valoare medie variază proporţional cu intensitatea recepţionată de traductor.

Pentru reglarea sensibilităţii sistemului, se foloseşte potenţiometrul P_2 care comandă sensibilitatea de răspuns al motorului reversibil.

Pe această schemă care are drept scop reglarea automată a puterii, pentru, menţinerea constantă a intensităţii ultrasunetelor trebuie completată cu dispozitive electromecanice pentru menţinerea constantă a distanţei traductorului faţă de piesă.

O altă problemă este deplasarea sincronă a traductorului acustic cu deplasarea arcului de sudură sau a băii metalice.

Deplasarea sincronă poate fi comandată mecanic sau prin servomecanisme de poziţie (helsiinuri).

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *B. Paton* — Electric Slag Welding Mir Publishers Masscow — 1967
2. *George E. Dieter, jr.* — Matalurgia mecanică. E.T. 1970
3. *P. Sonea* şi *I. Senea* — Analele Academiei R.S.R. 1965

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

C.Z. : 621

CONTRIBUȚII PRIVIND GENERALIZAREA ECUAȚIILOR PENTRU CALCULUL COMPONENTELOR FORȚEI DE AȘCHIERE*

CONSTANTIN DUMITRAȘ

Determinarea mărimii componentelor forței de așchiere și a influenței diferiților factori asupra acestora preocupă tot mai mult pe cercetători deoarece în funcție de acestea se pot face aprecieri cu privire la prelucrabilitatea oțelurilor, se poate determina puterea necesară mașinilor unelte și dimensiona elementele componente ale sistemului mașină unealtă — piesă — sculă așchietoare.

Literatura [1], [2], [3], [4], [5], [6] [7], [8] arată că, în condițiile unei așchieri ortogonale în care deformațiile stratului de metal din planul de forfecare sînt suficient de mari și se limitează la o zonă foarte îngustă iar vitezele de deformare plastică variază după curbe politrope îndeplinind astfel condițiile de plasticitate stabilite de Mises, forțele de inerție, lucrul mecanic de deformare elastică și frecările dintre așchie, suprafața de așchiere și tăișul sculei sînt neglijabile iar temperatura din zona de contact a așchiei cu scula rămîne constantă, forța de așchiere este egală și de sens contrar cu forța interioară de rezistență la deformare a stratului de metal aflat în zona de acțiune a tăișului sculei și depinde de proprietățile fizico-mecanice a materialului prelucrat.

Stabilirea ecuațiilor pentru determinarea mărimii componentelor forței de așchiere se face în condițiile alegerii unui sistem de referință raportat la parametrii geometrici reali ai sculei în procesul așchierii. În acest scop sistemul de coordonate *ox*, *oy*, *oz* din fig. 1, primește următoarele mișcări :

— o rotație în jurul axei *oz* astfel încît axa *ox* să fie normală la muchia principală de așchiere iar *oy* tangentă la direcția tăișului principal ;

— o rotație în jurul axei *oy* cu un unghi egal cu acela de degajare ($\pm\gamma$), aducîndu-se în felul acesta axa *ox* tangentă la suprafața de degajare iar axa *oz* perpendiculară la aceeași suprafață, dar oblică față de tăișul principal al sculei ;

— o rotație în jurul axei *ox* cu valoarea unghiului de înclinare a tăișului principal ($\pm\lambda$), obținîndu-se prin aceasta ca axa *oy* să fie tangentă la muchia principală de tăiere iar axa *oz* perpendiculară la suprafața formată de axele *ox*, *oy* care coincide cu planul de degajare a sculei.

* Manuscris predat redacției la data de 26 iunie 1972.

În asemenea condiții pentru cazul cînd γ și λ capătă valori pozitive sau negative, componentele forței de așchiere în noul sistem de axe (fig. 1)

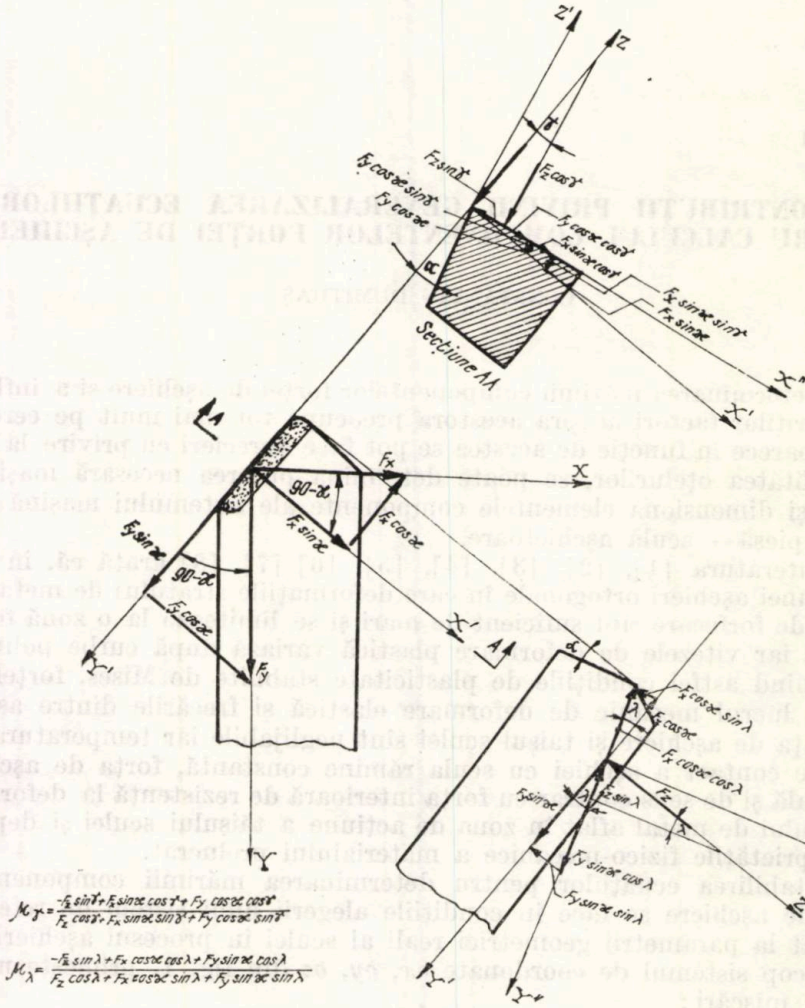


Fig. 1

se determină cu următoarele relații

$$F_{nz} = F_z \cos\gamma \cos\lambda \pm F_x(\sin\varkappa \cos\gamma + \cos\varkappa \sin\gamma) \pm$$

$$\pm F_y(\cos\varkappa \sin\gamma - \sin\varkappa \cos\gamma) \tag{1}$$

$$F_{n\gamma} = \pm F_z \sin\gamma + F_x \sin\varkappa \cos\lambda + F_y \cos\varkappa \cos\gamma \tag{2}$$

$$F_{n\lambda} = \pm F_z \cos\gamma \sin\lambda - F_x \cos\varkappa \cos\lambda + F_y \sin\varkappa \cos\lambda \tag{3}$$

Ecuațiile (1)...(3) reprezintă dependența dintre componentele forței de așchiere raportată la sistemul de axe ox; oy; oz și sistemul de referință raportat la parametrii geometrici de așchiere ox'', oy'' și oz'', în cazul cel mai general, și pot fi scrise în următoarea formă:

$$F_z = \frac{F_{nz}\cos\gamma\cos\lambda \mp F_{n\gamma}\sin\gamma\cos\lambda \pm F_{n\lambda}\cos\gamma\sin\lambda}{\cos^2\gamma\cos^2\lambda \pm (\sin^2\gamma\cos\lambda - \cos^2\gamma\sin^2\gamma)}; \tag{4}$$

$$F_x = \frac{F_{n\gamma}\sin\varkappa\cos\lambda - F_{n\lambda}\cos\varkappa\cos\gamma \pm F_z(\sin\varkappa\sin\gamma\cos\lambda - \cos\varkappa\cos^2\gamma\sin\lambda)}{\cos\gamma\cos\lambda}; \tag{5}$$

$$F_y = \frac{F_{n\gamma}\cos\varkappa\cos\lambda + F_{n\lambda}\sin\varkappa\cos\gamma \pm F_z(\cos\varkappa\sin\gamma\cos\lambda + \sin\varkappa\cos^2\gamma\cos\lambda)}{\cos\gamma\cos\lambda} \tag{6}$$

Componentele forței de așchiere F_z; F_x; F_y exprimate în funcție de componentele forței normale la suprafața transversală a așchiei F_{nz}, $F_{n\gamma}$, $F_{n\lambda}$ și principalii parametri geometrici ai sculei $\varkappa$; γ; λ; produc pe suprafața de alunecare a elementului de așchie eforturi de compresiune și de forfecare după direcția normală la tăișul principal și de-a lungul muchiei principale de tăiere a sculei așchietoare.

În literatură [2], [3], [4], [5], [7], [8], [9], [10] se arată că mărimea componentelor forței de rezistență la deformare a materialului prelucrat F_{nz}, $F_{n\gamma}$ și $F_{n\lambda}$ poate fi determinată în funcție de eforturile unitare de compresiune (σ_n) și de forfecare (τ_γ); (τ_λ) considerate după grosimea (a) și respectiv lățimea (b) a așchiei.

În acest scop este necesar să se exprime mărimea suprafeței de forfecare în raport de elementele geometrice ale secțiunii transversale a așchiei (a) și (b) precum și de unghiurile de frecare interioară ($\rho_{\beta\gamma}$); ($\rho_{\beta\lambda}$), raportate la grosimea și lățimea suprafeței de alunecare și exterioară (ρ_γ) (ρ_λ) considerate după aceleași direcții în secțiune transversală a așchiei, așa după cum rezultă din fig. 2.

Astfel pentru un avans de lucru (s) și o adîncime de așchiere (t) dată, suprafața secțiunii transversale a așchiei care este tangentă la suprafața de degajare a sculei se determină cu relația (6).

$$A_{\lambda\gamma} = \frac{a\cdot b}{\cos\gamma\cdot\cos\lambda} \tag{7}$$

Din fig. 2 rezultă, de asemenea, că mărimea aproximativă a suprafeței de alunecare corespunzătoare secțiunii transversale a așchiei din planul tangent la suprafața de degajare a sculei este dată de expresia (8)

$$A_{\beta_\gamma\beta_\lambda} = \frac{a\cdot b}{\cos\gamma\cos\lambda\cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) - \cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \tag{8}$$

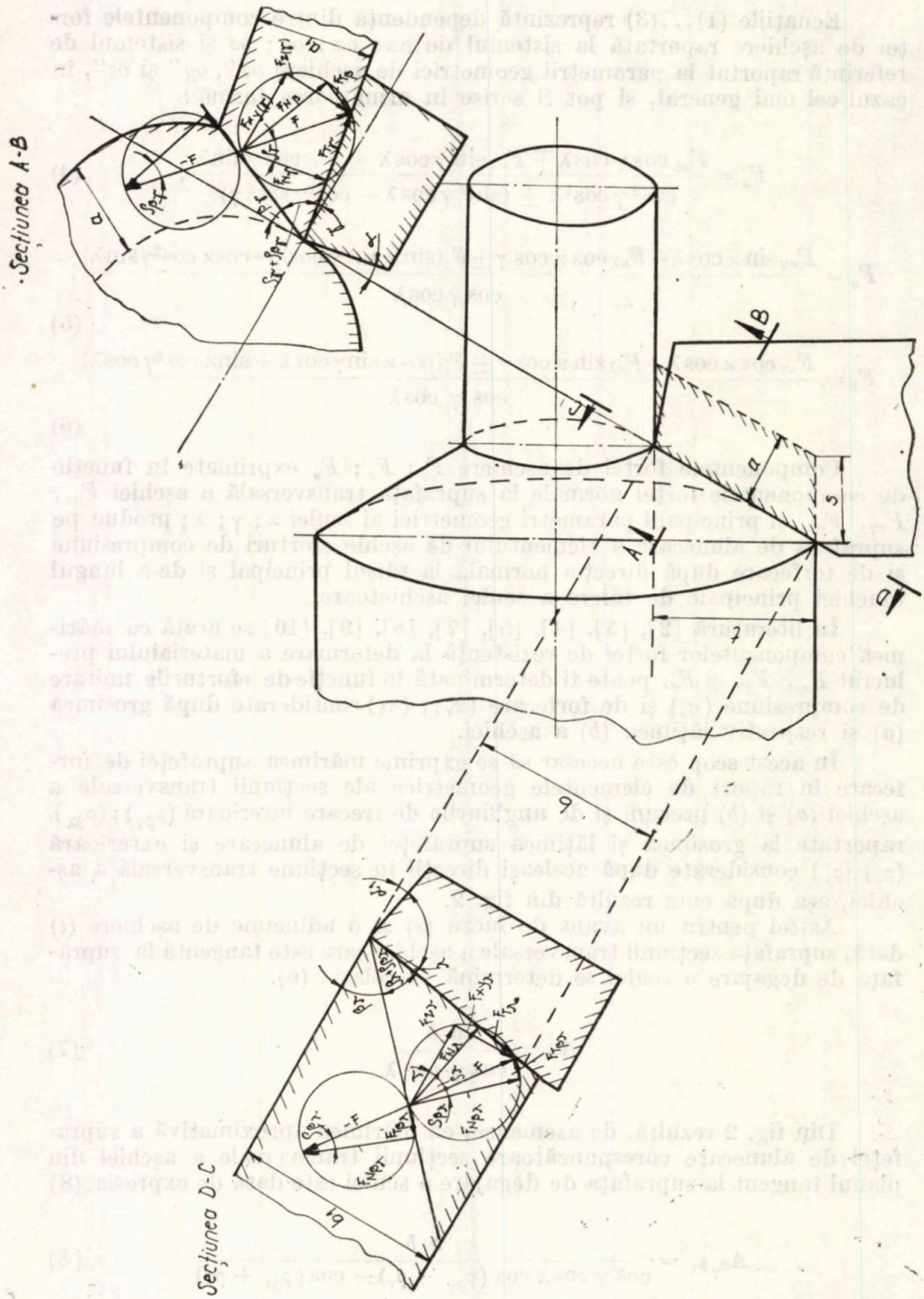


Fig. 2

Prin urmare, relația (8) permite stabilirea mărimii proiecției suprafeței reale de alunecare a elementului de așchie, care este o suprafață curbă față de direcțiile considerate de-a lungul grosimii și lățimii așchiei desprinse [6], [7], [9], [10], [11], [12].

Determinarea mărimii sumei dintre unghiul de frecare interioară ($\rho_{\beta\gamma}$) și exterioară (ρ_γ) după direcția grosimii secțiunii transversale a așchiei se realizează cu ajutorul relației (8) stabilită pe cale geometrică cu ajutorul fig. 2 [2], [4]

$$\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma = 90_0 \pm \gamma - \beta_\gamma \tag{9}$$

În mod similar se poate scrie ecuația (9) pentru stabilirea sumei dintre unghiul de frecare interioară ($\rho_{\beta\lambda}$) și exterioară (ρ_λ) pe direcția lățimii secțiunii transversale a așchiei; deoarece elementul de așchie alunecă simultan după direcțiile menționate, iar aceasta este de presupus că are loc în condiții similare cu acelea descrise pentru alunecarea de-a lungul lățimii așchiei [12].

$$\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda = 90_0 \pm \lambda - \beta_\lambda \tag{10}$$

Mărimea unghiului de forfecare (β_γ) de-a lungul grosimii și respectiv de-a lungul lățimii așchiei (β_λ) se determină cu ajutorul relațiilor (10), indicată în literatură [2], [3], [12] și [13] care trebuie să aibă o formă similară cu relația (11).

$$\operatorname{tg} \beta_\gamma = \frac{\cos \gamma}{k_a - \sin \gamma} \tag{11}$$

$$\operatorname{tg} \beta_\lambda = \frac{\cos \lambda}{k_b - \sin \lambda} \tag{12}$$

unde:

k_a — reprezintă coeficientul de tasare a așchiei, pe direcția grosimii

k_b — coeficientul de tasare a așchiei, pe direcția lățimii

Astfel, stabilită mărimea proiecției suprafeței după care are loc alunecarea elementului de așchie, se pot scrie ecuațiile componentelor forței de rezistență la deformare a materialului [12], [13] și [14] în funcție de efortul unitar normal (σ_n) și tangențial (τ_γ), (τ_λ) ale căror direcții sînt orientate de-a lungul l grosimii (a) și lățimii secțiunii transversale a elementului de așchie:

$$F_{zn} = \frac{a \cdot b \cdot \sigma_n}{\cos \gamma \cos \lambda \cos (\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cos (\rho_{\beta\gamma} + \rho_\lambda)} \tag{13}$$

$$F_{zn} = \frac{a \cdot b \cdot \tau_\gamma}{\cos \gamma \cos \lambda \cos (\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cos (\rho_{\beta\gamma} + \rho_\lambda)} \tag{14}$$

$$F_{yn} = \frac{a \cdot b \cdot \tau_\lambda}{\cos \gamma \cos \lambda \cos (\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cos (\rho_{\beta\gamma} + \rho_\lambda)} \tag{15}$$

Introducîndu-se aceste relații în ecuațiile (4), (5) și (6) se obțin expresiile (16), (17) și (18) pentru determinarea mărimii componentelor forței de așchiere în funcție de regimul de așchiere, factorii care caracterizează proprietățile mecanice ale materialului prelucrat și parametrii geometrici principali ai sculei, adică $F = f(a, b, \sigma_n, \tau_\gamma, \tau_\lambda, \rho_{\beta\gamma}, \rho_\gamma, \rho_{\beta\lambda}, \rho_\lambda, \varkappa, \gamma, \alpha)$:

$$F_z = \frac{a \cdot b}{\cos\gamma \cos\lambda \cdot \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cdot \cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \times \tag{16}$$

$$\times \left[\frac{\sigma_n \cdot \cos\gamma \cos\lambda \mp \tau_\gamma \cdot \sin\gamma \cdot \cos\lambda \pm \tau_\lambda \cos\gamma \sin\lambda}{\cos^2\gamma \cdot \cos^2\lambda \pm (\sin^2\gamma \cdot \cos\gamma - \cos^2\gamma \cos^2\lambda)} \right]$$

$$F_x = \frac{a \cdot b}{\cos\gamma \cdot \cos\lambda \cdot \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cdot \cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \times \tag{17}$$

$$\times \left[\frac{\tau_\gamma \sin\varkappa \cos\lambda - \tau_\lambda \cos\varkappa \cos\gamma \mp F_z(\sin\varkappa \sin\gamma \cos\lambda - \cos\varkappa \cos^2\gamma \sin\lambda)}{\cos^2\gamma \cos^2\lambda \pm (\sin^2\gamma \cos\lambda - \cos^2\gamma \sin^2\lambda)} \right]$$

$$F_y = \frac{a \cdot b}{\cos\gamma \cdot \cos\lambda \cdot \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cdot \cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \times \tag{18}$$

$$\times \left[\frac{\tau_\gamma \cos\varkappa \cdot \cos\lambda + \tau_\lambda \sin\varkappa \cos\gamma \pm F_z(\cos\varkappa \sin\gamma \cos\lambda + \sin\varkappa \cos^2\gamma \cos\lambda)}{\cos^2\gamma \cos^2\lambda \pm (\sin^2\gamma \cos\lambda - \cos^2\gamma \sin^2\lambda)} \right]$$

Aceste ecuații reprezintă forma generalizată a relațiilor de calcul ale componentelor forței de așchiere și permit stabilirea mărimii acestora pentru orice valori ale parametrilor geometrici ai sculei așchietoare, cuprinse între 0_0 și 90°.

Deși relațiile (16)...(18) par să fie complicate atunci cînd parametrii geometrici ai sculei capătă valori impuse de condițiile de prelucrare, acestea se simplifică foarte mult și pot fi utilizate cu ușurință în calculele curente, așa după cum se poate urmări mai departe: pentru $\varkappa = 90°$; $\gamma = \lambda = 0°$ rezultă relațiile (19)...(21):

$$F_z = \frac{a \cdot b \cdot \sigma_n}{\cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\lambda)} \tag{19}$$

$$F_x = \frac{a \cdot b \cdot \tau_\lambda}{\cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho) \cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \tag{20}$$

$$F_y = \frac{a \cdot b \cdot \tau_\gamma}{\cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma) \cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \tag{21}$$

dacă $\varkappa = 90°$; $\gamma = 0°$; $\lambda = 0°$ se obțin relațiile (22)...(24):

$$F_z = \frac{a \cdot b}{\cos\gamma \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma)\cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \left[\frac{\sigma_n \cos\gamma \mp \tau_\gamma \sin\gamma}{\cos^2\gamma \pm \sin^2\gamma} \right] \tag{22}$$

$$F_x = \frac{a \cdot b}{\cos\gamma \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma)\cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \left[\frac{\tau_\gamma \mp F_z \sin\gamma}{\cos^2\gamma \pm \sin^2\gamma} \right] \tag{23}$$

$$F_y = \frac{a \cdot b}{\cos\gamma \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma)\cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \left[\frac{\tau_\lambda \cos\gamma \pm F_z \cos^2\gamma}{\cos^2\gamma + \sin^2\gamma} \right] \tag{24}$$

În cazul în care $\varkappa = 90°$; $\gamma = 0°$; și λ $0°$ rezultă relațiile (25)... (27):

$$F_z = \frac{a \cdot b}{\cos\lambda \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma)\cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \left[\frac{\sigma_n \cos\lambda \pm \tau_\lambda \sin\lambda}{\cos^2\lambda \mp \sin^2\lambda} \right] \tag{25}$$

$$F_x = \frac{a \cdot b}{\cos\lambda \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma)\cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \left[\frac{\tau_\gamma \cos\lambda}{\cos^2\lambda \mp \sin^2\lambda} \right] \tag{26}$$

$$F_y = \frac{a \cdot b}{\cos\lambda \cos(\rho_{\beta\gamma} + \rho_\gamma)\cos(\rho_{\beta\lambda} + \rho_\lambda)} \left[\frac{\tau_\lambda \mp F_z \cos\lambda}{\cos^2\lambda \pm \sin^2\lambda} \right] \tag{27}$$

În literatură [2], [4], [12], [13] se arată că mărimea efortului unitar normal (τ_n) și tangențial (τ) variază în raport cu regimul de lucru și parametrii geometrici ai sculei.

Cercetările [4], [14] au stabilit că în cazul prelucrării oțelurilor de tipul OLC 45 și OLC 60, mărimea efortului unitar tangențial, din planul de alunecare, crește cu circa 7% atunci cînd avansul de așchiere (s) crește de la 0,06...1,00 mm/rot în timp ce efortul unitar normal (σ_n) scade pînă la 35,5% față de valoarea dată în STAS-ul pentru proprietățile mecanice ale oțelului respectiv.

Cunoașterea acestui fenomen ne ajută la stabilirea unor factori de corecție cu ajutorul cărora se obțin rezultate tot mai precise în procesul de proiectare și construcția mașinilor.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Duca Zoltan.*, Teoria sculelor așchietoare Editura didactică 1967
2. *Heber H.*, — Mechanik der Spenkildung, T. H. Karl Marx-Stadt, 1969
3. *Merchant M. E.*, Mechanies of the metal cutting process I and II. Applied 16 (1945) Nr. 3 pag. 267/75 și Nr. 6 pag. 318/324.
4. *Eder Erich.*, Der Zussammenhang zurischen den „ausseren" und dem „inneran" Reibungswinkel (Scherfläche) bein Drehen in Fliessbereich. V.D. I.—Z.109 (1967) Nr. 14 pag. 624—635.

5. *Time I. A. Zvorachin C. A. Usacev I. G. Geliustchin AN.*, Ruschie ucenae-osnovopojnichi nauchi o rezenii metalov. Maşghiz 1952.
6. *Zorov N. N.* Der Einfluse der Grundfaktoren auf den Spanbildungsprozess. Industrie Anzeiger Essen Nr. 26—10 März 1959 pag. 294—298.
7. *Loladse T. N.*, Spanbildung beim Schneiden von Matallen. SVT — Schriftenreihe N Bd. 176 Berlin : Verlag Technik s bes S. 59 and 132.
8. *Schaw M. C., N. H. Cook u J. Finnie.*, The sher-angle relationship in metal cutting Trans A.S.M.E. 1953 pag. 273/288.
9. *Hucks H.*, Plastizitätsmechanische Theorie der Spanbildung Werkstatt und Betrieb Heft 1 (1952) S 1—6
10. *Fleck R.*, Zusammenhang zurischen Schnittkraft Spanbildung und Verschleiss. Industrie-Anzeiger Essen Nr. 26—10 März 1859 pag. 291—294.
11. *Rozenaert A. M.*, şi *Kuflrev* Opredelenie stepeni plasticescoi deformaţii metala pri rezanii. Vesnik Maşinostroenii nr. 6/1958.
12. *Zorev H. H. Granovski G. J. Larin M. N. Loladze T. H. Tretiakov I. P.*, Rezvitie nauki o rezanii metalov. Maşinostroenie Moscova 1967
13. *Kudinov V. A.*, Dinamica maşinilor unelte (traducere din limba rusă) Editura tehnică Bucureşti 1970
14. *Dumitraş C., Aelenei M.* Contribuţii la cercetarea variaţiei unghiului de alunecare principal (β) şi a efortului normal (τ_n) şi tangenţial (τ) din planul de alunecare la strunjire. Construcţia de maşini nr.4 1974, pag. 215

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

AUTOMATICĂ

CZ.: 621—52

INTERCONECTAREA SISTEMELOR DE CALCUL*

P. DIMO, IRINA ATHANASIU, V. CRISTEA, N. POPOVICI

O caracteristică dominantă a activității productive o constituie azi, ceea ce am numi, *sistemele de resurse*. Un sistem de resurse este, în accepțiunea prezentei lucrări, un sistem format din unități productive avînd o măsură comună a eficienței, între ele și cu întregul sistem.

Exemple: Sistemul energetic, colective de cercetare, gospodării agricole mari, trusturi de construcții, școlile de orice grad, etc.

Organizarea unui sistem de resurse este avantajoasă dacă

$$E_s > \sum_{i=é}^{n_1} E_j$$

unde E_s este măsura eficienței sistemului iar E_i este măsura eficienței unităților componente, considerate independent.

Sistemul de resurse se realizează prin interconectarea resurselor individuale, ceea ce implică efectuarea unor investiții suplimentare ce vor fi acoperite prin diferența

$$D = E_s - \sum_j E_j$$

Din definiția acceptată mai sus, un sistem de calcul devine un sistem de resurse numai atunci cînd este realizat prin interconectarea unor echipamente compatibile în ceea ce privește măsura eficienței funcționării lor.

Nu va constitui un „sistem de resurse" o instalație formată dintr-o unitate centrală și oricîte echipamente periferice, deși pentru acestea se aplică uzual termenul de „resurse".

În schimb, va fi un „sistem de resurse", sistemul format prin interconectarea unor sisteme de calcul de sine stătătoare.

Măsura eficienței unui sistem de calcul este o noțiune controversată. Se iau în considerare o serie de factori, dar nu s-a stabilit o metodologie unică de apreciere a „eficienței" prelucrării informației. Factorii cei mai importanți par a fi:

— numărul de lucrări efectuate într-un interval de timp (la prelucrarea grupată)

* Manuscris predat redacției la data de 23 septembrie 1972

— timpul mediu de aşteptare al răspunsului (la prelucrarea în timp real)

— facilităţile oferite utilizatorilor

— siguranţa de funcţionare.

Desigur că de stabilirea unui criteriu de eficienţă depinde şi modul în care vor evolua cercetările în domeniul organizării unor sisteme de calcul interconectate. Totuşi se pot desprinde unele motive care, justificînd organizarea unor sisteme interconectate, vor orienta şi cercetările în această direcţie :

— Realizarea unei reţele utilitare de informare ,asemănătoare reţelelor de serviciu public, azi uzuale (telefoane, transporturi, etc.).

— Uniformizarea încărcării echipamentelor de calcul existente, printr-o distribuţie optimă a sarcinilor la unitatea cea mai adaptată (la momentul cererii).

— Realizarea unei specializări funcţionale a unităţilor interconectate, astfel încît să existe o adaptare a acestora la sarcinile ce le revin (Adaptarea la nivel software şi hardware). Acest lucru va duce la o importantă reducere a cheltuielilor de exploatare pe ansamblu a reţelei şi la îmbunătăţirea calităţii serviciilor.

Particularităţile interconectării sistemelor de calcul.

Interconectarea sistemelor de calcul presupune o activitate desfăşurată la două nivele :

1. La nivelul echipamentelor se pune problema (de cele mai multe ori) de interconectare a unor echipamente avînd caracteristici tehnice diferite. Această problemă apare mai puţin stringentă dacă echipamentele în cauză, aflîndu-se la distanţă mare, utilizează pentru interconectare linii de transmisiuni la care se conectează prin echipamente de adaptare, transmisiunea la distanţă avînd loc serial, cu frecvenţă joasă.

Ea poate fi relativ complexă dacă echipamentele, fiind în imediata apropiere, se interconectează prin canale rapide, cu transmisie paralelă a informaţiei, eventual direct între memoriile operative ale sistemelor interconectate.

Indiferent de situaţie, se pune problema găsirii acelor modalităţi de interconectare care minimizează încărcarea canalelor de legătură, asigură siguranţa maximă de transmisie şi ocupă cît mai puţin unităţile de prelucrare cu transmisia propriuzisă.

2. La nivelul programelor se pune problema de a permite executarea programelor utilizatorilor pe cea mai adecvată unitate, fără ca utilizatorul să fie deranjat sau încunoştiinţat.

Aceasta presupune existenţa unui sistem de operare integrat adică conceput la nivelul întregului sistem de calcul interconectat, ceea ce ridică probleme deosebite dacă echipamentele ce se interconectează sînt diferite şi dotate cu sisteme de operare proprii. Este posibil să apară necesitatea creerii unui „super sistem de operare" care să realizeze şi „interfaţa" dintre sistemele de operare ale echipamentelor componente.

Distribuirea optimă a „super sistemului de operare" între unităţile componente este o problemă complexă.

De rezolvarea corespunzătoare a acestor probleme depinde organizarea unei structuri eficiente de retea.

Soluții de interconectare

Interconectarea a două sau mai multe sisteme de calcul presupune stabilirea unor legături care să permită transmisia informației de la un sistem la altul. Particularități ale acestei transmisii sînt :

— transmisia nu este continuă

— informația transmisă nu poate fi (în general) utilizată pe măsura sosirii ei la destinație.

Prima particularitate determină soluțiile privind *căile* de transmisie și optimizarea fluxului de informație prin aceste căi astfel încît să fie utilizate în mod rațional.

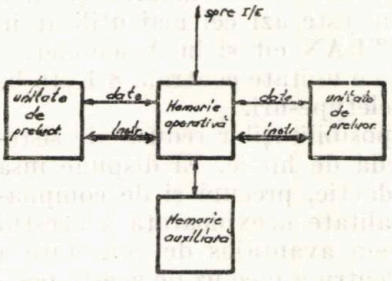


Fig. 1

A doua particularitate impune existența, cel puțin la capătul receptor, a unei memorii, pentru acumularea informației transmise.

Din această cauză toate soluțiile de interconectare actuale se caracterizează prin existența unei legături între memorii (la diferite nivele).

Dacă conexiunea este astfel realizată încît memoria comună constituie o rezervă comună de date și instrucțiuni executabile în două sau mai multe procesoare, sistemul se numește „multiprocesor". Aceste sisteme, (fig. 1) cu prelucrarea paralelă, ies din cadrul discuției prezente.

Dacă conexiunea este realizată prin existența unei memorii auxiliare de orice tip, utilizabilă de unitățile interconectate pentru păstrarea sau restituirea informației, fie direct (fig. 2), fie prin intermediul altei unități (fig. 3), atunci sistemul obținut poartă numele de rețea.

În fig. 2., legătura este „slabă" între unitățile interconectate, deoarece aici una din cele 2 unități nu poate influența direct operarea celeilalte. Orice comunicare între echipamente se realizează prin intermediul

Fig. 2

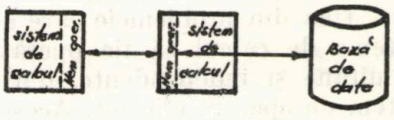


Fig. 3

unității comune de memorie auxiliară, care joacă rol de „bază de date". Baza de date poate fi ea însăși organizată astfel încît să dispunem de o ierarhie de memorii.

În fig. 3, legătura este strînsă căci există, prin mijlocirea sistemului de întreruperi, posibilitatea ca oricare din cele 2 unități interconectate să intervină în procesul de prelucrare desfășurat de cealaltă. Precauțiile la nivel de sistem de operare, în acest caz, sînt primordiale. Avantajele unei asemenea conexiuni o reprezintă în primul rînd viteza mare de transmisie a informațiilor de la un sistem la altul.

Considerații privind proiectul de interconectare a sistemului de calcul din Institutul politehnic.

Centrul de Calcul al Institutului politehnic București este dotat între altele cu sistemele de calcul IBM 1130 și HP 2116 B.

Sistemul IBM 1130, dispune de:

— unitate centrală 16 K/16 biți
— imprimantă
— cititor/perforator de cartele
— disc incorporat

Fiind dotat cu un sistem de operare destul de elaborat și cu o bogată bibliotecă de programe, acest sistem este azi cel mai utilizat în regim de prelucrare de grup, atît în FORTRAN cît și în Assembler.

Sistemul HP 2116 B dispune numai de o unitate centrală 8 K/16 b. cititor rapid de bandă și un număr de 4 teletype-uri.

Acest sistem este ineficient datorită posibilităților reduse ale sistemului de operare care se găsește pe bandă de hîrtie. El dispune însă de un limbaj de asamblare deosebit de didactic, precum și de compilatoare FORTRAN, ALGOL și BASIC. O calitate neexploatată a acestui calculator o constituie existența unui sistem avantajos de conectare a perifericelor și de tratare a întreruperilor. Pentru a face uz de aceste posibilități, a fost realizat (în original ESE)* un sistem time-sharing, în care calculatorul HP 2116 B joacă rol de colector și preprocesor pentru informații transmise în limbaj LSD de la 13 utilizatori aflați la console TTY.

Prelucrarea efectivă a programelor acestora este efectuată în IBM 1130, unde ele se transmit printr-un *canal* construit special în acest scop. Canalul este conectat prin SAC (sorage access channel) la 1130 și prin „dual duplex register" la HP 2116 B, o interfață ce permite transferul informațiilor în ambele sensuri prin 2 registre. În acest fel 1130 este utilizat ca un periferic, avînd posibilități de calcul, dar mai ales facilități de memorare pe disc.

Acest sistem, realizat cu 2 calculatoare, nu constituie un „sistem de resurse" în sensul definit la (1). Este un sistem dedicat funcționării time-sharing în LSD, ceea ce îl face inutilizabil ca sistem în afara orelor de aplicație didactică.

Una din problemele care s-au ridicat este deci de a face ca cele 2 sisteme de calcul să fie operaționale prin asigurarea unei funcționări simultane și independente, dar dotînd calculatorul HP 2116 B cu un sistem de operare eficient. Acest lucru devine posibil prin plasarea sistemului de operare al calculatorului HP 2116 B pe discul lui IBM 1130 la care se poate avea acces prin canalul existent.

În speranța că eficiența sistemului HP 2116 B poate fi crescută prin introducerea facilității de acces de la distanță de la mai multe posturi de utilizare, s-a preconizat ca în configurația finală să fie prevăzută și această posibilitate.

În rezumat, scopurile principale ale proiectului de interconectare sînt următoarele:

— creșterea eficienței globale de utilizare a puterii de calcul instalată în Institutul politehnic București.

* ESE — École Superieure de l'Electricité — Paris

— asigurarea unor servicii la distanță
— studiul problemelor de interconectare a sistemelor de calcul.

În figura 4 se pune în evidență modul în care va fi realizată interconectarea.

Interconectarea este efectuată, într-o primă etapă, prin implantarea sistemului HP 2116 în cadrul existent al sistemului de operare IBM. Într-o fază ulterioară se va încerca o concepție globală de sistem de ope-

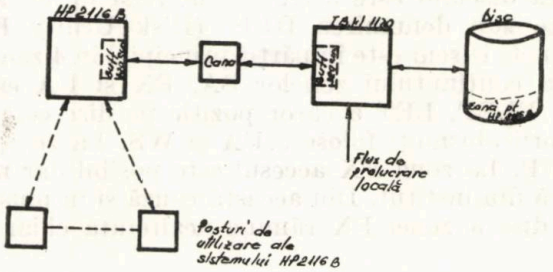


Fig. 4

rare integrat, care să faciliteze eventuala racordare a sistemului FELIX C 256 la sistemul interconectat.

Structura sistemului IBM 1130—HP 2116 B.

Implementarea sistemului din fig. 4 a ridicat două probleme majore, ambele de natură software.

I. Realizarea interfeței dintre sistemul de operare de bază IBM și un sistem extern.

II. Elaborarea sistemului de operare pentru HP 2116.

Legătura fizică este asigurată de canalul existent, prin care se asigură următoarele posibilități:

Pentru HP 2116 : — întreruperea sistemului IBM 1130 pe nivelele 2, 3, 4 sau 5, prin trimiterea unor cuvinte de comandă, de la HP spre canal.
— întreruperea sistemului IBM 1130 pe nivelele 3 și 5 prin comandă directă a acestuia, tratat ca un periferic conectat la interfețele cu prioritate maximă.
— preluare sau transmisie de informații, din memoria operativă a HP→IBM, în regim de „furt de ciclu". În IBM 1130, informațiile vor fi plasate într-un bloc de celule format din adrese consecutive, bloc direct adresabil de către canal (care posedă propriul său registru de adrese).

Pentru IBM 1130 — întreruperea pe nivelul 10 sau 11 prin care se poate primi și respectiv transmite un cuvînt de la sau către HP.

Se consideră că canalul conferă calculatorului HP 2116 o autonomie mai mare, ceea ce impune utilizarea lui în regim *master* în raport cu IBM 1130. Această alegere este justificată şi de viteza mult mai mare a efectuării operaţiilor în HP (aproape un ordin de mărime).

Totuşi, IBM 1130 dispune de disc şi dacă se doreşte autonomia funcţionării celor 2 calculatoare, este necesar ca gestiunea acestuia să fie asigurată prin IBM. Din această cauză accesul la disc al calculatorului HP este condiţionat de cererile posibile în IBM.

Gestiunea discului este asigurată în IBM de un ansamblu de programe grupate sub denumirea DUP (Disk Utility Programs), foarte bine pus la punct. Discul este împărţit principial în 4 zone (d.p.d.v. logic).

Evidenţa conţinutului zonelor SA, FX şi UA este ţinută prin 3 tabele SLET, FLET, LET a căror poziţie pe disc este fixată fig. 5

Utilizatorii obişnuiţi folosesc UA şi WS. La zona SA nu pot avea acces prin DUP. La zona FX accesul este posibil dar nu este necesar în practica zilnică din institut. Din această cauză şi în plus datorită faptului că *poziţia* pe disc a zonei FX rămîne nealterată chiar prin modificarea

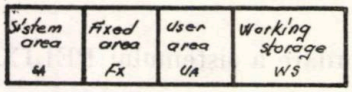


Fig. 5

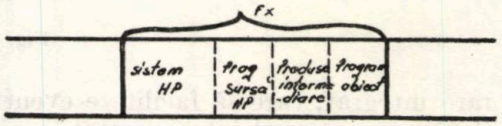


Fig. 6

în numite limite a conţinutului zonei SA, s-a ales această zonă drept zonă destinată calculatorului HP. Ea va conţine programele de sistem ale HP, copia programului sursă aflat la un moment dat în lucru (în fază de compilare), programul obiect corespunzător precum şi diferitele produse intermediare rezultate de pe urma prelucrării în HP.

Componenţa acestei zone, într-o primă etapă a proiectului va fi deci fig. 6 :

În această fază, utilizatorul nu are acces la facilităţile de memorare pe disc a programelor sale (într-o zonă bibliotecă), ceea ce se justifică prin existenţa unei singure unităţi de disc şi deci a unui spaţiu limitat afectat utilizatorilor.

De asemenea nu se va permite utilizatorului să utilizeze discul pentru date de program.

Într-o fază ulterioară s-ar putea asigura unele facilităţi suplimentare prin utilizarea zonei UA pentru memorarea programelor şi datelor utilizatorilor sistemului HP, astfel încît HP să poată căuta aceste informaţii pe disc.

I. *Realizarea interfeţei sistemului de operare IBM cu un sistem extern.*

Problema care se cere rezolvată este de a asigura accesul sistemului HP la discul existent, prin intermediul sistemului IBM, fără a perturba funcţionarea acestuia.

Din acest punct de vedere s-au definit, pentru sistemul IBM, două regimuri distincte :

a — Acces permis

b — Acces interzis

care sînt reprezentate prin starea unui cuvînt de memorie, aflat în rezidenţa IBM şi transmis la HP ori de cîte ori are loc o schimbare de stare. Acest cuvînt va fi testat de HP înainte de a face apelul la disc. În cazul în care accesul este interzis, sistemul HP va reiniţializa cererea, aşteptînd într-o buclă.

Acest lucru ar putea duce la pierderi considerabile de timp pentru HP, dacă accesul la disc îi este permis rar. Care sînt condiţiile în care accesul este permis?

— Să existe în memoria IBM o rutină de tratare corespunzătoare a întreruperii din HP, care să transmită corect parametrii apelului către rutina de disc aflată (*întotdeauna*) în rezidenţă, în funcţie de tipul rutinei (DISKO, DISKI sau DISKN). Pentru aceasta rutina de întrerupere trebuie să cunoască ce rutină de disc se află în rezidenţă şi *unde* în memoria principală există o zonă de transfer (aceasta fiind în mod normal ocupată de programul în curs).

— Să nu se fi efectuat apel la disc în IBM 1130.

Prima problemă şi cea mai dificilă a fost rezolvată pentru anumite faze de operare în IBM şi anume:

— faza de execuţie a unui program de utilizator
— faza de compilare FORTRAN
— faza de asamblare.

Acestea sînt însă fazele principale şi cele mai lungi, astfel încît interdicţia accesului la disc este limitată la fazele scurte, care intervin între fazele sus menţionate.

Pe durata fazelor teoretic permise, înainte de un apel la disc se mai face un test pentru a determina starea discului. Acest test verifică dacă discul este ocupat sau dacă IBM 1130 este în curs de a satisface un apel la disc lansat cu puţin înainte.

Rezolvarea s-a găsit în modificarea programelor de încărcare, a compilatorului FORTRAN şi a asamblorului, astfel încît să apară în memorie o zonă „protejată", care este compusă în principal din 2 părţi: zona de transfer (320 cuvinte = 1 sector) şi rutina de tratare a întreruperii (pe nivelul 4). Această zonă apare ca o „extensie" a rezidenţei sistemului IBM, fiind în total mai mică de 600 cuvinte şi neafectînd deci în mod esenţial spaţiul disponibil pentru programele utilizatorilor. Aşezarea zonei este într-un sens „dinamică", deoarece se asigură alipirea ei la limita reală (variabilă, datorită lungimii variabile a rutinelor de disc) a rezidenţei. Astfel se realizează o utilizare maximă a memoriei disponibile, în toate cazurile.

II. *Elaborarea sistemului de operare pentru HP 2116.*

Într-o primă etapă au fost definite sarcinile acestui sistem şi posibilităţile care vor fi oferite utilizatorilor săi. Aceasta constituie într-un fel, cea mai dificilă etapă şi nu se poate face decît cunoscînd foarte bine posibilităţile reale oferite de legătura existentă. De aceea, concepţia de detaliu a acestui sistem este încă în curs de elaborare.

Elementele aparent definitiv admise par a fi:

— Definiţia noţiunii de POST de UTILIZARE drept ansamblul de echipamente grupate la un beneficiar avînd configuraţia minimă un TTY (teletype).

Beneficiarul are la dispoziţie un sistem virtual avînd perifericele ce compun postul de utilizare.

La fiecare periferic se asociază numărul de echipament, care reprezintă poziţia echipamentului în lanţul de întreruperi. Fiecare echipament este deasemenea definit simbolic fie prin denumirile:

cîte 1 — unitate principală de introducere (UPI)
echipament: — unitate principală de extragere (UPE)

fie prin numere simbolice standard.

Asignarea denumirilor la unităţi şi a unităţilor la numere, simbolice este posibil a fi reefectuată la cererea utilizatorului, noile asignări avînd valabilitate de durata unui JOB. Această „reconfigurare" se face printr-un proces conversaţional.

— Sistemul va fi dotat cu un număr de posturi de utilizare, instalate în diferite puncte ale IPB, de la care utilizatorii vor putea lansa lucrări în limbaj superioare (la început numai FORTRAN) şi cu 1 post de utilizare special denumit *post operator*, plasat în camera maşinii HP de la care poate fi controlat întregul sistem şi de la care se pot introduce programe în limbaj de asamblare. În anumite condiţii se va putea extinde posibilitatea de utilizare a unui limbaj de asamblare şi la alte posturi de utilizare, evitîndu-se instrucţiunile limbajului care afectează direct buna funcţionare a sistemului (HALT şi comanda directă a perifericelor).

— Utilizatorii îşi anunţă cererea de a lansa o lucrare prin TTY care le stă la dispoziţie şi vor fi plasaţi automat într-o stare de aşteptare, ordinea de servire fiind stabilită de un algoritm. Un utilizator poate lansa cel mult o compilare şi un număr maxim limitat de execuţii succesive ale aceluiaşi program. Această restricţie a fost introdusă ca urmare a specificului activităţii de învăţămînt, pentru a elimina riscul de blocare a cozii de către un post de utilizare care lucrează pentru un număr mare de utilizatori individuali.

— Operatorul are posibilitatea de a solicita oricînd trecerea într-un regim denumit „REGIM OPERATOR", în cursul căruia are la dispoziţie întregul sistem. Totuşi, trecerea efectivă în „REGIM OPERATOR" va avea loc numai după terminarea lucrării în curs. În regim operator, operatorul poate transmite mesaje către posturile de utilizare concrete, selective sau globale, sau poate opera sistemul fără a putea fi întrerupt de cererile beneficiarilor.

— Operatorul are posibilitatea de a întrerupe o lucrare în curs, dacă constată o situaţie anormală.

— Toate comenzile monitor, lansate de utilizatori sau de operator sînt reproduse, însoţite de numărul postului de utilizare, pe consola operatorului, în scopul de a exista o evidenţă permanentă completă a utilizării sistemului.

Această bază de plecare apare necesară dar nu ştim încă dacă este completă, pentru definirea sistemului şi funcţiilor sale. Totuşi, pe baza ei s-au elaborat primele organigrame de analiză ale sistemului precum şi ale acţiunilor utilizatorului.

În continuare (fig. 7) este prezentat un exemplu de sesiune desfăşurată corect la postul de utilizare 6, care dispune numai de un TTY, în paralel cu informaţiile care au fost afişate la consola operatorului (tex-

tele precedate de $ sînt imprimate la consola utilizatorului, de către sistem, iar cele precedate de/aparţin utilizatorului).

La timpul T = O, postul 6 a fost pornit şi lansează o cerere. Operatorul este acum informat cu privire la starea cozii (plus programul în curs)

Consola operatorului	Consola postului de utilizare nr. 6
4 UTILIZATORI	
ASTEPT 6	$ ASTEPT
	/ E
	$ START
START 6, nume	// JOB nume
// FOR	// FOR
// *	// *
COMPILARE TERMINATA	$ COMPILARE TERMINATA
// XEQ	// XEQ
	date
// *	// *
EXECUTIE TERMINATA	$ EXECUTIE TERMINATA
/ T	/ T
STOP 6	$ STOP
3 UTILIZATORI	
ASTEPT 2	

↓t

Fig. 7

iar postul este informat cu privire la acceptarea sa în sistem după care va fi deconectat.

Postul va fi plasat din nou în regim de aşteptare şi utilizatorul informat despre aceasta, cînd i-a venit rîndul. Totodată operatorul este informat despre numărul postului care este la rînd.

Comenzile imprimate în continuare reproduc acţiunile utilizatorului. Ultima lui acţiune fiind / T care indică terminarea sesiunii. Aceasta determină scoaterea lui din sistem ceea ce se indică la utilizator prin $ STOP iar la operator printr-o indicaţie asupra stării sistemului şi a utilizatorului următor.

Catedra de calculatoare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *G. G. Bell et al.*, Coputer Networks, în Computer sept. 1970. pg. 13
2. *Peter Wegner*, Information Structures, Computer Languages and Machine Organization, Mc. Graw Hill 1970
3. * * * Documentație IBM—1130
4. * * * Documentație HP—2116 B
5. *Louis Bolliet*, Utilisation des ordinateurs a distance en temp reel et en temps partagé, Dunod—1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974. Numărul 2
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

CZ.: 656

ASUPRA UNEI SOLUȚII EFICIENTE DE SPORIRE A CAPACITĂȚII UNEI LINII DE CALE FERATĂ*

PAUL FRÎNCU

Capacitatea de transport zilnică a unei linii de cale ferată se determină cu relația:

$$C_t = Q_n N_{mf} \text{ (tone nete/zi)} \tag{1}$$

unde:

Q_n — reprezintă tonajul net pe tren;

N_{mf} — capacitatea de circulație a liniei de cale ferată, respectiv numărul maxim de trenuri directe de marfă care pot circula pe linia respectivă.

Dacă considerăm:

$$\varphi = \frac{Q_n}{Q_{br}} \tag{2}$$

unde Q_{br} reprezintă tonajul brut pe tren și dacă înlocuim tonajul brut pe tren cu relația cunoscută:

$$Q_{br} = \frac{F_0 - P(w' + i_c)}{w'' + i} \text{ (tf/tren)} \tag{3}$$

unde:

F_0 — reprezintă forța de tracțiune de calcul, în kgf;

P — greutatea locomotivei în serviciu, în t;

w' și w'' — rezistențele specifice la mers în palier și aliniament ale locomotivei și vagoanelor, în kgf/t;

i_c — rezistența caracteristică a secției de remorcare în kgf/t

iar

$$N_{mf} = \frac{T_{mf}}{T_p} \text{ (trenuri sau perechi de trenuri/zi)} \tag{4}$$

* Manuscris predat redacției la data de 9 august 1973

unde :

T_{mf} — reprezintă timpul dintr-o zi în care se realizează circulaţia trenurilor directe de marfă;

T_p — perioada graficului,

atunci relaţia (1) devine :

$$C_t = Q_{br} N_{mf} \varphi = \frac{F_0 - P(w' + i_c)}{(w'' + i_c)} \cdot \frac{T_{mf}}{T_p} \cdot \varphi = \frac{F_0 \left[1 - \frac{P(w' + i_c)}{F_0}\right]}{(w'' + i_c)} \cdot$$

$$\cdot \frac{T_{mf}}{T_p} \cdot \varphi \text{ (tone nete/zi)} \tag{5}$$

Notînd

$$\frac{P(w' + i_c)}{F_0} = \alpha \quad \text{şi} \quad \varphi = \frac{K_{ci}}{(K_{ci} + K_t)}$$

unde :

K_{ci} reprezintă coeficientul de utilizare a capacităţii de încărcare a vagoanelor;

K_t — coeficientul de tară al vagoanelor, relaţia (5) devine :

$$C_t = \frac{F_0 (1 - \alpha)}{(w'' + i_c)} \cdot \frac{T_{mf}}{T_p} \cdot \frac{K_{ci}}{(K_{ci} + K_t)} \quad \text{tone nete/zi).} \tag{6}$$

Considerînd o linie de cale ferată simplă, pentru care

$$T_p = t_1 + t_2 + \tau_1 + \tau_2 = \frac{l_d}{V_1} + \frac{l_d}{V_2} + \tau_1 + \tau_2 \cdot$$

relaţia (6) devine :

$$C_t = \frac{F_0 (1 - \alpha) T_{mf} \cdot V_1 V_2 K_{ci}}{(w'' + i_c)[l_d (V_1 + V_2) + (\tau_1 + \tau_2) V_1 V_2 (K_{ci} + K_t)]} \tag{7}$$

unde :

l_d reprezintă lungimea distanţei limitative (km)

V_1 şi V_2 — vitezele de circulaţie ale trenurilor pe distanţa limitativă l_d, în ambele sensuri de mers (km/h)

τ_1 şi τ_2 — intervalele de staţii (h).

Din anliza relaţiei (7), în cazul unei linii simple, se observă că sporirea capacităţii de transport se poate realiza în general, în cazul măririi forţei de tracţiune a locomotivelor F_0, sporirea vitezei de circulaţie a trenurilor, reducerea declivităţilor profilului căii şi a rezistenţei specifice

de rulare a vagonului, a reducerii lungimii distanței limitative, introducerea unor instalații de semnalizare, centralizare și bloc mai perfecționate, în scopul reducerii intervalelor de stații, precum și îmbunătățirea utilizării capacității de încărcare a vagoanelor și reducerea tarei vagoanelor.

În cazul cînd s-au epuizat toate măsurile care reies din analiza relației (7), se trece de obicei la dublarea totală a liniei de cale ferată.

Dublarea totală a unei linii de cale ferată reprezintă una din măsurile esențiale pentru sporirea capacității de transport a unei linii de cale ferată. Dar analiza evoluției capacității de transport necesară, arată că aceasta variază în medie anual cu 5—7%, din care cauză nu este necesară sporirea capacității dintr-odată pînă la valoarea capacității liniilor duble, care asigură un spor de aproape 4 ori mai mare față de linia simplă.

Pe de altă parte, dublarea unei linii necesită investiții destul de mari (1,5—2 milioane lei pe kilometrul de linie), iar termenul de recuperare a investițiilor reiese în general peste 20 de ani, față de 7—10 ani cît este rațional.

Față de cele arătate, considerăm că în majoritatea cazurilor nu este eficientă dublarea dintr-odată a liniei simple, ci dublarea în etape, respectiv dublarea parțială a liniei.

Rezolvarea problemei comportă analiza următoarelor două metode :

1. Dublarea liniei pe anumite distanțe de circulație

În cazul cînd există o neidentitate accentuată a capacității pe distanțele de circulație ale secției, se poate dubla distanța limitativă.

Dublarea parțială a liniei simple cu 15—20% din numărul total al distanțelor de circulație sporește de asemenea cu 15—20% capacitatea de circulație a secției.

Se menționează, că în majoritatea cazurilor dublarea în continuare a liniei simple nu mai asigură sporirea corespunzătoare a capacității de circulație, deoarece majoritatea distanțelor de circulație rămase neduble, din punct de vedere a timpului de mers, respectiv a perioadei graficului, sînt aproape identice, fiind nevoiți a dubla mai mult de jumătate din numărul distanțelor de circulație. Din această cauză, dublarea unor distanțe de circulație ale liniei simple este rațională, în general, cînd se cere numai o sporire neînsemnată a capacității de circulație și cînd volumul de transport crește lent.

2. Construirea de dublări parțiale în scopul eliminării opririlor pentru operații tehnice

Construirea unor astfel de dublări parțiale apropie condițiile de realizare a circulației trenurilor de cele ale liniei duble, deoarece se elimină total opririle trenurilor pentru operațiile de încrucișare și se reduc considerabil investițiile în comparație cu dublarea totală a liniei simple.

Calculele tehnico-economice arată, că construirea de dublări parțiale este rațională numai în cazul cînd capacitatea de circulație satisface volumul de transport în continuă creștere cel puțin 7—10 ani, amînîndu-se pentru aceeași perioadă dublarea totală a liniei.

Metoda dublării parţiale poate fi executată în două etape :

Ca o primă etapă, în funcţie de volumul de trafic, se prelungeşte una din liniile punctelor de secţionare vecine distanţelor de circulaţie limitative, organizînd numai în aceste puncte de secţionare încrucişarea fără oprire a trenurilor. În celelalte puncte de secţionare care limitează distanţa de circulaţie cu perioada graficului $T_p < \frac{1440}{N_n}$ (unde N_n reprezintă volumul necesar de perechi de trenuri care trebuie să circule pe secţia respectivă în etapa analizată, ţinîndu-se seama şi de rezerva tehnică), încrucişarea trenurilor se realizează cu oprire în staţii.

A doua etapă se referă la construcţii de dublări parţiale pe întreaga secţie de circulaţie, alternînd porţiuni de linie simplă şi dublă.

Eficienţa maximă a dublărilor parţiale se obţine în cazul cînd se asigură încrucişarea trenurilor din mers (ca şi pe liniile duble), fără limitarea vitezei de circulaţie, iar perioada graficului T_p^{dp} să fie identică pe întreaga secţie.

În acest caz perioada graficului T_p^{dp} nu trebuie să fie mai mare decît :

$$T_p^{dp} \leqslant \frac{1440}{N_n}. \tag{8}$$

Din fig. 1 se observă că pentru a satisface volumul de circulaţie în etapa analizată N_n, perioada graficului se determină cu relaţia :

$$T_p^{dp} = t_1^{ls} + t_2^{ls} + t_{1\,d}^{ld} + t_2^{ld} \text{ [min]} \tag{9}$$

în care :

t_1^{ls} şi t_2^{ls} reprezintă timpul de mers al unei perechi de trenuri pe porţiunea de linie simplă (min)

$t_{1\,d}^{ld}$ şi t_2^{ld} — timpul de mers al unei perechi de trenuri pe porţiunea de linie dublă (min)

Cunoscînd perioada graficului T_p^{dp}, capacitatea de circulaţie în cazul dublărilor parţiale N_{dp} se determină cu relaţia :

$$N_{dp}^{+)} = \frac{24\,d}{T_p^{dp} \cdot d + 2\,t_{df} + 2\tau} \approx \frac{24}{T_d^{dp}} \tag{10}$$

în care d este numărul distanţelor de circulaţie pe secţie.

În funcţie de timpul de mers al unei perechi de trenuri directe de marfă pe secţie T (inclusiv timpul pentru demarare şi frînare t_{df} şi intervalele din staţie τ), se determină numărul de dublări parţiale n_{dp}, ţinînd seama ca perioada graficului să fie identică pe întreaga secţie :

$$n_{dp} = \frac{T}{T_p^{dp}} \tag{11}$$

*) Elementele : $2\,t_{df} + 2\tau$, avînd o valoare foarte mică faţă de elementul T_p^{dp} se neglijează.

Deoarece

$$T = \frac{2L}{V_m} + (2\,t_{df} + 2\,\tau) \tag{12}$$

atunci

$$n_{dp} = \frac{2\,L + V_m\,(2\,t_{df} + 2\,\tau)}{V_m\,T_p^{dp}} \tag{13}$$

în care:

L reprezintă lungimea secţiei, (în km);

V_m — viteza medie de mers a unei perechi de trenuri, (în km/h);

t_{df} — timpul pentru demarare şi frînare în staţiile cap de secţie, (în h);

τ — timpul pentru operaţiile tehnice din staţiile cap de secţie, în h).

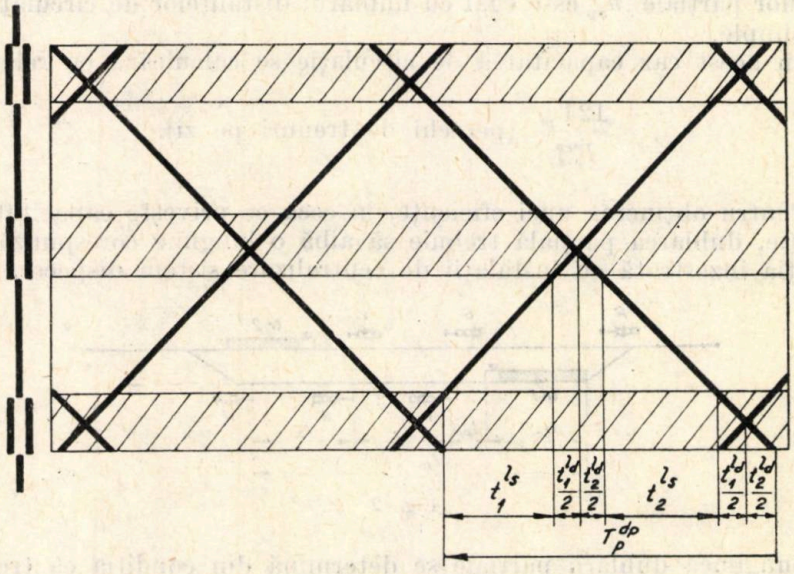


Fig. 1

În cazul cînd se consideră cunoscută mărimea capacităţii de circulaţie, respectiv

$$N_{dp} = \frac{24}{T_p^{dp}}$$

şi neglijăm termenul $(2\,t_{df} + 2\tau)$ din relaţia (12), numărul de dublări parţiale n_{df} se poate determina cu relaţia:

$$n_{dp} = \frac{T}{T_p^{dp}} = \frac{2\,L}{V_m\,T_p^{dp}} = \frac{2\,L}{V_m\,\dfrac{24}{N_{dp}}} = \frac{L\,N_{dp}}{12\,V_m}. \tag{14}$$

Din relaţia (14) rezultă pentru capacitatea de circulaţie a secţiei cu dublări parţiale :

$$N_{dp} = \frac{12 \cdot V_m n_{dp}}{L} \text{ (perechi de trenuri).} \qquad (15)$$

Considerînd $\frac{L}{n_{dp}} = l_{dp}$ — distanţa medie între axele dublărilor parţial, relaţia (15) devine :

$$N_{dp} = \frac{12\ V_m}{l_{dp}} \text{ (perechi de trenuri).} \qquad (16)$$

În unele cazuri, distanţa medie între axele dublărilor parţiale corespunde cu distanţa medie dintre punctele de secţionare $l_{p.s}^{med}$, iar numărul dublărilor parţiale n_{dp} este egal cu numărul distanţelor de circulaţie ale liniei simple.

În acest caz capacitatea de circulaţie se calculează cu relaţia :

$$N_{dp} = \frac{12 V_m}{l_{p.s}^{mep}} \text{ (perechi de trenuri pe zi).} \qquad (17)$$

Pentru obţinerea unei eficienţe, în ceea ce priveşte capacitatea de circulaţie, dublarea parţială trebuie să aibă o lungime corespunzătoare, iar secţia înzestrată cu instalaţii de centralizare sistem dispecer.

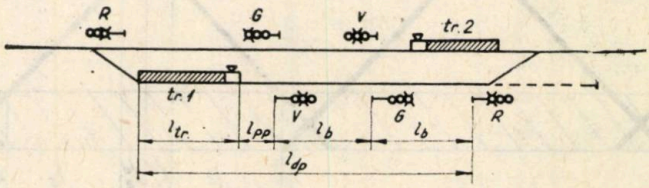


Fig. 2

Lungimea dublării parţiale se determină din condiţia ca trenul 1 (vezi fig. 2) să se găsească înaintea semnalului care permite ieşirea pe sectorul de linie simplă după eliberarea acestuia de trenul 2, din sensul opus de circulaţie, la o distanţă egală cu lungimea a două sectoare de bloc $2\ l_b$, plus distanţa pe care trenul o parcurge în timpul necesar pentru pregătirea parcursului şi apariţia luminii verzi la semnal l_{pp}.

Dacă lungimea unui sector de bloc $l_b = 1200$ m, lungimea trenului $l_{tr} = 600 - 800$ m şi lungimea de pregătire a parcursului $l_{pp} = 200$ m, atunci lungimea dublării parţiale va fi :

$$l_{dp} = 2 \cdot 1200 + (600 - 800) + 200 = 3.200 \ldots 3.400 \text{ m} \qquad (18)$$

Ţinînd seama şi de rezerva de timp necesară pentru sosirea nesimultană a trenurilor şi de abaterile de la timpul de mers, care se pot considera cel puţin 1 min în fiecare sens de mers, lungimea totală a dublării

parțiale va fi :

$$l_{dp} = (3{,}2 \ldots 3{,}4) + 0{,}033\ V_m \approx 5 \text{ km.} \qquad (19)$$

La proiectarea dublărilor parțiale, dacă trenul are oprire într-o stație, din cauza demarării trenului, este posibil să se mărească lungimea unor dublări în comparație cu lungimea calculată cu relația (19).

Pentru a putea obține o capacitate de 70—100 perechi de trenuri directe de marfă pe zi, în cazul graficului paralel, lungimea totală a dublărilor parțiale trebuie să reprezinte circa 45—50% din lungimea totală a secției.

Pentru amplasarea dublărilor parțiale, în funcție de capacitatea de circulație necesară (care dorim s-o obținem) și a vitezei medii de mers a unei perechi de trenuri pe întreaga secție V_m, se folosește o metodă grafică, determinînd inițial numărul necesar al dublărilor parțiale n cu ajutorul relației (14), sau considerînd numărul de dublări parțiale egal cu numărul distanțelor de circulație de pe linia simplă. Descrierea metodei : Se iau două axe de coordonate (fig. 3), în care pe axa orizontală se prezintă lungimea secției, iar pe axa verticală — timpul de mers al unei perechi de trenuri.

Considerînd cunoscută poziția primei dublări parțiale, se trasează

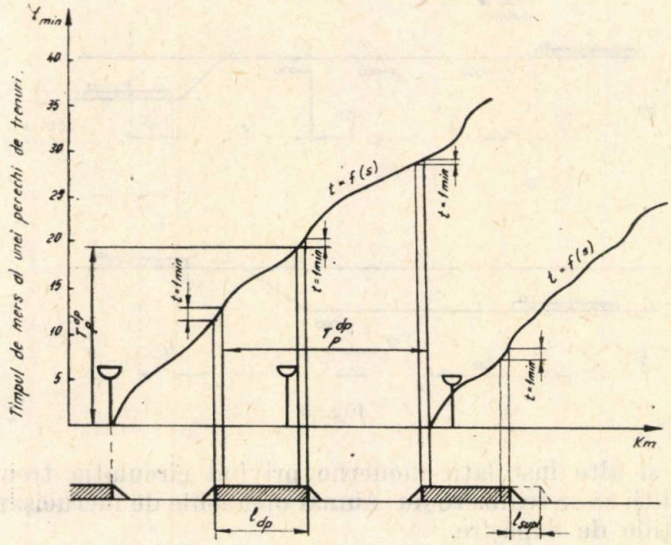


Fig. 3

curba timpului de mers, însumat $t = f(s)$ pentru ambele sensuri, începînd de la sfîrșitul primei dublări parțiale.

Măsurăm apoi pe verticală durata perioadei graficului T_p^{dp}, aflînd locul de intersecție cu curba $t = f(s)$, la care adăogînd și rezerva de 1 min, și trasînd din acest punct o verticală în jos, aflăm sfîrșitul următoarei dublări parțiale. Din acest punct trasăm în sens invers (spre stînga)

lungimea totală a dublării parțiale l_{dp}, determinată cu ajutorul relației (19), aflînd astfel începutul dublării parțiale. În continuare, metodica de amplasare a dublărilor parțiale se repetă în același mod.

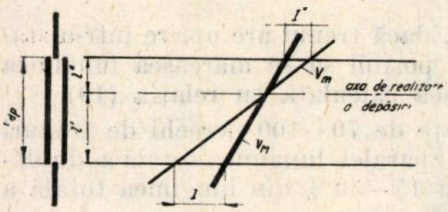


Fig. 4

La determinarea poziției dublării parțiale, trebuie să se țină seama de corectarea lungimii acesteia, în cazul asigurării demarării trenurilor, precum și din punct de vedere al joncțiunii dublărilor parțiale cu liniile punctelor de secționare. În acest caz, este posibil să apară o dublare suplimentară l_{supl}.

În raport cu linia simplă, dublările parțiale au inconvenientul că sporesc coeficientul de reducere, ajungînd pînă la valoarea 2...2,5. Deci, trebuie avut în vedere că dacă traficul de călători este mare, s-ar putea ca construirea dublărilor parțiale să nu satisfacă sporul de trafic în etapa analizată.

În cazul cînd dublările parțiale sînt înzestrate cu centralizare sistem dispecer, legături prin radio între mecanic și operatorul RC, autostop pe

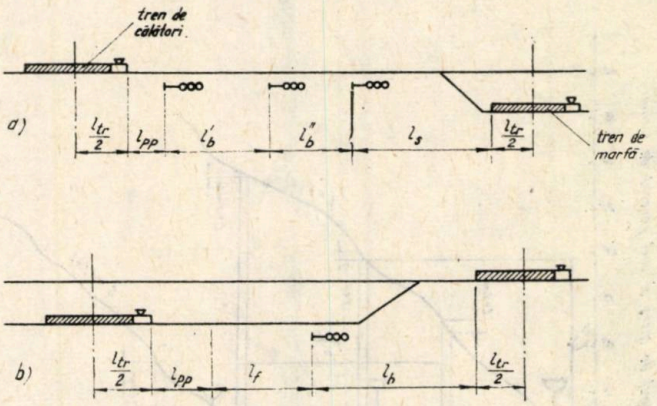


Fig. 5

locomotivă și alte instalații moderne privind circulația trenurilor, sînt creiate condiții să se realizeze nu numai operațiile de încrucișare din mers, ci și operațiile de depășire.

Pentru determinarea lungimii dublării parțiale, care să satisfacă realizarea operației de depășire din mers, analizăm fig. 4 și 5, în care s-au prezentat următoarele notații:

I' — intervalul între cele două trenuri, calculat la axa de intrare pe dublarea parțială;

I'' — intervalul între cele două trenuri, calculat la axa de ieșire a dublării parțiale;

l' — distanța măsurată de la axa de intrare pe dublarea parțială, pînă la axa unde are loc depășirea;

l'' — distanța măsurată de la axa unde are loc depășirea pînă la axa de ieșire de pe dublarea parțială;
V_M — viteza trenului de călători (viteză mai mare);
V_m — viteza trenului direct de marfă (viteză mai mică).

Analizînd figurile, putem stabili următoarele:

$$I' = 0{,}06\,\frac{l'_b + l''_b + l_s + l_{tr}}{V_M} + \tau_{pp} + t_{rez} \tag{20}$$

și

$$I'' = 0{,}06\,\frac{l_b + l_f + l_{tr}}{V_m} + \tau_{pp} + t_{rez} \tag{21}$$

unde:

l_f reprezintă drumul de frînare (km)
l_b, l'_b, l''_b — lungimea unui sector de bloc (km)
l_s — distanța de la semnal pînă la marca de siguranță (km)
l_{tr} — lungimea medie a trenului (km)
τ_{pp} — timpul necesar pentru pregătirea parcursului și punerea semnalului pe liber (min)
t_{rez} — rezerva de timp în grafic (abateri de la timpul de mers) (min).

Dacă calculăm intervalele I' și I'' în ore, în funcție de V_M, V_m și lungimile l' și l'' (vezi fig. 4), obținem:

$$I'_h = l'\left(\frac{1}{V_m} - \frac{1}{V_M}\right);\quad I''_h = l''\left(\frac{1}{V_m} - \frac{1}{V_M}\right),$$

atunci:

$$l' = I'_h \frac{V_M \cdot V_m}{V_M - V_m};\quad l'' = I''_h \frac{V_M \cdot V_m}{V_M - V_m}.$$

De unde lungimea minimă a dublării parțiale pentru realizarea operațiilor de depășire din mers, se determină cu relația:

$$l_{dp} = l' + l'' = I'_h \frac{V_M \cdot V_m}{V_M - V_m} + I''_h \frac{V_M \cdot V_m}{V_M - V_m} = (I'_h + I''_h)\frac{V_M \cdot V_m}{V_M - V_m}. \tag{22}$$

Dacă se cunoaște lungimea dublării parțiale, din relația (22) putem determina vitezele celor două trenuri V_M și V_m, care să asigure eliminarea opririi trenurilor pentru operațiile tehnice.

Viteza trenului care depășește V_M (cunoscînd viteza V_m) va fi:

$$V_M = \frac{l_{dp} \cdot V_m}{l_{dp} - V_m(I'_h + I''_h)}\ \text{(km/h)} \tag{23}$$

și

$$V_m = \frac{l_{dp} \cdot V_M}{V_M(I'_h + I''_h) + l_{dp}}\ \text{(km/h)} \tag{24}$$

Dacă considerăm că I'_h și I''_h pentru calcule orientative, sînt egale cu 3—4 min, $V_M = 100$ km/h, $V_m = 40$ km/h, iar $I'_h + I''_h = 0{,}1$ h, conform relației (22) lungimea minimă a dublării parțiale va fi de circa 6,7 km.

În cazul unei linii cu dublări parțiale, înzestrată cu bloc de linie automat și dispecer centralizat, graficul de circulație a trenului arată ca în

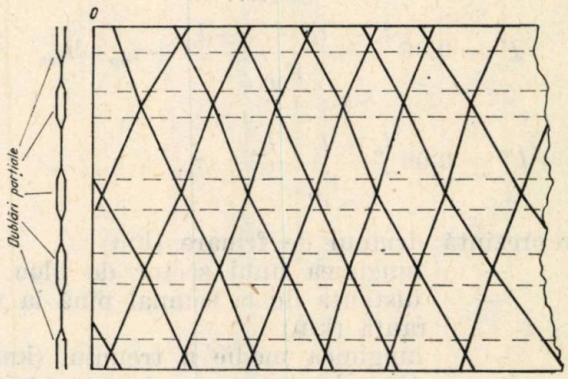


Fig. 6

fig. 6, din care se observă că s-au eliminat complet staționările pentru operațiile de încrucișare, circulația trenurilor, realizîndu-se aproape ca și pe linia dublă.

Concluzii

1. Cînd pe o linie simplă s-au epuizat toate măsurile de sporire a capacității de circulație, care reies din relația (7) în majoritatea cazurilor nu este necesară dublarea dintr-odată a liniei simple. Este mai rațional dublarea parțială a liniei, în scopul eliminării opririi trenurilor pentru operațiile tehnice, deoarece se reduc considerabil cheltuielile de investiții, iar circulația trenurilor se realizează aproape ca și pe liniile duble.

2. Dublarea parțială este eficientă din punct de vedere tehnico-economic, atunci cînd procentul porțiunii duble reprezintă cel mult 45—50% din lungimea totală a secției, iar termenul de recuperare se obține cel mult 10 ani.

3. În cazul dublărilor parțiale, se obține o eficiență maximă, atunci cînd calea ferată este înzestrată cu bloc de linie automat adecvat și dispecer centralizat, precum și schimbătoare de cale, care să asigure circulația trenurilor pe liniile abătute cu viteza de pînă la 80 km/h, evitîndu-se opririle trenurilor pentru operațiile tehnice, iar trenurile circulă fără reducerea vitezei.

Catedra de tehnica transportului și telecomenzi feroviare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Kocinev, F. P. și alții* Organizarea circulației la căile ferate, traducere din limba rusă, Centrul de documentare și publicații tehnice — Ministerul Căilor Ferate, București 1969.
2. *Tihomirov, I. G.*, Organizația dvijenia na jeleznodorojonm transporte, Minsk, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXXVI — 1974 Numărul 2

C.Z.: 629.113

ASPECTE PRIVIND CIRCULAȚIA ÎN CURBE A VEHICULELOR DE CALE FERATĂ CU VITEZE MARI*

LEONARD BUDA

1. Introducere

Curbele de cale ferată limitează viteza de circulație la o valoare dată de relația $V_{max} = c\sqrt{R}$[Km h^{-1}]. După valoarea suprainălțării maxime a firului exterior al căii, cît și după calitatea materialului rulant, diferitele administrații de cale ferată limitează viteza de circulație dînd coeficientului c valori care să garanteze securitatea circulației. La CFR, pentru suprainălțarea maximă a firului exterior al căii de 150 [mm], se utilizează relația de calcul a vitezei maxime.

$$V_{max} = 4{,}25\sqrt{R}\ [\text{Km h}^{-1}] \tag{1}$$

ceea ce, comparativ cu vitezele ce se realizează în aliniament, reprezintă o restricție de neînlăturat în fața tendințelor de sporire continuă a vitezei de circulație. Deși curbele de cale ferată vor constitui și în viitor zone de limitare a vitezei, restricțiile actuale pot fi ameliorate atît acționînd asupra căii [1], cît și asupra materialului rulant [2], [3], [4]. În lucrarea de față se face o analiză a posibilităților materialului rulant existent privind parcurgerea curbelor de cale ferată, urmată de concluzii și propuneri privind construcția adecvată a materialului rulant.

2. Cazul general al parcurgerii unei curbe de către un vehicul de cale ferată

Se consideră un vehicul de cale ferată cu suspensie simplă ce se deplasează cu viteza V[Km h^{-1}] într-o curbă de rază R[m]. Datorită suprainălțării firului exterior al căii, vehiculul se înclină față de verticală cu unghiul α determinat prin construcția căii. Deplasarea cu viteză de mărime constantă a vehiculului în curbă dă naștere unei forțe centrifuge cu valoarea

$$F_c = \frac{G}{g}\frac{v^2}{R}\ [\text{Kg f}] \tag{2}$$

* Manuscris predat redacției la data de 14 februarie 1972.

în care

G [Kg f] greutatea cutiei vehiculului,
v [ms^{-1}] viteza de circulaţie în curbă,
R [m] raza curbei,
g [ms^{-2}] acceleraţia gravitaţională.

Dacă se consideră viteza V [Km h^{-2}] se obţine

$$F_c = \frac{G}{g} \frac{V^2}{12{,}96\ R} \tag{3}$$

Greutatea cutiei vehiculului şi forţa centrifugă menţionată au tendinţe antagoniste în ce priveşte echilibrul cutiei : în timp ce forţa centrifugă tinde să încline cutia spre exteriorul curbei, greutatea cutiei caută s-o readucă spre centrul de curbură (fig. 1).

Rezultanta celor două forţe, care depinde de valoarea vitezei de circulaţie şi a supraînălţării căii, determină condiţiile de echilibru ale putiei vehiculului. Astfel, dacă rezultanta R are direcţia axei vehiculului, cdică $\beta = \alpha$, rezultanta este transmisă în întregime prin suspensie şi asie către cale. Aceasta este situaţia cea mai favorabilă, deoarece totul se oetrece ca şi cum asupra osiilor ar acţiona o forţă dirijată după axa vehiculului de mărime $R = \frac{G}{\cos \alpha}$ şi care încarcă în mod egal roţile. Se spune atunci că forţa centrifugă este total compensată. Situaţia cea mai des întîlnită este însă cea în care $\beta > \alpha$, adică rezultanta R are direcţia spre firul exterior al căii. În acest caz, componentele sale, după axa vehiculului şi o direcţie perpendiculară pe ea, produc următorul efect : componenta N este transmisă în mod egal către firele căii în timp ce componenta T produce o încărcare a roţii exterioare şi o descarcă pe cea din interior. La valori ridicate ale componentei T există pericolul de răsturnare a vehiculului spre exteriorul curbei. Această posibilitate este însă preîntîmpinată de condiţia de confort care limitează valoarea ei. În această situaţie forţa centrifugă este numai parţial compensată.

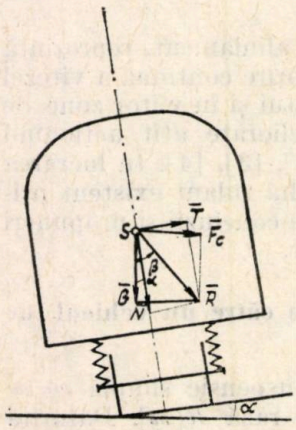


Fig. 1. Vehicul de cale ferată fără dispozitiv de înclinare a cutiei în curbe.

Condiţia de totală compensare a forţei centrifuge rezultă din figura 1 cînd $\alpha = \beta$,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_c}{G} \tag{4}$$

care, prin înlocuirea expresiei forţei centrifuge şi pentru $g = 9{,}81$ [m s^{-2}], devine

$$\operatorname{tg}\ \alpha = \frac{V^2}{127{,}13\ R} \tag{5}$$

Din relația (5) se poate determina valoarea unghiului α cu care trebuie înclinat vehiculului spre interiorul curbei spre a se obține o compensare totală a forței centrifuge atunci cînd vehiculul trece printr-o curbă de rază R, cu viteza de circulație V. Această înclinare a vehiculului se realizează prin construirea căii cu firul exterior supraînălțat.

Pentru o imagine completă a poziției necesare a vehiculului în diferite curbe și la diferite valori ale vitezei de circulație, în figura 2 au fost

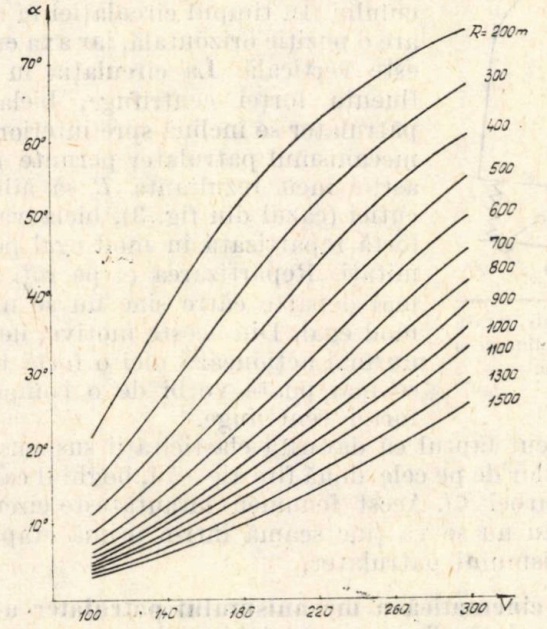


Fig. 2. Variația unghiului de înclinare a vehiculului de cale ferată în funcție de viteza de circulație și raza curbei.

trasate curbele $\alpha = f(V, R)$. Pentru viteze s-a ales intervalul cuprins între 100 și 300 [Km h^{-1}], iar pentru razele curbelor valorile cuprinse între 200 și 1500 [m].

Din figura 2 se desprind următoarele concluzii :

— cu viteza de circulație pînă la 100 [Km h^{-1}] în curbe cu $R \geqslant 500$ [m] ($R = 500$ [m] fiind limita minimă pentru curbele în zone de șes) este asigurat confortul numai prin înclinarea vehiculului datorită supraînălțării firului exterior al căii.

— pentru realizarea unei viteze mai mari de [100/Km h^{-1}] în curbe cu $R = 500$ [m] nu mai este suficientă supraînălțarea căii, înclinarea suplimentară pînă la cea indicată în figura 2 trebuie să fie atribuită materialului rulant.

3. Circulația în curbe a vehiculelor prevăzute cu dispozitive de înclinare a cutei

În condițiile de confort impuse, accelerația transversală să nu depășească valoarea de 0,8 /ms^{-2}/, viteza de circulație în curbe nu poate depăși valoarea dată de relația (1) fără o construcție adecvată a materialului

rulant. În această direcţie sînt mai multe tendinţe de rezolvare a problemei /2/, /3/, /4/. În prezentarea de faţă se face o analiză numai a dispozitivelor de înclinare a cutiei în curbe care au la bază mecanismul patrulater /5/. Aceste dispozitive au construcţie simplă şi o mare siguranţă în exploatare. În figura 3 este reprezentată schema unui astfel de dispozitiv. De o traversă a boghiului sînt articulate cele două balansiere, iar pe bielă se sprijină cutia vehiculului. În timpul circulaţiei în aliniament biela are o poziţie orizontală, iar axa cutiei vehiculului este verticală. La circulaţia în curbă, sub influenţa forţei centrifuge, biela mecanismului patrulater se înclină spre interiorul curbei. Dacă mecanismul patrulater permite înclinarea cutiei astfel încît rezultanta R să aibă direcţia axei cutiei (cazul din fig. 3), biela va prelua această forţă repartizată în mod egal pe ambele extremităţi. Repartizarea ei pe roţi şi transmiterea mai departe către şine nu se mai face însă în mod egal. Din aceste motive, deşi asupra cutiei nu mai acţionează nici o forţă transversală, nu se mai poate vorbi de o compensare totală a forţei centrifuge.

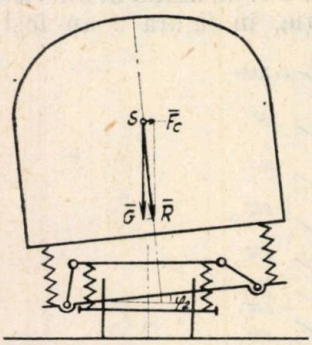


Fig. 3. Vehicul de cale ferată cu dispozitiv de înclinare a cutiei în curbe.

Este cunoscut faptul că datorită elasticităţii suspensiei şi încărcării neuniforme a roţilor de pe cele două fire ale căii, boghiul capătă o înclinare spre exteriorul curbei /6/. Acest fenomen înrăutăţeşte circulaţia în curbe, dar de efectul său nu se va ţine seamă într-o primă etapă de analiză şi sinteză a mecanismului patrulater.

4. Analiza cinematică a mecanismului patrulater utilizat la dispozitivele de înclinare a cutei în curbe

Datorită faptului că mecanismele utilizate la dispozitivele de înclinare a cutiei în curbe trebuie să realizeze o aceeaşi înclinare a bielei pentru o aceeaşi rază de curbură, indiferent de poziţia centrului de curbură, rezultă că trebuie să fie mecanisme simetrice. O altă condiţie impusă acestor mecanisme este ca la o deplasare a balansierelor spre exteriorul curbei, biela să se încline spre interiorul curbei.

În aceste condiţii, caracteristica principală a acestor mecanisme este $\varphi_2 = f(\varphi_1)$, adică dependenţa unghiului bielei faţă de unghiul unuia dintre balansiere considerat element iniţial.

Considerînd mecanismul din figura 4 raportat la sistemul de axe $x\ y$ se va determina pentru o poziţie oarecare relaţia dintre unghiul bielei φ_2 şi unghiul balansierului φ_1 /7/. Se consideră laturile mecanismului ca

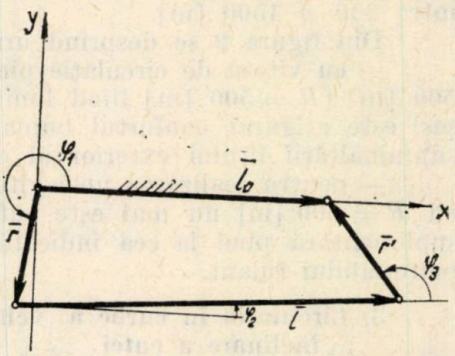


Fig. 4. Determinarea pe cale analitică a unghiului de înclinare a bielei mecanismului utilizat la dispozitivele de înclinare a cutiei în curbe.

vectori de mărime, direcție și sens corespunzătoare celor de pe figură. Conform cu figura se poate scrie :

$$\bar{r} + \bar{l} + \bar{r}' = \bar{l}_0 \tag{6}$$

sau proiectînd pe axele sistemului și avînd în vedere că $|r| = |r'|$ se obține

$$\varphi_2 + 1 \cos \varphi_2 + r \cos \varphi_3 = l_0 \tag{7}$$

$$r \sin \varphi_1 = l \sin \varphi_2 + r \sin \varphi_3 = 0$$

Ecuațiile (7) pot fi puse și sub forma :

$$r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 - l_0 = - r \cos \varphi_3 \tag{8}$$

$$r \sin \varphi_1 + l \sin \varphi_2 = - r \sin \varphi_{23}$$

care prin ridicare la pătrat și adunare duc la :

$$(r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 - l_0)^2 + (r \sin\varphi_1 + l \sin \varphi_2)^2 = r^2, \tag{9}$$

iar după efectuarea calculelor :

$$2rl \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 = 2 rl_0 \cos \varphi_1 - (l^2 + l^2_0) - 2l (r \cos \varphi_1 - l_0) \cos \varphi_2 \tag{10}$$

Făcînd notațiile

$$a = 2 rl \sin \varphi_1$$

$$b = 2 l(r \cos \varphi_1 - l_0) \tag{11}$$

$$c = 2 rl_0 \cos \varphi_1 - (l^2 + l^2_0)$$

ecuația (10) devine :

$$a \sin \varphi_2 + b \cos \varphi_2 = c \tag{12}$$

care rezolvată prin metoda substituției are ca soluții

$$\varphi_2 = 2 \operatorname{arc\,tg} \frac{a \pm \sqrt{a^2+b^2-c^2}}{b + c} \tag{13}$$

Mecanismul patrulater utilizat la suspensia locomotivei 060 DA din parcul CFR are următoarele caracteristici : $r = 285$ [mm], $l = 2120$ [mm], $l_0 = 1990$ [mm] și $\gamma = 13°12'$ (unghiul făcut de balansier în stare de repaus cu o direcție verticală).

Unghiul φ_1 corespunzător figurii 4 are valoarea

$$\varphi_1 = 270° - \gamma = 256°48'.$$

Pentru această valoare a unghiului φ_1 biela are o poziţie orizontală deci $\varphi_2 = 0$.

Rezolvînd ecuaţia (12) pentru diferite valori ale unghiului φ_1 se obţin pentru φ_2 valorile din tabelul 1.

Tabel 1

φ_1	256°48′	260°	265°	2170°	275°	270°
φ_2	0	12′	30′	50′	1°12′	1°34′

Întrucît jocul transversal dintre cutia vehiculului şi boghiu este limitat la 30 [mm] rezultă că balansierul are şi el o mişcare limitată. Conform cu figura 5 se poate scrie că

$$\overline{aa'} = r \sin \gamma - r \cos \delta \tag{14}$$

sau

$$\cos \delta = \frac{r \sin \gamma - \overline{aa'}}{r} \tag{15}$$

din care rezultă cos $\delta = 0{,}12251$ şi $\delta = 83°$.

Unghiul maxim pe care îl poate face balansierul este $\varphi_1 = 180° + \delta = 263]°$ pentru care corespunde $\varphi_2 = 20'$.

Aceste rezultate arată că mecanismul utilizat la locomotiva 060 DA nu permite realizarea unei viteze de circulaţie superioare celei cu care

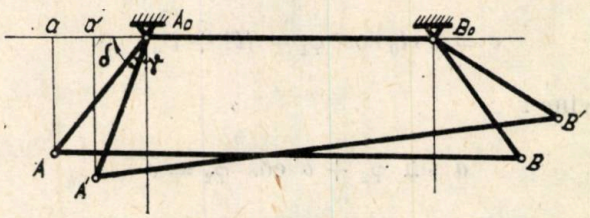


Fig. 5. Determinarea unghiului maxim al balansierului în funcţie de jocul dintre cutie şi boghiu.

circulă în prezent în curbe. Creşterea domeniului de variaţie a unghiului φ_1 al balansierului nu este posibilă din motive de gabarit.

Pentru a studia diferite variante care provin din mecanismul analizat se propun unele modificări ale parametrilor mecanismului iniţial. Se are în vedere ca aceste modificări să nu influenţeze dimensiunile transversale ale vehiculului. Din aceste motive s-a acţionat numai asupra dimensiunii l_0 pentru care au rezultat valorile corespunzătoare ale lungimii

balansierelor și unghiului γ. S-a notat cu zero mecanismul original și cu 1, 2, 3 variantele lui. Parametrii acestor mecanisme se găsesc în tabelul 2.

Tabel 2

Parametrul / Mecanismul	l	l_0	r	γ
0	2120	1990	285	13°12′
1	2120	1900	298	21°38′
2	2120	1850	308	25°57′
3	2120	1800	320	29°58′

Cu acești parametri au fost calculate valorile lui φ_2 pentru fiecare variantă a mecanismului inițial. Datele obținute sînt trecute în tabelul 3.

Tabelul 3

φ_1 / φ_2	240°02′	244°03′	248°23′	250°	255°	256°48′	260°	265°	270°	275°	280°	285°
Mec. 0						0	12′	30′	50′	1°12′	1°34′	2°01′
Mec. 1			0		43′		1°16′	1°53′	2°34′	3°20′	4°18′′	5°37′
Mec. 2		0		47′	1°39′		2°14′	3°05′	4°04′	5°20′	7°19′	
Mec. 3	0			1°36′	2°29′		3°30′	4°41′	6°15′	9°39′		

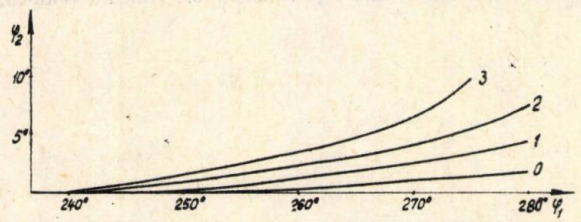


Fig. 6. Variația unghiului de înclinare a bielei în funcție de unghiul balansierului pentru mecanismul original și variantele lui.

În figura 6 au fost trasate curbele $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ pentru mecanismul original și pentru cele trei variante ale lui. Se observă creșteri mai pronunțate ale lui φ_2 pentru valori ridicate ale lui φ_1, adică în domeniul neutilizabil.

5. Concluzii

Din analiza făcută asupra circulației în curbe a vehiculelor de cale ferată fără dispozitive de înclinare a cutiei în curbe, cît și a celor ce posedă aceste dispozitive rezultă următoarele concluzii:

a) Vehiculele de cale ferată care nu sînt înzestrate cu dispozitive de înclinare a cutiei în curbe au viteza limitată la $V_{max}=100 m/Kmh^{-1}/$ pentru curbele cu $R = 500$ /m/.

b) Caracteristicile mecanismului patrulater utilizat la locomotiva 060 DA nu permit creșterea vitezei de circulație în curbele cu $R = 500$ /m/ peste viteza maximă actuală a locomotivei.

c) Variantele analizate ale mecanismului patrulater, deși au caracteristici superioare mecanismului original, nu pot duce la sporiri simțitoare ale vitezei de circulație în curbe.

d) Realizarea unor dispozitive de înclinare a cutiei vehiculelor în curbe, care să permită sporirea esențială a vitezelor de circulație, poate fi înfăptuită numai pe baza sintezei unor noi tipuri de mecanisme.

Catedra de teoria mecanismelor și a mașinilor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Jacops, A. Ir.* — Vitesse des trains dans les courbes. Bulletin de l'Association internationale du Congrès des Chemins de fer, 5—1961.
2. *Schmicker, B., Kirchlechner, H.* — Beitrag zur Steigerung der spezifieschen Hochstgeschwindigkeit im Gleisbogen. Glasers Annalen, 7 — 1965.
3. *** — Titling Coaches to Taise Speeds on Curves. Railway Gazette, Vol. 126, 17 — 1970.
4. *Terrasse, R. M., Joly, R. M.* — Circulation en courbe des voitures ferroviaires a caisse inclinable, Revue Générale des Chemins de fer, 5—1970.
5. *Manolescu, N.,I.* — Contribution a l'étude cinématique et dynamique de la suspension des bogies au passage des courbes. Buletinul Institutului politehnic București, TOM 28, nr. 5 — 1966.
6. *Sebeșan, Șt. Tregubleac, Șt.* — Contribuții la stabilirea vitezelor maxime de circulație în curbe a vehiculelor de cale ferată cu dispozitive de rulare conjugate. Lucrare comunicată la Sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic București, 1971.
7. *Artobolevski, I. I.* — Teoria mecanismelor și a mașinilor. Editura tehnică, București, 1955.

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele şi iniţialele de prenume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40 820

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXXVI NUMĂRUL 3 ANUL 1974

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. dr. ing. *Petru Baltă*; Prof. dr. docent ing. *George Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Academician Prof. *Emilian Bratu*,; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Gleb Dăgan*; Prof. dr. ing. *Alexandru Fransua*; Prof. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* (secretar ştiinţific) Prof. dr. docent *Gheorghe Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Nicolae Manolescu*; Prof. ing. *Ştefan Mantea*; Prof. dr. ing. *Marius Preda*; Prof. ing *Mihai Renert*; Conf. dr. ing. *Mircea Soare*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*.

Redactor responsabil

Rector

Academician *Radu Voinea*

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10

Sumar

MATEMATICA

C. Radu

Asupra modelului mecanic al polimerizări mediilor visco-elastice liniare 7

FIZICA

D. Anghelescu, L. Anghelescu, M. Dima, A. Vogel

Asupra izotropiei urmelor α în stele din familia toriului 15

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Drimuș, Claude Florescu

Die Einleitung der Oxydationsreaktion der Paraffine mit Molekularsauerstoff durch Vorbestrahlung mit ionisierenden Strahlungen . . 19

Gr. Teodorescu, Rodica Cătuneanu, Cornelia Guran

Metode de determinare a plumbului cu sarea Reinecke 27

MECANICA

D. Voiculescu, N. Pandrea

Considerații asupra cinematicii rigidului cu un punct fix 31

E. Deciu

Uber einige mechanische Modelle des Verformungsvorganges beim Walzen 37

MECANICA FINĂ

Gh. Diaconescu

Unele criterii și recomandări în alegerea și proiectarea elementului elastic pentru aparatele de măsurat presiuni mici 49

REZISTENȚA MATERIALELOR

V. Kuceriuc

O metodă variațională de calcul pentru plăci și sisteme de plăci . . . 59

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grunwald, C- Andreescu

Unele influenţe asupra nivelului şi distribuţiei de temperatură din camera de ardere a motoarelor cu aprindere prin scînteie 67

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

Gh. Bădescu, C. Neagu

Mişcarea punctului pe elicea toroidală 75

I. Popescu

Analiză comparativă a schemelor generalizate de orientare şi fixare a seulelor aşchietoare pe maşini-unelte 81

TRANSPORTURI

Gh. Anton, N. Nistor

Aplicarea teoriei probabilităţii şi statisticii matematice în problemele de trafic rutier 87

A. P. Stoicescu

Contribuţii la studiul maniabilităţii automobilului cu diferenţial autoblocabil 103

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

D. C. 517

C. Radu

It Concerns the Mecanic Model of Polymerisation Media Viscous – Elastic Lineary

In the research work it is showed the remanent tension which appears at the end of the polymerisation of a viscous — elastic and lineary medium.

The general model is *illustrated* at the end of the research work on the peculiar case of polymerisation of a thin plate.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

D. C. 539.22

D. Anghelescu, L. Anghelescu, M. Dima, A. Vogel

Angular Distribution of α Tracks in Thorium-Stars.

Isotropy of tracks in thorium stars is discussed. Possible systematic errors are presented.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

D. K. 66

I. Drimuș, Claude Florescu

Die Einleitung der Oxydationsreaktion der Paraffine mit Molekularsauerstoff durch Vorbestrahlung mit ionisierenden Strahlungen

Es werden Probleme im Zusammenhang mit der thermischen, thermokatalytischen, chemischen, phatochemischen und radiochemischen Einleitung einiger reiner und technischer N-Paraffine mit 12—35 Kohlenstoffatom im Molekül besprochen.

Betrachtungen die Einleitungsmenge betreffend werden erörtert und ein Mechanismus für die Einleitung der Oxydationsreaktion der mit ionisierenden Strahlungen vorbestrahlten Paraffine vorgeschlagen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

D. C. 54

Gr. Teodorescu, Rodica Cătuneanu, Cornelia Guran

Methods for Leads Determinations.

In the volumetric method dosing has been effected indirectly by using the Reinecke salt as. precipitating reagent.

After filtration, the precipitate has been dissolved with acetone, and treated with silver nitrate solution in excess, the excess being titrated with ammonium thiocyanate solution.

In the gravimetric method, lead has been determinated as

$$Pb[(Cr(NH_3)_2(NCS)_4]_2.$$

In the colorimetric method Reinecke salt has been used to precipitate, and the precipitate formed has been dissolved in acetone; the intensity of the colour has been measured by means of a B. Lange and ФЭК colorimeter.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C. D. 531.1

D. Voiculescu N. Pandrea

Consideration sur la cinématique du rigide à un point fixe

Le présent article porte sur la façcon dont on définit le vecteur — vitesse angulaire conçernant le rigide à un point fixe, à partir de l'étude de ces déplacements finits.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

D. C. 532.135

E. Deciu

On Some Mechanical Models of the Process of Rolling Defornation

The paper presents a mechanical study of rolling phenomena. The material is considered to be a continous medium with rheological properties. Several models are used : viscous fluid with constant viscosity (Newton model), viscous fluid with variable viscosity and pseudoplastic non-newtonian fluid.

The study concerns the motiom in a convergent-divergent nozzle, which has the same shape as the contact surface between cylindres and the deformed material. Results can be applied to metal and plastic material rolling.ww

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

D. K. 681

Gh. Diaconescu

Einige Kriterien und Empfehlungen zur Auswahl und Projektierung des elastischen Elements in den Tiefdruckmessgeräten

Die Arbeit behandelt Probleme der Auswahl und des Entwurfs der elastischen Elemente, vom Typ der Membranen, so wie sie in den Geräten zur Tiefdruckmesstung angewendet werden.

Es werden die Fälle untersucht, in denen einfach gewellte Membranen oder Membranen mit gewelltem Rand angewendet werden, als auch der Einfluss einiger konstruktiver Parameter, die zur Steigerung der Empfindlichkeit und Verbesserung der Kennlinie dieser Membranen führen.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

Резюме-Summary-Résume-Zusammenfassung

Д. К. 539.4

Кучерюк В.

Вариационный метод расчета пластин и пластичатых систем

В статье кратко изложены результаты, ранее полученные с участием автора, по применению вариационного метода к расчету пластин и пластинчатых систем.

Предлагается новый вариант применения методов строительной механики их расчету пластинчатах систем. Искомые неизвестные канонических уравнений (усилия, перемещения) представляются в виде произведения неизвестного числа на функцию распределения искомого фактора вдоль сечения. Эта функция соответствует характеру распределения неуравновеченного момента вдоль фиктивной связи от действия заданной нагрузки.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

C. D. 621.4

B. Grünwald, C. Andreescu

Quelques infuences sur le niveau et la distribution de température dans la chambre de combustion des moteurs à allunge par étincelle

En se basant sur un modèle original de différenciation thermique du fluide moteur on étudie l'influence de certains facteurs-le transferts de chaleur, l'acrchitecture de la chambre de combustion, la dispersion cyclique, le nombre de tours-sur le niveu et la distribution de température dans la chambre de combustion des moteurs à allumage par étincelle. On interprète les diagrammes indiqués provenant de deux moteurs différents et on met en évidence, pour la première fois, le rôle important que les facteurs énumérés l'ont dans la détermination des températures dans la chambre de combustion, ce qui a une très grande importance, par exemple sur le processus de cinétique chimique.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

C. D. 621.924.3

Gh. Bădescu, C. Neagu

Le mouvement du point sur l'hélice toroidale

Dans ce travail on étudie le mouvement d'un point matérial sur une hélice toroidale. On détérmine l'expression de la vitesse du point, les équations paramètriques de la trajectoire et la grandeur du pas d'hélice en dependence des parametres connus du mouvement.

Les résultats obtenus ont des applications pratiques dans l'usinage à coup des surfaces toröidales.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

Резюме-Summary-Résumé-Zusammenfassung

C. D. 621.91.07

I. Popescu

L'analyse comparative des schémas généralisés d'orientation et fixation des outils coupants sur machines outils.

Dans l'ouvrage s'analysent comparativement, mecanique et technologique, les schémas généralisés d'orientation et fixation des outils coupants. Il résulte les déficiences de schéma généralisé d'orientation et fixation d'outils de tours et on donne des solutions de résolution pour nouvelles solutions constructives.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

D. C. 519.2:656.078

Gh. Anton, N. Nistor

Aplications of Probability Theory and Statistics to Traffic Flow Problems

This paper presents the distribution structures of discrete and continous variables which have a large use in solving typical problems and situations.

In this order, the traffic road is considered as a system which contain processes in which exists a requirement of service which determine the congestion of system, because there are random fluctuations in arrival rates, or, in way of service, or, in both of them.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

C. D. 656

A. P. Stoicescu

Contributions á l'étude de la maniabilité de l'automobile á differentiel á autoblocage

Dans l'article on étudie le mouvement circulaire de l'automobile avec differentiel à autoblocage. On considère le cas du differentiel bloqué et nonbloqué.

On établit des relations qui permetent la déterminations effective des paramètres du mouvement, en considerant aussi l'élasticité tangentielle des pneus. On montre que le différentiel à autoblocage a un effet sous-virateur, qui est plus accentué aux voitures survirantes.

Bul. Inst. politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" Buc. Tom. XXXVI Nr. 3/1974

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

MATEMATICĂ

C.Z. : 517

ASUPRA MODELULUI MECANIC AL POLIMERIZĂRI MEDIILOR VISCO-ELASTICE LINIARE*

CONSTANTIN RADU

În lucrarea [1] au fost descrise proprietățile specifice materialelor polimere. Una dintre aceste proprietăți o constitue reacția prin care se formează compusul macromolecular din substanțele de plecare cu molecule mici.

Reacțiile [1] ce duc la formarea materialelor polimere se încadrează în două tipuri principale : reacții de polimerizare și reacții de policondensare. Prin polimerizare se înțelege reacția de unire a moleculelor de monomer fără formarea unui compus secundar cu moleculă mică, iar prin policondensare se înțelege reacția de sinteză a materialelor macromoleculare care sînt însoțite și de formarea unor materiale micromoleculare. În lucrare ne vom ocupa numai de reacțiile de polimerizare urmărind în special tensiunea remanentă ce ia naștere în finalul polimerizării. Pentru aceasta vom introduce anumite funcții analoge cu temperatura de amestec care să exprime influența gradului de polimerizare, asupra proprietăților vîsco-elastice ale mediului care polimerizează.

Mai jos vom prezenta un model mecanic al mediului care polimerizează bazat pe teoria vîsco-elasticității liniare în care se ține seamă de variația structurii proprie materialului.

1. Se știe [2], [3] că procesul polimerizării materialelor poate fi descris cu ajutorul ecuației cinetice :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = V(\eta, T) \tag{1.1}$$

în care $0 \leqslant \eta \leqslant 1$ este o funcție crescătoare de timp ce caracterizează gradul de polimerizare, T este temperatura absolut ă iar $V(\eta, T)$ este viteza de reacție, funcție de gradul de polimerizare dobîndit și de temperatura absolută.

Datorită căldurii de separare ce apare în procesul polimerizării și a dependenței caracteristicilor termo-fizice de gradul de polimerizare, soluția ecuației cinetice (1.1) se poate afla numai împreună cu ecuația termoconductibilității :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial T_s}{\partial t} \tag{1.2}$$

* Manuscris predat. redacției la data de 15 ianuarie 1973.

unde funcţia $\frac{\partial T_s(\eta, T)}{\partial t}$ descrie temperatura de separare la polimerizare, $\lambda(\eta, T)$ este coeficientul de termoconductibilitate, $c(\eta, T)$ este capacitatea termică iar $\rho(\eta, T)$ este densitatea mediului care polimerizează; x^i sînt coordonatele carteziene.

Ecuaţiei (1.1) este necesar să i se anecseze condiţii iniţiale, iar ecuaţiei (1.2) condiţii iniţiale şi la limită pe care nu le concretizăm.

Starea de tensiune şi deformaţie a mediului care polimerizează o descriem prin tensorul tensiune $\sigma_{ij}(x^2, x^2, x^3, t) \equiv \sigma_{ij}(x,t)$ şi tensorul de deformaţie $\varepsilon_{ij}(x^2, x^2, x^3, t) = \varepsilon_{ij}(x, t)$. Este evident că aceşti tensori satisfac ecuaţiile de mişcare şi ecuaţiile de compatibilitate a deformaţiei,

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^i} + X_j = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \tag{1.3}$$

$$L_k(\varepsilon_{ij}) = 0 \quad K = 1,2,\ldots,6 \tag{1.4}$$

unde X_j este vectorul forţei de volum, u_j vectorul deplasare, L_k sînt operatorii diferenţiali.

Presupunem în sfîrşit că în tot timpul polimerizării, materialul polimer ce se formează ,este un mediu vîsco-elastic liniar de tip ereditar cu parametri vîsco-elastici ce depind de gradul de polimerizare şi de temperatură. Aşa dar legătura între tensiune şi deformaţie va fi de forma, [4], [5]

$$s_{ij}(x, t) = 2G_0(\eta, T)e_{ij}(x, t) + \int_0^t R(t' - \tau')e_{ij}(x, \tau)d\tau.$$

$$\sigma(x, t) = 3H_0(\eta, T)\left[\varepsilon(x, t) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\rho_1(x, t^*)}{\rho_1(x, t)}\right)\right] +$$

$$+ 3\int_0^t S(t'' - \tau'')\left[\varepsilon(x, \tau) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\rho_1(x, \tau^*)}{\rho_1(x, \tau)}\right)\right]d\tau. \tag{1.5}$$

în care G_0 şi H_0 sînt respectiv modulul instantaneu de forfecare şi modulul deformaţiei de volum, s_{ij} şi e_{ij} sînt deviatorii tensiunii şi ai deformaţiei, $\sigma = \frac{\sigma_{ij}}{3}$, $\varepsilon = \frac{\varepsilon_{ij}}{3}$, R şi S sînt nuclee de relaxare determinaţi din experienţe la dilatare simplă şi comprimare volumică cu medii pentru care polimerizarea este încheiată (adică pentru care $\eta = 1$) la o anumită temperatură etalon T_e. Apoi

$$\rho_1(x, t) = \rho[\eta(x, t), T(x, t)]$$

unde timpul t^* corespunde gradului de polimerizare η^* la care începe experienţa şi se determină din condiţia,

$$|\sigma(x, t^*)| > 0$$

Pe baza principiului echivalenței temperatură — timp introducem funcțiile $f\,[T(t)]$ și $g[T(t)]$ și postulînd principiul echivalenței polimerizare — timp ($\eta \sim t$) prin introducerea funcțiilor $\varphi(\eta, \eta^{**})$ și $\psi\,(\eta, \eta^{*})$ ce depind de începutul experienței și de gradul de polimerizare, dar care nu depind de temperatură, definim :

$$t' - \tau' = \int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{f\,[T(\xi)]\,.\,\varphi\,[\eta(\xi), \eta^{**}]}$$

$$t'' - \tau'' = \int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{g[T(\xi)]\,.\,\psi[\eta(\xi), \eta^{*}]} \tag{1.6}$$

în care η^{**} și η^{*} sînt valorile lui η la care încep experiențele elementului de volum cu coordonatele $x = (x^2, x^2, x^3)$; timpul t^{**} corespunzător valorii $\eta = \eta^{**}$ se determin ă din condiția : $|s\ (x, t^{**})| > 0$, iar timpul t^{*} corespunzător valorii $\eta = \eta^{*}$ se determină din condiția $|\tau(\sigma, t^{*})| > 0$.

Avînd în vedere egalitățile (1.6) din (1.5) obținem :

$$s_{ij}(x, t) = 2\,G_0\,(\eta, T)\,e_{ij}\,(x, t) + \int_0^t R\left(\int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{f[T(\xi)]\varphi\,[\eta(\xi), \eta^{**}]}\right) e_{ij}(x, \tau)\,d\tau$$

$$\sigma(x, t) = 3\,H_0\,(\eta, T)\left[\varepsilon(x, t) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\rho_1\,(x, t^{*})}{\rho_1\,(x, t)}\right)\right] +$$

$$+ 3\int_0^t S\left(\int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{g[T(\xi)]\psi\,[\eta(\xi), \eta^{*}]}\right)\left[\varepsilon(x, \tau) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{\rho_1(x, \tau^{*})}{\rho_1(x, \tau)}\right)\right] d\tau \tag{1.7}$$

Sistemul (1.1) — (1,7) reprezintă o combinație a problemei fizico-matematice cu condiții inițiale și la limită relativ la funcțiile η, T, σ_{ij}, ε_{ij}.

Integrarea acestui sistem se referă la soluțiile a două probleme; anume din ecuațiile (1.1) — (1.2) se obțin funcțiile η și T, iar din sistemul (1.3) — (1.7) tensiunile și deformațiile. În continuare nu ne vom referi la cazul general ci la cazul unui corp termoizolat.

2. Presupunem că mediul care polimerizează ocupă un volum termoizolat; atunci sistemul (1.1) — (1.2) devine :

$$\frac{d\eta}{dt} = V(\eta, T) \tag{2.1}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dT_s}{dt}$$

Din a doua ecuație (2.1) prin integrale obținem,

$$T(t) = T_0 + T_s(\eta, T) - T_s(0, T_0) \tag{2.2}$$

unde T_0 este temperatura la începutul reacției. Rezolvînd (2.2) în raport cu T și substituind valoarea găsită în prima ecuație (2.1) rezultă,

$$t = \int_0^{\eta} \frac{d\xi}{V[\xi, T(\xi, T_0)]}$$

sau

$$\eta = \eta(t, T_0) \tag{2.3}$$

Astfel cunoscînd pe T_0 vom cunoaște legea de variație în timp a temperaturii și a gradului de polimerizare, în volumul considerat, care este liber de tensiune în tot timpul polimerizării.

Vom nota cu A_{ij} volumul la $\eta = \eta_i$ și $T = T_j$. Variind T_0 în limite permise putem obține pentru $\eta = \eta_i$ valoarea temperaturii $T = T_j$ iar timpul corespunzător îl vom nota cu t_{ij}.

Termoizolînd A_{ij}, variația lui T și η se determină din egalitățile (2.2) și (2.3). Supunînd proba (volumul) A_{ij} la o experiență de [6] relaxare (simplă dilatare) și trasînd graficul tensiune-timp ($E_{ij}(t)$) obținem curba de relaxare E_{ij} (t) la dilatarea simplă din care determinăm valoarea modulului de elasticitate instantanee E_0 (η, T).

Dintr-o experiență analogă la comprimarea volumică obținem curba de relaxare $F_{ij}(t)$ din care vom determina valoarea modulului deformației de volum instantaneu F_0 (η_i, T_j). Variind combinația valorilor lui η_i și T_j putem determina funcțiile E_0 (η, T) și F_0 (η, T) în tot intervalul de variație al lui η și T.Mai departe în virtutea postulării principiului echivalenței temperatură-polimerizare-timp $(T \sim \eta \sim t)$ la $t \geqslant t_{ij}$ din (1.7) obținem :

$$E_{ij}(t) = E(t) + \frac{1}{6}\int_{t_{ij}}^{t} R\left(\int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{f[T(\xi)]\varphi[\eta(\xi), \eta^{**}]}\right) \frac{9F(\tau) - E(\tau)}{F(\tau)} d\tau.$$

$$F_{ij}(t) = F(t)\left[1 + \frac{1}{3\varepsilon_0}\left(1 - \frac{\rho(t_{ij})}{\rho(t)}\right)\right] +$$

$$+ \int_{t_{ij}}^{t} S\left(\int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{g[T(\xi)]\psi[\eta(\xi), \eta^{**}]}\right) \cdot \left[1 + \cdot \frac{1}{3\varepsilon_0}\left(1 - \frac{\rho(t_{ij})}{\rho(\tau)}\right)\right] d\tau. \tag{2.4}$$

unde $E(t) = E_0\,[\eta(t), T(t)]$ iar $F(t) = F_0\,[\eta(t), T(t)]$ iar $\rho(t) = \rho\,[\eta(t), T(t)]$.

Aici $\eta(t)$ și $T(t)$ se determină din egalitățile (2.2) și (2.3) pentru $t \geqslant t_{ij}$ și ε_0 = constant. Ecuațiile (2.4) sînt ecuații funcționale din care se determină funcțiile $\varphi(\eta, \eta_i)$ și ψ (η, η_i).

Dacă admitem că funcțiile φ și ψ nu depind de valorile lui η_i la care începe încărcarea probei A_{ij}, adică

$$\varphi\ (\eta, \eta_1) = \varphi\ (\eta, \eta_2) = \ldots = \varphi_0(\eta)$$

şi

$$\psi(\eta,\ \eta_1) = \psi(\eta_1\eta_2) = \ldots = \psi_0(\eta)$$

atunci se poate vorbi de existenţa echivalenţei $T - \eta - t$ independentă de începutul încărcării elementului (probei) considerat din mediul care polimerizează.

Pentru a integra ecuaţiile funcţionale neliniare (2.4) vom căuta să le reducem la un sistem de ecuaţii algebrice neliniare.

Anume pentru prima ecuaţie (2.4) căutăm funcţia sub forma:

$$\frac{1}{\varphi(\eta,\ \eta_i)} = \sum_{n=1}^{N} \alpha_n(\eta_i) f_n(\eta) \tag{2.5}$$

unde $\alpha_n(\eta_i)$ sînt constante necunoscute iar $f_n(\eta)$ este un sistem oarecare de funcţii ortonormate. Înlocuind (2.5) în prima ecuaţie (2.4), obţinem,

$$E_{ij}(t) - E(t) = \frac{1}{6}\int_{t_{ij}}^{t} R\left(\int_{\tau}^{t} \frac{1}{f[T(\xi))]} \sum_{n=1}^{N} \alpha_n(\eta_i) f_n(\eta)\, d\xi\right) \frac{9F(\tau) - E(\tau)}{F(\tau)}\, d\tau.$$

sau notînd prin

$$\varphi_n(t,\ \tau) = \int_{\tau}^{t} \frac{d\xi}{f[T(\xi)]} f_n[\eta(\xi)].$$

avem:

$$E_{ij}(t) - E(t) = \frac{1}{6}\int_{t_{ij}}^{t} R\left(\sum_{n=1}^{N} \alpha_n \varphi_n(t,\tau)\right) \frac{9F(\tau) - E(\tau)}{F(\tau)}\, d\tau. \tag{2.6}$$

Amplificînd ecuaţia (2.6) cu $f_k(\eta(t))$ şi integrînd în raport cu timpul de la $t = t_{ij}$ la $t = t'_{ij}$, unde t'_{ij} este timpul de terminare al experienţei de relaxare a probei A_{ij}, obţinem următorul sistem de ecuaţii algebrice neliniare relativ la necunoscutele α_n:

$$Q_k(\alpha_e) = \int_{t_{ij}}^{t'_{ij}} [E_{ij}(\xi) - E(\xi)] f_k(\eta(\xi)) d\xi;\ k = 1,2,\ldots,N. \tag{2.7}$$

în care am notat

$$Q_k(\alpha_n) = \frac{1}{6}\int_{t_{ij}}^{t'_{ij}} f_k(\eta(t))\, dt \int_{t_{ij}}^{t} R\left(\sum_{n=1}^{N} \alpha_n \varphi_n(t,\tau)\right) \frac{9F(\tau) - E(\tau)}{F(\tau)}\, d\tau.$$

Pentru rezolvarea sistemului (2.7) se poate aplica de pildă metoda lui Newton-Kantarovici [7].

Mai jos vom trata următorul exemplu:

3. Determinarea tensiunii remanente ce ia naştere prin polimerizarea unei plăci

Fie o placă subţire de grosime 2h pentru care la începutul polimerizării avem $t = \eta = 0$. În momentul cînd placa începe să polimerizeze, va lua naştere căldura $C(t)$ care va trebui să satisfacă pe ambele suprafeţe ale plăcii, condiţiile :

$$C(0) = C(t_e) = 0 \tag{3.1}$$

unde t_e este timpul de terminare a polimerizării. Dacă neglijăm degajarea de căldură (schimbul cu mediul înconjurător) şi ne limităm la a considera numai căldura de pe suprafeţe, care variază suficient de lent, atunci distribuţia de temperatură în placă are forma : [8]

$$T(z, t) = T_0 + \frac{1}{h\rho c}\int_\tau^t C(\tau)\, d\tau - \frac{C(t)}{\lambda} + z^2 \frac{C(t)}{2\lambda h^2} \tag{3.2}$$

în care T_0, ρ, c, λ sînt mărimi definite în ecuaţia (1.2). Ca şi în cazul termo-elasticităţi tensorul tensiune σ_{ij} şi tensorul de deformaţie vor avea componentele :

$$\sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0 \text{ şi } \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0 \tag{3.3}$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{22} = S(z, t);\ \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon(z, t)$$

Avînd în vedere egalităţile (3.3), ecuaţiile de echilibru sînt satisfăcute identic, iar din condiţiile de compatibilitate ale deformaţiei obţinem :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} = 0 \tag{1.4}$$

Din (3.4) şi din simetria funcţiei $\varepsilon(z, t)$ în raport cu planul xoy putem considera într-o primă aproximaţie că $\varepsilon(z, t) = \varepsilon(t)$.

În ipoteza incompresibilităţii mecanice a materialului plăci, din care avem $\varepsilon_{ii} = 3\alpha T$, din prima ecuaţie (1.5) obţinem :

$$\frac{1}{3} S(z, t) = 2 G_0(\eta, T) \left[\varepsilon(t) - \alpha T_0 - \frac{\alpha}{h\rho c}\int_0^t C(\tau) d\tau + \frac{\alpha C(t)}{6\lambda} - \right.$$

$$\left. - \alpha z^2 \frac{C(t)}{2\lambda h^2}\right] + \int_0^t R(t' - \tau') \left(\varepsilon(\tau) - \alpha T_0 - \frac{\alpha}{h\rho C}\int_0^\tau C(u) du + \right. \tag{3.5}$$

$$\left. + \frac{\alpha C(\tau)}{6\lambda} - \alpha z^2 \frac{C(\tau)}{2\lambda h^2}\right]$$

Sau introducînd notaţiile simplificatoare :

$$T_0 + \frac{1}{h\rho c}\int_0^t C(\tau)\,d\tau - \frac{C(t)}{6\lambda} \equiv T_1(t),$$

$$\frac{C(t)}{2\lambda h^2} = T_2(t)$$

$$\varepsilon^*(t) = \varepsilon(t) - \alpha T_1 \tag{3.6}$$

relaţia (3.5) mai poate fi scrisă sub forma :

$$\frac{1}{3}S(z,t) = 2G_0(\eta, T)[\varepsilon^*(t) - \alpha z^2 T_2(t)] + \int_0^t R(t'-\tau)\,[\varepsilon^*(\tau) - \alpha z^2 T_2(\tau)]d\tau, \tag{3.7}$$

Descompunem nucleul $R(t'-\tau')$ după puterile pa4ametrului mic : $\beta = \frac{T_2}{T_1}z^2 = T_3 z^2$ unde $T_3 = \frac{T_2}{T_1}$ sub forma :

$$R(t'-\tau') = f_0(t,\tau) + \beta f_1(t,\tau) \tag{3.8}$$

unde

$$f_0 = R(t'-\tau')|_{\beta=0}$$

$$f_1 = \left[\frac{dR}{d(t'-\tau)}\cdot\frac{d(t'-\tau')}{d\beta}\right]_{\beta=0} \tag{3.9}$$

aşa încît (3.7) devine,

$$\frac{1}{3}S(z,t) = 2G_0[\varepsilon^*(t) - \alpha z^2 T_2] + \int_0^t f_0\left\{\varepsilon^*(\tau) + z^2\left[\varepsilon^*(\tau)\frac{f_1}{f_0}T_3 - \alpha T_2\right]\right\}d\tau. \tag{3.10}$$

Cum tensiunea $s(z,t)$ trebuie să satisfacă la ecuaţia $S(z,t) = 0$ pe suprafeţele plăcii, atunci conform principiului lui Saint—Venant avem :

$$\int_0^h S(z,t)\,dz = 0.$$

De aici, avînd în vedere (3.10) obţinem ecuaţia integrală pentru determinarea lui $\varepsilon^*(t)$ din care determinăm deformaţia $\varepsilon(t)$, anume :

$$\frac{1}{h}\left[2\varepsilon^*(t)\int_0^h G_0 dz - 2\alpha T_2\int_0^h z^2 G_0 dz\right] + \int_0^t f_0\left\{\varepsilon^*(\tau) + \frac{h^2}{3}\left[\varepsilon^*(\tau)\frac{f_1}{f_0}T_3 - \alpha T_2\right]\right\}d\tau = 0 \tag{3.12}$$

În egalitățile (3.10) și (3.12) am neglijat termenii care conțin pe z și h la puteri mai mari ca doi.

Scăzînd (3.12) din (3.10) obținem :

$$\frac{1}{3} S(z,t) = 2G_0 \varepsilon^*(t) - 2G_0 \alpha z^2 T_2 +$$

$$\int_0^t f_0 \left\{ \varepsilon^*(\tau) + z^2 \left[\varepsilon^*(\tau) \frac{f_1}{f_0} T_3(\tau) - \alpha T,(\tau) \right] \right\} d\tau$$

$$-2\varepsilon^*(t) \frac{1}{h} \int_0^h G_0 dz + \frac{2\alpha}{h} T_2 \int_0^h z^2 G_0 \, dz - \int_0^t f_0 \left\{ \varepsilon^*(\tau) + \right.$$

$$\left. + \frac{h^2}{3} \left[\varepsilon^*(\tau) \frac{f_1}{f_0} T_3 - \alpha T_2(\tau) \right] d\tau = 2\varepsilon^*(t) \left[G_0(\eta, T) - \frac{1}{h} \int_0^h G_0 dz \right] - \right.$$

$$- 2\alpha T_2(t) \left[z^2 G_0 - \frac{1}{h} \int_0^h z^2 G_0 dz \right] + \left(z^2 - \frac{h^2}{3} \right) \int_0^t [\varepsilon^*(\tau) f_1 T_3(\tau) -$$

$$- \alpha f_0 T_2(\tau)] d\tau. \qquad (3.13)$$

Tensiunea remanentă care ia naștere la sfîrșitul polimerizării ($\eta = 1$) va fi determinată din egalitatea (3.13) în care impunem condiția $t = t_e$. Cum pentru $t = t_e$ avem $C(t_e) = 0$ (vezi 3.1) din (3.6) rezultă :

$$T_1(t_e) = T_0 + \frac{1}{h\rho c} \int_0^h C(\tau) d\tau \approx T_0$$

$$T_2(t_e) = 0$$

$$\varepsilon^*(te) = \varepsilon(t_e) - \alpha T_1(t_e), \qquad (3.14)$$

așa încît din (3.13) obținem :

$$\frac{1}{3} S(z, t_e) = \left(z^2 - \frac{h^2}{3} \right) \int_0^{t_e} [\varepsilon^*(\tau) f_1 T_3(\tau) - \alpha f_0 T_2(\tau)] d\tau. \qquad (3.15)$$

Cunoscînd nucleul $R(t' - \tau)$ din (3.9) determinăm f și f_1 și din (3.15) tensiunea remanentă în placă este bine determinată.

Catedra de matematici II
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. C. *Radu*, Asupra proprietăților mecanice ale materialelor polimore (teză de doctorat.)
2. *М. Я. Бровман, Е. В. Сурин* — Инж. — физ. журн., 1963, 4,5.
3. *В. А. Пальмов.* Иинж. журн. М.Т.Т., 1967, 4.
3. 4. *D. R. Bland* The Theory of linear Viscoelasticity Pergamon Press. Oxford—London—New York—Paris, 1960.
5. *Н. Х. Арутюнян.* Некоморы вопросы теории пользучести Гоетехизуем 1962.
6. *Д. Н. Работнов.* Ползучесть элементов конструкций Изу—во „Наука" 1967.
7. *Л. В. Канторовчим*, Г. П. Акилов Функциональныи анализ в нормированных пространствах — Физмамгиз, 1959.
8. *I. H. Weiner*, I. Appl. Mech., 1956, 23, 497.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

FIZICĂ

C. Z. : 539.22

ASUPRA IZOTROPIEI URMELOR ÎN STELE α DIN FAMILIA TORIULUI

D. ANGHELESCU, L. ANGHELESCU, M. DIMA, A. VOGEL.

În literatură există puține date referitoare la distribuția unghiulară în dezintegrări α succesive, fiind aprioric considerată izotropă. Totuși într-o notă foarte veche /1/, rămasă de altfel fără urmări, T. R. Wilkins sugerează existența unor posibile abateri de la izotropie. Ulterior, G. Lovera /2/ măsoară unghiurile proiectate între brațe succesive la stele cu trei, patru și cinci brațe și obține rezultate compatibile cu izotropia. Însă numărul mult prea mic de stele utilizate (300 stele cu trei brațe, 250 stele cu 4 brațe și 200 stele cu 5 brațe) face ca rezultatele să nu fie concludente din punct de vedere statistic. Într-o lucrare anterioară /3/, urmărind alte efecte, am obținut, în mod adiacent, unele informații asupra distribuției unghiulare în proiecție a urmelor formate în emulsie nucleară la dezintegrări α succesive. În 1584 stele cu 3 sau 4 brațe s-au identificat, cu certitudine, prin măsurarea parcursului /4/, 1316 unghiuri formate de urme de *ThX* și *Tn* și 1396 unghiuri formate din *Tn* și *Th A*. Rezultatele măsurării unghiurilor sînt prezentate în tabelul nr. 1.

	b	d
Th X — Tn	0,079 ± 0,055	−0,028 ± 0,056
Tn — Th A	0,120 ± 0,054	−0,124 ± 0,054

Tab. 1

sub forma coeficienților de asimetrie b și d definiți prin :

$$b = 2\,\frac{N_v - N_<}{N_v + N_<}$$

și

$$d = 2\,\frac{N_p - N_e}{N_p + N_e}$$

* Manuscris predat redacției la data de 15 martie 1973.

unde N_v reprezintă numărul de unghiuri ascuţite; $N_<$ — numărul de unghiuri obtuze; N_p — numărul de unghiuri polare (0° —45° şi 135°—180°); N_e — numărul de unghiuri ecuatoriale (45°—135°).

Se observă valorile foarte mari a coeficienţilor de asimetrie *b* şi *d* (aproximativ 2,3 erori standard) pentru distribuţia *Tn — Th A*, ceea ce se poate explica printr-una din următoarele posibilităţi:

a) Existenţa unui efect real. Acesta nu se manifestă la dezintegrările succesive *Th X — Tn* sau în familia uraniului /5/ din cauza vieţilor medii prea mari. Este adevărat că şi timpul de înjumătăţire a thoriului *A* (0,16 s) este enorm faţă de timpul nuclear, dar s-ar putea presupune, de exemplu, dezintegrarea de pe un nivel uşor excitat sau alte procese.

b) Fluctuaţie statistică (probabilitate = 2%) /6).

c) Efect de observaţie, distorsiune a distribuţiei reale datorită unor eficienţe diferite /7/, /8/ pentru diferite valori ale unghiurilor.

d) Efecte instrumentale /3/, /9/, deformări ale emulsiei care denaturează distribuţia experimentală .

Pentru îmbunătăţirea statisticii au fost căutate stele cu 4 braţe dintre care unul cu proiecţia orizontală mai mare de 39 μm. Acesta fiind *Th C'*, urmează că evenimentele selectate conţin urme α emise de *Th X*, *Tn*, *Th A* şi *Th C'*. În afară de *Th C'*, pentru celelalte trei urme, care au fost notate *A*, *B*, *C*, pornind de la urma *Th C'* în sensul acelor unui ceasornic, nu s-a determinat parcursul deci nu s-a stabilit nucleul generator. S-au măsurat unghiurile succesive *AB*, *BC* şi *CA* pentru 6140 stele şi s-au calculat coeficienţii de asimetrie *b* şi *d* pentru ansamblu, care evident conţine şi unghiul *Tn — Th A*. Rezultatele globale sînt compatibile din punct de vedere statistic cu cele din tabelul nr. 1. Defalcînd însă statistica pe persoanele care au explorat plăcile, se obţin rezultate foarte diferite, ceea ce sugerează existenţa unui „bias". Dubla explorare, efectuată pentru o parte din placă, întăreşte această ipoteză.

Dubla explorare nu oferă posibilitatea corectării valorilor *b* şi *d* deoarece acestea se referă la unghiuri, în timp ce obiectele observate direct sînt stele, adică ansambluri de unghiuri. Recent /10/ a fost pusă la punct o metodă de stabilire a eficienţei şi de corectare a rezultatelor la detectarea unor obiecte complexe (stele α în cazul studiat), ceea ce permite abordarea şi rezolvarea problemei distribuţiei unghiurilor urmelor α formate la dezintegrări succesive.

În acest scop o placă Nikfi R, cu grosimea nominală 200 μm, impregnată cu o soluţie de azotat de thoriu 0,5‰ şi developată după 48 ore, a fost explorată cu un microscop *Nf*, cu obiectiv 10 X, căutîndu-se stele cu 3 braţe. Acestea sînt în marea majoritate de tipul *Th X — Tn — Th A*. Totodată, datorită difuziei atomilor de toron /11/ rezultaţi din dezintegrarea *Th X*, se pot forma şi stele de tipul *Tn — Th A — Th C'* sau *Tn — ThA — ThC*. Urmează că orice stea cu trei braţe (alte tipuri decît cele discutate sînt excluse) conţine unghiul *Tn — Th A*. Fiecare stea selectată a fost adusă în centrul cîmpului vizual, observată cu obiectiv 40 X, şi dacă centrul stelei nu este difuz, cu acelaşi obiectiv 40 X au fost măsurate unghiu-

rile succesive proiectate. Astfel au fost reţinute 2945 stele pentru care distribuţia unghiurilor succesive este reprezentată în tabelul nr. 2.

0° — 45°	1975
45° — 90°	1822
90° —135°	1575
135° —180°	1215
180° —225°	963
225° —270°	718
270° —315°	421
315° —360°	146

Tab. 2

Întrucît unul dintre cele trei unghiuri este în mod cert format de particule α emise de *Tn* şi *Th A*, o eventuală corelaţie *Tn — Th A* se va reflecta într-o abatere a distribuţiei din tabelul nr. 2 faţă de distribuţia uniformă (Lovera). Ori, testul χ^2 cu 7 grade de libertate conduce la o valoare $\chi^2 = 6{,}2$, în timp ce $< \chi^2 > = 7$, ceea ce arată compatibilitatea celor două distribuţii.

Dubla explorare, conducînd la eficienţe mari, în jurul a 90% pentru fiecare tip de stea, nu face necesară corectarea rezultatelor din tabelul nr. 2. În plus, aceasta permite şi stabilirea distribuţiei unghiulare *Tn — Th A* în care scop s-a măsurat lungimea fiecărei urme din 2945 stele şi, ţinînd seama de parcursurile medii în emulsie indicate în literatură [4], s-a încercat identificarea fiecărei urme sau cel puţin a unghiurilor. S-a recunoscut unghiul *Tn — Th A* în 2030 stele; în restul cazurilor, stelele conţin urme care ies din emulsie sau apropierea parcursurilor *Th X* şi *Tn* face imposibilă distingerea acestora, deci izolarea unghiului *Tn — Th A*. De asemenea, în 1717 stele a fost recunoscut unghiul *Th X — Tn* (de observat că *Th X* nu apare în toate tipurile de stele cu 3 braţe).Distribuţiile unghiulare pentru *Th X — Tn* şi *Tn — Th A* sînt redate în tabelul nr. 3.

	Th X — Tn	*Tn — Th A*
0°— 45°	383	465
45°— 90°	361	378
90°—135°	302	337
135°—180°	228	302
180°—225	194	235
225°—270	137	170
270°—315°	86	103
315°—360°	26	40

Tab. 3

Testul χ^2 faţă de distribuţia uniformă cu 7 grade de libertate conduce pentru *Tn — Th A* la valoarea $\chi^2 = 5{,}8$ şi pentru *Th X — Tn* la $\chi^2 = 2{,}0$ ambele perfect compatibile cu valorile de aşteptare $< \chi^2 > = 7$.

Coeficienţii b şi d (tabelul nr. 4) sînt compatibili cu izotropia.

	b	d
$ThX - Tn$	$-0{,}006 \pm 0{,}048$	$-0{,}064 \pm 0{,}048$
$Tn - ThA$	$-0{,}057 \pm 0{,}044$	$-0{,}053 \pm 0{,}044$

Tabelul nr. 4.

În concluzie se poate afirma că rezultatele măsurătorilor experimentale realizate cu eficienţă bună, în absenţa efectelor instrumentale, arată compatibilitatea distribuţiei unghiulare $Tn - Th\ A$ cu izotropia, cel puţin la nivelul statisticii analizate.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *T. R. Wilkins.* Characteristic Alpha-Ray Tracks in Infected Photographic Emulsions, Phys. Rev. 49, 639/1936.
2. *G. Lovera.* Sulla distributione angolare dei raminelle stelle, Nuovo Cimento, 6, 233, (1949).
3. *D. Anghelescu, J. S. Ansländer, I. I. Georgescu, A. Vogel.* A Search for Instrumental, Effects of Angular Distributions in Nuclear Emulsions, Revue de Physique 2, 259 (1961).
4. *R. Flament.* Sur la probabilité de formation d'étoiles de désintegrations succesives dans les émulsions photographiques, Bull C.P.N.U.L. Brux. 3, 1, (1948).
5. *L. Anghelescu, A. Dumitrescu.* Asupra stelelor de infecţie în emulsii nucleare Nikfi—R, Buletinul Academiei Militare nr. 4, 43, (1970).
6. *A. G. Worthing, J. Geffner.* Prelucrarea datelor experimentale, Bucureşti 1959.
7. *H. Geiger, K. Werner.* Z. Physik, 21, 187 (1924).
8. *C. J. Waddington.* A Remark on the Detection of Events in Nuclear Emulsions, Suppl Nuovo Cimento, 19, 37, 1961.
9. *C. Castagnoli, N. Ferro-Luzzi, A. Manfredini.* Ric. Sci. 28, 1644 (1958).
10. *D. Anghelescu, L. Anghelescu, B. Bogdan, A. Dumitrescu, E. M. Friedländer, A. Vogel.* Eficienţe de configuraţie la detecţia de stele, Studii şi cercetări de Fizică, 23, 499, 1971.
11. *H. J. Taylor, V. D. Dabholkar.* The Tracks of the α Particles of Thorium Proc. Ind. Ac. Sci. A, 3, 265 (1936).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z.: 66

DIE EINLEITUNG DER OXYDATIONSREAKTION DER PARAFFINE MIT MOLEKULAR-SAUERSTOFF DURCH VORBESTRAHLUNG MIT IONISIERENDEN STRAHLUNGEN*

I. DRIMUȘ, CLAUDE FLORESCU

EINLEITUNG

Die Oxydation der N-Alkane, in flüssiger Phase, mit Molekular-Sauerstoff ist eine besonders komplexe Reaktion, beginnend mit der Bildung einiger organischer Peroxyde gelangt man im Masse des Anwachsens der Konversion zu einem an Komponenten immer reicher werdenden Reaktionsgemisch, unter welchem Peroxyde, primäre Alkohole, sekundäre Alkohole, Ketone, Monokarboxylsäuren, Dikarboxilsäuren, Oxysäuren, Estere, Wasser, Wasserstoff-Peroxyd, zahlreiche bi-und vielfunktionelle Produkte usw. nachweisbar waren. Von den Reaktionsgasen hat man H_2, Co, CO_2 CH_4 und C_2H_4 abgesondert.

In der vorliegenden Arbeit sind einige Aspekte, verbunden mit der ersten Etappe der Oxydationsreaktion einiger reiner und technischer N-Alkane mit 12 ...35 Kohlenatome im Molekül, wobei besonders auf das N-Eikosan ($C_{20}H_{42}$) Gewicht gelegt wird, vorgeführt.

Beinahe alle Verfasser sind damit einverstanden, das die Einleitung der Oxydation der N-Alkane nach folgenden Reaktionen stattfindet:

$$RH + O_2 \rightarrow R + HO_2\cdot$$

$$R\cdot + O_2 \rightarrow RO_2\cdot$$

$$RO_2 + RH \rightarrow R\cdot + RO_2H$$

$$2RH + 2O_2 \rightarrow RO_2H + R\cdot + R\cdot + HO_2\cdot$$

Die Radikale $R\cdot$, $HO_2\cdot$ und besonders diese Radikale, welche aus der thermischen Zersetzung der Peroxyde hervorgehen, gestatten die Entwicklung der Oxydationsreaktion nach einem verketteten und verzweigten Radikal-Mechanismus.

* Manusckript am 16 Dezember 1971 eingegangen

Die Tatsache muss jedoch unterstrichen werden, dass die Trennung der N-Alkylhydroperoxyde (C_{10} — C_{40}) aus den Oxydationsprodukten noch nicht gelungen ist.

Die Ansammlung von Peroxydsauerstoff in der Reaktionsmasse kann man nicht nur der Bildung der Alkylhydroperoxyde zuschreiben. Die Zersetzungsprodukte der Alkylhydroperoxyde (Alkohole und Ketone) werden gleichfalls peroxydiert. Sogar die später gebildeten Säuren sind vom Sauerstoff angegriffen und peroxydiert. Demzufolge soll man dem in der Reaktionsmasse enthaltenen Peroxydsauerstoff nicht einem einheitlichen Stoff zuschreiben, sondern einem um so komplexeren Gemisch, der Dauer der Oxydation angemessen bzw. der Größe der Konversion.

Wie aus den Abbildungen 1, 2, 3 und 4 hervorgeht weisen die Ansammlungskurven der Peroxyde aus der Masse einiger N-Paraffine, oxydiert mit Molekularsauerstoff bei Einleitung in Gegenwart von Peroxydspuren bei höheren Temperaturen und Konversionen Wendepunkte und Höchstwerte auf, was durch die Tatsache erklärt wird, dass im ersten Teil der Reaktion die Ansammlungsgeschwindigkeit der Peroxyde grösser ist als ihre Zersetzungsgeschwindigkeit, jedoch wird im zweiten Teil die Zersetzungsgeschwindigkeit, jedoch wird im zweiten Teil die Zersetzungsgeschwindigkeit grösser als die Bildungsgeschwindigkeit.

Unseren Untersuchungen über die Einleitung der Oxydationsreaktionen wurde mit kleinen Konversionen gearbeitet um uns in die Zone zu versetzen, in welcher die Ansammlung des Peroxydsauerstoffes liniar verläuft.

Die thermische Einleitung

Bei Temperaturen 110°C reagieren reine N-Alkane mit 10 ... 35 Kohlenatome im Molekül, nicht mit dem Molekularsauerstoff. Bei höheren Temperaturen beginnt die Reaktion durch Ansammlung von Peroxydsauerstoff.

Je grösser das Molekulargewicht der N-Alkane, die der Oxydation unterworfen sind, ist, um so niedriger ist die Temperatur bei der die Oxydation eingeleitet wird.

Im Falle der Oxydation einiger technischer Kohlenwasserstoffe in identischen Bedingungen mit ähnlichen mittleren Molekulargewichten wurde festgestellt, daß die Einleitung eine höhere Temperatur erfordert. Zum Beispiel, Kohlenwasserstoffe (C_{11} ... C_{13}) abgesondert von raffiniertem Leuchtöl durch extraktive Kristallisation mit Harnstoff werden bei einer um ungefähr 20°C höheren Temperatur als das reine N-Dodekan oxydiert (S. Abb. 1.).

Kohlenwasserstoffe C_{14} ... C_{18}, wie oben aus Dieselöl abgesondert, werden schwerer oxydiert als Hexadekan und technisches Paraffin, schwerer als N-Pentatriakontan (S. Abb. 2 und 4).

Langanhaltende Raffination der technischen Kohlenwasserstoffe mit Schwefelsäure, Ätznatron und aktiver Kohle, setzt die Einleitungstemperatur der Oxydationsreaktion der technischen Kohlenwasserstoffe beinahe bis zum Temperaturwert, entsprechend den reinen Kohlenwasserstoffen, herab.

Einleitung im Fall der Oxydation im Felde der sichtbaren und ultravioletten Strahlungen

Im Felde der sichtbaren Strahlungen findet die Einleitung der Oxydationsreaktion nicht statt, während im Felde der Strahlungen einer Quarzlampe die Oxydation sogar bei Temperaturen von 100°C erfolgt und erhält diese um rund 110—130°C einen verketteten Charakter.

Die photochemische Einleitung kann sich auf die Aktivierung der Kohlenwasserstoffe durch das Reissen der Bindungen C — C (mit Ausstrahlung, welche eine Wellenlänge von höchstens 4 850 Å — Indigo hat), sei es die stärkere Bindung C — H (mit einer Strahlung, welche eine Wellenlänge von höchstens 3 280 Å — nahes Ultraviolett hat) stützen (3).

Es muss hier erwähnt werden, dass gemäss dem Gesetz Grotthus und Draper nur diese Strahlungen photochemische Wirkung haben die von der Reaktionsmasse absorbiert werden. Da die Paraffine nicht aus dem sichtbaren Spektrum, weder in Indigo noch im nahen Ultraviolett absorbieren, müssen Photosensibilatoren zu Hilfe genommen oder härtere Strahlungen benützt werden.

Das Problem muss jedoch auch vom Standpunkt der Aktivierungsmöglichkeiten — unter dem Einfluss der Strahlungen — des Sauerstoffs, welcher Ozon ergeben kann, betrachtet werden. Die Tatsache ist bekannt, dass Ozon die Oxydationsreaktion der Paraffine begünstigt.

Einleitung im Falle der Oxydation im Felde der Gammastrahlen

In diesem Bereich gibt es seit 1955 eine reiche, besonders sowjetische, Literatur.

Unsere Arbeiten, in Zusammenarbeit, haben bewiesen, dass das technische Paraffin (t. P. 52°C), die weichen Paraffine entnommen dem Dieselöl durch extraktive Kristallisation mit Harnstoff oder die flüssigen Paraf-

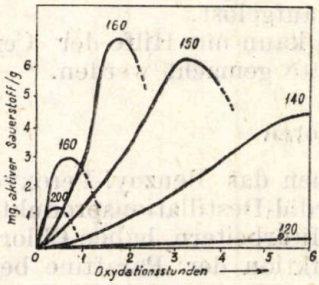


Abb. 1. Die Oxydation durch Einleitung mit Peroxyden des N-Dodekans, mit Molekular-Sauerstoff. Die Ansammlung von peroxydem Sauerstoff in der Reaktionsmasse abhängig von Zeit und Temperatur.

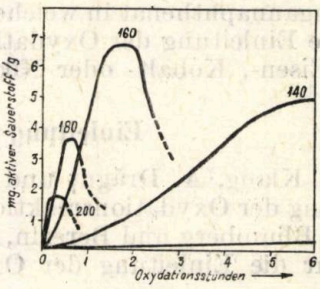


Abb. 2. Die Oxydation durch Einleitung mit Peroxyden, des N-Hexadekans mit Molekularsauerstoff. Die Ansammlung des peroxyden Sauerstoffs in der Reaktionsmasse, abhängig von Zeit und Temperatur.

fine, wie oben aus Leuchtöl gewonnen, sich in Abwesenheit der metallischen Katalysatoren, bei niedrigen Temperaturen, in den besten Bedingungen, im Felde der Gamastrahlen ausgesendet durch 60_{Co} oder im Felde der

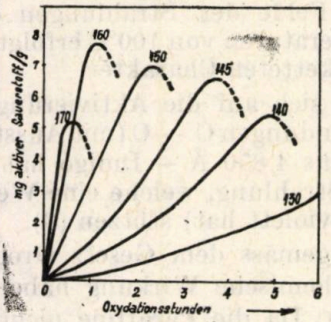


Abb. 3. Die Oxydation durch Einleitung mit Peroxyden des N-Eikosans mit Molekularsauerstoff. Die Ansammlung des peroxyden Sauerstoffs in der Roaktionsmasse abhäng ig von Zeit und Temperatur

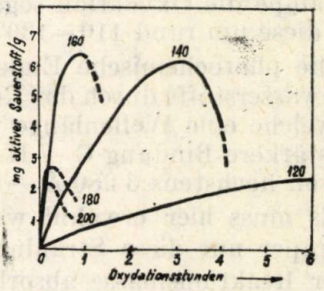


Abb. 4. Die Oxydation durch Einleitung mit Peroxyden des N-Pentatriakontants mit Molekularsaaúerstoff. Die Ansaamlung des peroxyden Sauerstoffs in der Reaktionsmasse abhängig von Zeit und Temperatur

Strahlen ausgesendet von Uraniumbarren stammend aus einem Kernreaktor, oxydiert werden (4, 5).

Einleitung mit Katalysatoren

In der industriellen Praxis benützt man seit langem die Oxydationsmethode der Paraffine in Gegenwart der Katalysatoren auf Grund Mangan.

Der grösste Teil der Verfasser empfiehlt die Benützung des Mangans in der Form von Kaliumpermanganat, welches in einer Menge von 0,3%, in Form einer wässerigen Lösung der zur Oxydation unterworfenen Paraffinmasse, hinzugefügt wird. Andere Verfasser empfehlen die Benützung von Mangannaphthenat in weichem Paraffin aufgelöst.

Die Einleitung der Oxydationsreaktion kann mit Hilfe der Ceriumchrom Eisen-, Kobalt- oder Nikelnaphthenate gemacht werden.

Einleitung mit Promotoren

M. Klang, A. Drăguţ und Andere haben das Benzoyl-Peroxyd zur Einleitung der Oxydationsreaktion einiger Erdöl-Destillationsprodukte verwendet. Bliumberg und Berezin, mit ihren Mitarbeitern, haben Chlor bzw. Ozon für die Einleitung der Oxydationsreaktion der Paraffine benützt (1. 2).

Einleitung durch Besamung

Es gibt eine Variante der Methode der Einleitung mit Promotoren, in welcher Peroxyde, die sich in einer vorherigen Schmelze gebildet haben, anstelle von Promotoren benützt werden.

Wen man Sauerstoff bei 145°C durch Handelsparaffin einbläst (P. T. 52°C), stellt man die Einleitung der Reaktion nicht fest. Bestrahlt man die Reaktionsmasse mit ultravioletten Strahlen während 10 Minuten, leitet

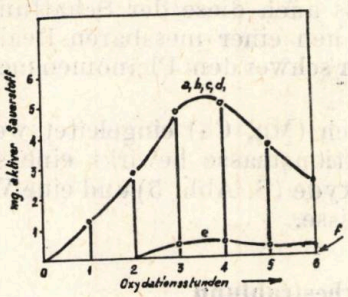


Abb. 5. Oxydation des Paraffins STAS bei 145°C. a — Paraffin mit γ Strahlen bestrahlt; b — Paraffin mit Ultraschall bestrahlt; c — Paraffin mit ultravioletten Strahlen bestrahlt; d — Paraffin besamt; e — Paraffin katalytisch bestrahlt; f — Paraffin thermisch bestrahlt

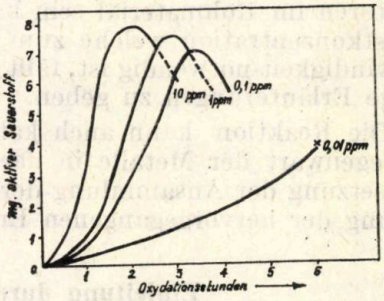


Abb. 6. Oxydation des Paraffins bei Einleitung durch Besamung. Ansammlung des peroxyden Sauerstoffs abhängig von Zeit und Menge des Einleiters.

sich die Reaktion sofort ein und setzt sich auch nach der Entfernung der Strahlungsquellen normal fort.

Nach 3 1/2 Stunden Oxydation ab Einleitung der Reaktion wird die höchste Ansammlung von Peroxyden erreicht (5,2 mg peroxyder Sauerstoff/g) (siehe Abb. 5). Nach einer 8-stündigen Oxydation ab Einleitung der Reaktion, erlangt man einen Säuregehalt von 45 mg Karboxylsauerstoff/g.

Wenn 3 Stunden nach Oxydationsbeginn eine 2 % ige Menge vom peroxydierten Erzeugnis aus dem Reaktor genommen und diese Menge in eine neue Schmelze eingeführt wird, leitet sich die Reaktion sofort ein und kann bis zum Erhalt der gewünschten Säure fortgesetzt werden (ohne Bestrahlung anzuwenden).

Diese Einleitungsmethode, genannt „durch Besamung", kann industriell bei der Oxydation von technischem Paraffin mit Luft bei 130 — 135°C angewendet werden.

Es wurden Versuche zur Bestimmung der Minimaldosis des gewonnenen Peroxydsauerstoffs, der vorherigen Schmelze entnommen, die zur Einleitung einer neuen Oxydation notwendig ist, unternommen. Die erhaltenen Ergebnisse sind in Abb. 6 wiedergegeben.

100 Teile/Million aktiver Sauerstoff erlauben die Reaktionseinleitung in den besten Bedingungen. Eine Zugabe von 10 Teile/Million leitet gleichfalls ein, doch wird das Ansammeln von Peroxydsauerstoff langsamer vor sich gehen. 1 Teil /Million leitet die Reaktion ein, doch ist die Ansammlung von Peroxydsauerstoff noch langsamer, 0,1 Teile/Million führt eine kurze Induktionsperiode herbei, 0,01 Teile/Million hührt zu einer noch grösseren Induktionsperiode.

Wie aus dem vorherigen Versuch hervorgeht, sind die für die Einleitung notwendigen Mengen so klein, dass sie sich ausserhalb der Empfindlichkeit der laufenden analytischen Dosierungsmethoden stellen.
Da die Rolle des Einleiters sowohl diese eines Zerstörers der bestehenden Inhibitoren im Rohmaterial sein kann als auch diese der Schaffung der Mindestkonzentration welche zum Erreichen einer messbaren Reaktionsgeschwindigkeit notwendig ist, fällt es sehr schwer dem Phänomen mengenmässige Erläuterungen zu geben.

Die Reaktion kann auch katalytisch (Mn, Co) eingeleitet werden. Die Gegenwart der Metalle in der Reaktionsmasse bewirkt eine starke Herabsetzung der Ansammlung der Peroxyde (S. Abb. 5) und eine Verunreinigung der hervorgegangenen Erzeugnisse.

Einleitung durch Vorbestrahlung

Idem man ein Paraffin der Bestrahlung mit ultravioletten Strahlen, Gamastrahlen oder Überschall aussetzt, wird dieses oxydierbar, das heisst vorbestrahlt kann dieses Paraffin ausserhalb des Strahlenfeldes bei Temperaturen die um 20—40°C niedriger als die der entsprechenden nichtvorbestrahlten Stoffe sind, oxydiert werden (6, 7).

Die Erklärung des Phänomens der Vorbestrahlung durch das Erscheinen in der vorbestrahlten Masse von einigen aktivierten Molekülen oder freien Radikalen ist nicht einleuchtend, da die vorbestrahlte Masse ihre Oxydationsempfänglichkeit während mehrerer hunderte von Tagen ab Beginn der Wirkung der Vorbestrahlung unverändert bewahrt.

Die Wirkung der Vorbestrahlung könnte man durch die Bildung von Einleitungsperoxyden während der Bestrahlung von Kohlenwasserstoffen in Verbindung mit der Luft erklären. Um diese Vermutungen darzulegen, hat man technische Paraffinmuster und Eikosan sowohl in festem Zustand wie auch geschmolzen (bei 60°C) in offenen Gefässen, d. h. im Kontakt mit dem Luftsauerstoff der Vorbestrahlung mit ultravioletten Strahlen, Gamastrahlen und Uberschall unterworfen. Die Gegenwart von Peroxyden in diesen vorbestrahlten Stoffen konnte nicht mit Hilfe der laufenden Analysenmittel bewiesen werden. Alle diese konten jedoch oxydiert werden, ohne dass man die Induktionsperiode hätte fest sellen können (S. Abb. 7). Gelegentlich der Untersuchungen bezüglich der Reaktionseinleitung der Oxydation durch Besamung wurde gezeigt, dass die Gegenwart einiger Menden von Peroxyden, die selbst analytisch nicht beweisbar sind, die Oxydationsreaktion einleiten können. Demzufolge kann man annehmen, da dass während der Vorbestrahlung in Kontakt mit der Luft, genügende Mengen von Peroxyde für die Einleitung entstehen können.

Um dieses Problem weiter erklären zu können wurden in geschweissten luftleeren Quarzphiolen verschlossene Eikosanmuster in Abwessenheit von Luft der Vorbestrahlung mit ultravioletten Strahlen und Gamastrahlen ausgesetzt. Im Falle in dem die Oxydierfähigkeit der vorbestrahlten Erzeugnisse der Bildung von Peroxyden zu verdanken wäre, würden sich diese Probem nicht oxydieren. Wie aus Abb. 7 hervorgeht, weisen diese jedoch eine betonte Verkürzung der Induktionsperiode auf, folglich sind sie oxydierfähig. Welche kann die Erklärung für dieses Phänomen sein?

Die Tatsache ist bekannt, dass sich unter der Aktion der ionisierenden Strahlungen zwischen den Zersetzungsprodukten und den N-Alkanen Stoffe mit doppelten Bindungen befinden. Die Oxydationsfähigkeit der

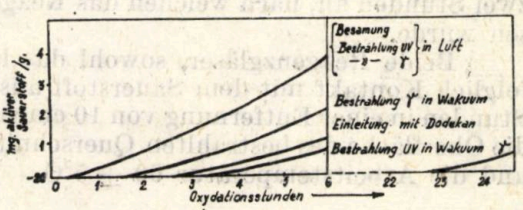


Abb. 7. Die Oxydation des N-Eikosans mit Molekularsauerstoff bei 130 C. Die Ansammlung von aktivem Sauerstoff in der Reaktionsmasse abhängig von Zeit. Der Oxydation wurden mit Peroxyd besamte N-Eikosanmuster, vorbestrahlt mit ultravioletten Strahlen, in Gegenwart von Luft, vorbestrahlt mit γ Strahlen in Gegenwart von Luft, vorbestrahlt mit ultravioletten Strahlen im Vakuum, vorbestrahlt mit γ im Vakuum, eingeleitet mit Dodecene und Original, unbehandelt unterworfen (g).

im Vakuum vorbestrahlten Kohlenwasserstoffe kann man in Abwesenheit der einleitenden Oxyde durch das Erscheinen dieser Abbauprodukte (Alkene erklären. Um diese Behauptung zu beweisen hat man technisches Eikosan, dem man 1-Dodekan beigefügt hat der Oxydation unterworfen. Wie aus Abb. 7 hervorgeht, ist dieses Gemisch nach einer kurzen Oxydationsperiode oxydierbar.

SCHLUSSFOLGERUNGEN

1. Die Oxydationsfähigkeit der N-Alkane wächst gleichzeitig mit der Molekular-Gewichtzunahme.
2. Die Gegenwart von Peroxydmengen, die analytisch nicht beweisbar sind, gewonnen aus einer vorhergehenden Schmelze, kann die Induktionsperiode der Oxydation der N-Alkane abkürzen oder sogar ausschalten.
3. Die Wirkung der Vorbestrahlung kann im Falle des Kontaktes des Stoffes mit der Luft durch die Bildung einiger analytisch nicht beweisbarer Mengen von Peroxyden jedoch in Abwesenheit von Luft durch das Erscheinen einiger Abbauprodukte, wie z. B. Alkene erklärt werden.

Angaben den experimentellen Teil betreffend

Der Oxydationsapparat wurde aus Glass hergestellt. Die Heizung wurde durch einen äusseren, elektrischen Widerstand und die Kühlung gleichfalls durch einen äusseren Luftkontakt sichergestellt. Die Arbeitstemperatur wurde in der Grenze $\pm 1°C$, mit Hilfe eines Kontaktthermometers aufrecht erhalten. Es wurde technischer Sauerstoff 99 % benützt, eingeführt in den Reaktor durch eine poröse Glasplatte in fein verteilter Form (G3). Der zylindrische Reaktor hatte 80 cm^3 und die Quelle für die Oxydation einer Schmelze 50 cm^3.

Vorbestrahlung mit UV-Strahlen. Es wurden zwei Reagenzgläser aus Quarz hergestellt, mit einem Fassungsraum von 80 cm und wurde in jedes je 50 cm^3 geschmolzenes Eikosan bei cca 60°C eingeführt. Eines der Reagenzgläser hatte ein verlängertes Ende, durch welches ein Kapillar eingeführt wurde mit dessen Hilfe während zwei Stunden durch das geschmolzene Ei-

kosan zwei Liter reiner Stickstoff eingeblasen wurde, um den aufgelösten Sauerstoff mitzureissen. Sofort nach Beendigung des Einblasens wurde das Reagenzglas mit einer Vakuum-Pumpe in Kontakt gebracht, welche ein Vakuum von 10^{-3} mm Hg herstellte. Der Kontakt mit der Pumpe hielt zwei Stunden an, nach welchen das Reagenzglas zum Schweissen geschlossen wurde.

Beide Reagenzgläser, sowohl das luftleere als auch das offene (das folglich Kontakt mit dem Sauerstoff aus der Luft hatte) wurden für zwei Stunden in einer Entfernung von 10 cm von einer 800 W UV-Quelle gestellt die Oberfläche des bestrahlten Querschnitts der Reaktionsmasse hat 26 cm^2 und die Arbeitstemperatur 60 $\pm$ 5°C.

Vorbestrahlung mit Gamastrahlen

Zwei Reagenzgläser geflüllt und wie oben vorbereitet wurden bei einer Temperatur von 60 $\pm$ 5°C mit Hilfe einer ^{60}Co-Quelle mit einer Gesamtdosis $1{,}2 \cdot 10^{19}$ e V/g vorbestrahlt.

Lehrstuhl der Organische Chemishe Technologie
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATUR

1. *Bliumberg, E. A., Voroncov, V. G., Emanuel I. M.,* Izv. acad. nauc. SSSR, 59, 1, S. 25—9 (1959)
2. *Berezin, I. V., Vagner, G. Emanuel N. M.,* Jurn. Pricl. Him. *32*, S. 175—80 (1959)
3. *Drimuș I., Spiliadis A., Rodica Stoica,* Procese fundamentale în industria organică de sinteză, Editura Tehnică București, 1964, 50—60.
4. *Drimuș I., Ioanid G., Drăguț A., Vasilescu P., Dumitrescu* V., L'utilisation de l'énergie atomique à des fins pacifiques. Nations Unies Genève, 1958, Document P. 1316 (Bd XI, S. 614—624).
5. *Ioanid G., Drăguț A., Drimuș I., Dumitrescu V. Stoian I.* Utilisation des produits de fission. Herausgegeben vom International Atomic Energy Agenoy, Wien, 1960, Sammlung „Large radiation sources in industry".
6. *Ioanid G., Drimuș I., Drăguț A., Klang M.* Brevet RSR Nr. 41933/1961.
7. *Drimuș I., Pribnov V., Avram R., Floarea I.,* Bulletin der Technischen Hochschule, Bukarest, 23, 4, S. 119—28 (1961).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z. : 54

METODE DE DETERMINARE A PLUMBULUI CU SAREA REINECKE*

GR. TEODORESCU, RODICA CĂTUNEANU, CORNELIA GURAN

Sarea Reinecke NH_4 [$Cr(NCS)_2$ $(NH_3)_2$], reineckatul de amoniu-prescurtat $Rc^-NH_4^+$, formează cu unele metale combinații greu solubile [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Principiul metodei — Dat fiind că ionul de Pb^{2+} formează precipitat cu Rc^- NH_4^+, s-a considerat util instituirea unor noi metode de determinare a plumbului. Reacția de combinare are loc cu 2 moli $Rc^-NH_4^+$ conform schemei :

$$2\,NH_4\,[Cr\,(NCS)_4\,(NH_3)_2] + Pb\,(NO_3)_2 =$$

$$= Pb\,[Cr\,(NCS)_4\,(NH_3)_2]_2 + 2\,NH_4\,NO_3 \qquad (1)$$

Reacția de precipitare are loc și în soluții foarte diluate, precipitatul fiind foarte solubil în amestec acetonă-apă (50%) solubil în acetonă, dar greu solubil în alcool, acid acetic, acid clorhidric 1 n și insolubil în eter.

Aceste considerații au condus la determinarea plumbului prin metodele : volumetrică, colorimetrică și gravimetrică.

1. Metoda volumetrică

Determinarea volumetrică a plumbului se realizează prin diferență, folosind ca reactiv de precipitare soluție 3% $Rc^-NH_4^+$ exact măsurată, conform ecuației (1).

După filtrarea și spălarea precipitatului se adaugă la filtrat azotat de argint în exces, cînd precipită reineckatul de argint conform ecuației :

$$[Cr(NCS)_4\,(NH_3)_2]^- + Ag^+ = Ag\,[Cr\,(CCS)_4\,(NH_3)_2] \qquad (2)$$

Excesul de azotat de argint se titrează cu soluție 0,1 n de NH_4SCN în prezența alaunului feriamoniacal drept indicator, după ce în prealabil precipitatul de reineckat de argint a fost filtrat și spălat.

În același mod se poate lucra și cu precipitatul de reineckatul de plumb după ce se solubilizează în amestec acetonă-apă (50%).

---

* *Lucrarea a fost prezentată la sesiunea științifică a* Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București — *aprilie 1971.*

Modul de lucru

Din soluția de sare de plumb ce conține 0,00217 g Pb^{2+}/cm^3 se iau probe cu semimicrobiureta și se diluează la 20—30 cm^3 cu apă distilată. Se adaugă 2—3 picături HNO_3 6n, se încălzește la 40—50° și apoi, sub agitare se adaugă un volum exact măsurat de $Rc^-NH_4^+$, proaspăt preparat. Se lasă precipitatul să se depună și după răcire cca 30 minute, se filtrează pe creuzet filtrant G_4. Se spală precipitatul de 7—8 ori cu cîte 4—5 cm^3 eter. În filtrat se adaugă 10—20 cm^3 $AgNO_3$ 0,1 n după ce în prealabil s-au introdus 3—4 picături HNO_3 6 n. Se filtrează reineckatul de argint pe hîrtie de filtru bandă neagră și se spală de 7—8 ori cu apă distilată, prinzînd filtratul în flacon de titrare.

Excesul de azotat de argint se titrează cu o soluție 0,1 n de tiocianat de amoniu cu factor cunoscut, în prezența alaunului feriamoniacal.

În tabelul 1 sînt redate cîteva din rezultatele obținute. Pentru calcul se folosește formula:

$$g\,Pb = \frac{207,2}{2} \times 10^{-4} \times f(N' - N)$$

f — factorul soluției NH_4SCN 0,1 n

N' — cm^3 tiocianat de amoniu folosiți la titrarea excesului de azotat de argint

N — cm^3 tiocianat de amoniu folosiți la titrarea excesului de azotat de argint pentru determinarea cantității de $Rc^-NH_4^+$.

Determinarea plumbului prin metoda volumetrică

Tabel 1

Soluție $Pb(NO_3)_2$ prelevat (cm^3)	g Pb	$Rc^-NH_4^+$ exces (cm^3)	$AgNO_3$ Fo, ln = 1,0000 (cm^3)	NH_4SCN Fo, ln = 0,9950		Pb deter. (g)	Eroare %
				Probă (cm^3)	conc. $Rc^-NH_4^+$		
1,5	0,00325	5	10	1,77	1,44	0,00324	0,21
3	0,00651	5	10	3,45	2,82	0,00653	0,30
5	0,01087	5	10	5,75	4,7	0,01087	0,00
6	0,01302	10	10	6,9	5,64	0,01305	0,24
8	0,01736	10	20	9,20	7,52	0,0174	0,11
9	0,01953	10	20	10,35	8,46	0,01958	0,26
10	0,02170	10	20	11,6	9,48	0,0219	0,88

2. Metoda gravimetrică

Determinarea gravimetrică a plumbului se efectuează în felul următor: soluția de analizat, care conține 0,00217 g Pb/cm^3 se acidulează cu 3-4 picături HNO_3 6 n, se încălzește la 40—50°C și se precipită cu o soluție 3% $Rc^-NH_4^+$ proaspăt preparată.

Reactivul de precipitare trebuie să fie în exces de cca 10—15 ori. Se lasă precipitatul să se depună și să se răcească 20—30 minute, apoi se filtrează prin creuzet filtraut G_4.

Se antrenează tot precipitatul din pahar cu o soluție de $Rc^-NH_4^+$ 0,1% și apoi se spală de 7—8 ori, cu cîte 5 cm³ eter. Se lasă creuzetul o oră în exicator la vid sau în etuvă la 50°C și apoi se cîntărește. Factorul de transformare în plumb este $F = 0,2262$.

În tabelul 2 sînt indicate unele din rezultatele obținute prin această metodă.

Determinarea plumbului prin metoda gravimetrică

Tabel 2

$Pb(NO_3)_2$ în probă		$Pb[Cr(NCS)_4(NH_3)_2]_2$ determinat	Pb determinat	Diferența	Eroare
(cm³)	(g/Pb)	(g)	(g)	(g)	(%)
3	0,00651	0,0287	0,00649	0,00002	0,3
5	0,01081	0,0480	0,01085	0,00005	0,4
6	0,0130	0,0574	0,0129	0,0001	0,8
10	0,0217	0,0955	0,0216	0,0001	0,4

3. Metoda colorimetrică

Principiul metodei — Se precipită plumbul cu $Rc^-NH_4^+$ după același procedeu ca la metoda volumetrică, în raportul molar 1 : 2. Deoarece compusul format este solubil în acetonă dînd soluție colorată în roșu, plumbul se poate determina și colorimetric.

Modul de lucru

Se lucrează prin metoda curbelor etalon. În acest scop s-a folosit soluție de $Rc^-NH_4^+$ cu $T = 0,0230$ g/cm³ din care s-au luat volume corespunzătoare în baloane cotate de 100 cm³, s-au diluat cu 50 cm³ acetonă și s-au adus la semn cu apă distilată, în așa fel pentru a se obține soluții cu concentrația $T = 0,000230$ g/cm³, 0,000360 g/cm³, 0,000380 g/cm³, 0,000575 g/cm³.

Citirile s-au făcut la fotocolorimetrul tip B. Lange și $\emptyset \in K$ folosind filtre verzi ($\lambda = 533$ nm).

Din soluția de sare de plumb cu $T = 0,00217$ g Pb/cm³ s-au luat probe cu conținut cuprins între 0,0070 — 0,01728 și s-au precipitat cu $Rc^-NH_4^+$, ca în metoda volumetrică.

După precipitare, filtrare și spălare, probele au fost dizolvate cantitativ cu acetonă, prinzînd soluția în baloane cotate de 100 cm³, care se aduc la semn cu apă distilată. După omogenizare s-au colorimetrat și s-au obținut rezultatele indicate în tabela 3.

Tabel 3

Nr. crt.	cm^3	$Pb^2(NO_3)_2$ Pb(g)	Pb determinat (g)	Diferență (g)	Eroare (%)
1	3,5	0,00755	0,007380	+0,000145	−2,2
2	5	0,01085	0,010658	+0,000308	+1,7
3	5	0,01085	0,010658	+0,000308	+1,7
4	8	0,01728	0,016935	+0,000376	+2

Catedra de chimie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Pascal* — Traite de chemie minerale, X, 1933.
2. *P. Spacu, G. Hlevca* — Bull. Acad. RSR, 5, 93—97 (1953).
3. *P. Spacu, G. Hlevca* — Studii și cercetări de chimie tom. 33—4, 203, 27 (1955).
4. *Gr. Teodorescu, Ana Maria Lupu* — Bull. Inst. Pol. Buc. Tom. 30, 5—6, 59 (1968).
5. *Gr. Teodorescu, Rodica Cătuneanu* — Rev. de chimie 1, 12 (1970).
6. *C. Iozsef* — Magy. Kem. Foly 75 (2) 45 (1969).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

MECANICĂ

C.Z. : 531.1

CONSIDERAȚII ASUPRA CINEMATICII RIGIDULUI CU UN PUNCT FIX*

D. VOICULESCU, N. PANDREA

Într-o lucrare anterioară [2] s-au studiat deplasările finite ale rigidului stabilindu-se cîmpul de deplasări precum și deplasările minime.

În lucrarea de față ne vom ocupa în special cu studiul vitezelor. Astfel, se va prezenta un mod original de definire a vectorului viteză unghiulară la rigidul cu un punct fix — cu posibilități de extindere cu ajutorul teoriei șuruburilor și la mișcarea generală a rigidului.

1. Deplasările finite ale rigidului cu un punct fix. Se consideră două poziții ale rigidului cu punct fix (fig. 1).

Corespunzător celor două poziții se iau sistemele de axe $O\ x_0\ y_0\ z_0$, $O\ x_1\ y_1\ z_1$ cu versorii $\bar{i}_0, \bar{j}_0, \bar{k}_0$ respectiv $\bar{i}_1, \bar{j}_1, \bar{k}_1$.

Se consideră drept sistem de bază pentru referință triedrul $O\ x_0\ y_0\ z_0$ și fie $(\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11})$, $(\alpha_{21}, \beta_{21}, \gamma_{21})$, $(\alpha_{31}, \beta_{31}, \gamma_{31})$ cosinusurile directoare, deci proiecțiile versorilor $\bar{i}_1, \bar{j}_1, \bar{k}_1$ pe axele triedrului $O\ x_0\ y_0\ z_0$.

Se poate considera că sistemul $O\ x_1\ y_1\ z_1$ provine din deplasarea din poziția $O\ x_0\ y_0\ z_0$. În acest fel se realizează corespondența:

$$\bar{i}_0 \to \bar{i}_1 \qquad \bar{k}_0 \to \bar{k}_1$$

$$\bar{j}_0 \to \bar{j}_1 \qquad \overline{OA_0} \to \overline{OA_1}$$

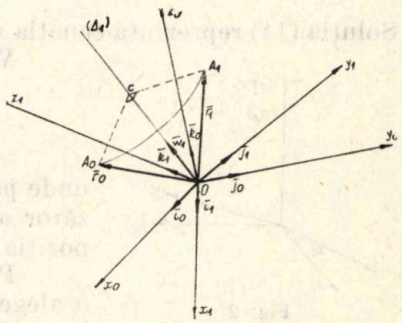


Fig. 1

Convenim ca toți vectorii să fie exprimați în sistemul $O\ x_0\ y_0\ z_0$ luat drept sistem de bază. În acest fel conform [2] rezultă:

$$\overline{OA_1} = T_1(\overline{OA_0}) \qquad (1)$$

sau cu notațiile din figura (1)

$$\bar{r}_1 = T_1(\bar{r}_0) \qquad (2)$$

* Manuscris predat redacției la data de 20 decembrie 1972

unde

$$T_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \beta_{11} & \beta_{21} & \beta_{31} \\ \gamma_{11} & \gamma_{21} & \gamma_{31} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Se poate considera deci că matricea T_1 este un operator care deplasează triedrul $O\,x_0\,y_0\,z_0$ în poziția $O\,x_1\,y_1\,z_1$.

Pentru determinarea axei de rotație a deplasării finite, se caută vectorii care nu se deplasează, adică pe acei vectori care îndeplinesc condiția $\bar{r}_1 = \bar{r}_0$ (4) Rezultă atunci relația $\bar{r}_0 = T_1(\bar{r}_0)$ (5) care se poate scrie și sub forma $\bar{r}_0 = T_1^{-1}(\bar{r}_0)$ (6) De aici rezultă relația $(T_1 - T_1^{-1})\,(\bar{r}_0) = 0$ (7) sau

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha_{21} - \beta_{11} & \alpha_{31} - \gamma_{11} \\ \beta_{11} - \alpha_{21} & 0 & \beta_{31} - \gamma_{21} \\ \gamma_{11} - \alpha_{31} & \gamma_{21} - \beta_{31} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = 0 \tag{8}$$

unde (x_0, y_0, z_0) sînt proiecțiile vectorului $\bar{r}_0$.

Fie $\bar{w}_1$ vectorul definit prin relația

$$w_1 = \frac{1}{2}\left[(\gamma_{21} - \beta_{31})\,\bar{i}_0 + (\alpha_{31} - \gamma_{11})\,\bar{j}_0 + (\beta_{11} - \alpha_{21})\,\bar{k}_0\right] \tag{9}$$

Ținînd seama de (9), relația (8) devine

$$2\bar{w}_1 \times \bar{r}_0 = 0 \tag{10}$$

și deci determinarea axei de rotație finite a rigidului revine la rezolvarea ecuației (10) care are soluția

$$\bar{r}_0 = \lambda \bar{w}_1 \tag{11}$$

Soluția (11) reprezintă ecuația vectorială a axei de rotație finite (Δ_1) (fig. 1).

Valoarea algebrică a vectorului $\bar{w}_1$ este

$$w_1 = \sin\,\theta_1 \tag{12}$$

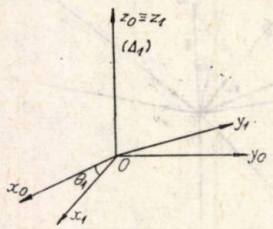


Fig. 2

unde prin θ_1 s-a notat unghiul de rotație corespunzător aducerii sistemului din poziția $Ox_0\,y_0\,z_0$ în poziția $O\,x_1\,y_1\,z_1$.

Pentru a demonstra acest lucru, se consideră o alegere convenabilă a sistemului $O\,x_0\,y_0\,z_0$ astfel încît axa Oz_0 să coincidă cu axa de rotație (Δ_1)(fig. 2).

În cazul acesta matricea T_1 este

$$T_1 = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{13}$$

și din relația (9) rezultă

$$\bar{w}_1 = \sin\theta_1 \bar{k}_0 \quad (14) \qquad \text{adică} \quad w_1 = \sin\theta_1 \quad (15)$$

Pentru a afla matricea T_1 în cazul cînd se cunoaște vectorul $\bar{w}_1$, se folosește formula lui Rodrigues :

$$\bar{r}_1 = \bar{r} \times \bar{w}_1 \times (\bar{r}_0 + \bar{\theta}_1 \times \bar{r}_0) \quad (16)$$

unde prin $\bar{u}$ s-a notat versorul axei de rotație finite. Rezultă.

$$T_1 = 2 \sin\frac{\theta_1}{2} \times \quad (17)$$

$$\times \begin{vmatrix} (a_1^2 - 1)\sin\frac{\theta}{2} & a_1 b_1 \sin\frac{\theta_1}{2} - c_1\cos\frac{\theta_1}{2} & a_1 c_1 \sin\frac{\theta_1}{2} + b_1\cos\frac{\theta_1}{2} \\ a_1 b_1 \sin\frac{\theta_1}{2} + c_1\cos\frac{\theta_1}{2} & (b_1^2 - 1)\sin\frac{\theta_1}{2} & b_1 c_1 \sin\frac{\theta_1}{2} - a_1\cos\frac{\theta_1}{2} \\ a_1 c_1 \sin\frac{\theta_1}{2} - b_1\cos\frac{\theta_1}{2} & b_1 c_1 \sin\frac{\theta_1}{2} + a_1\cos\frac{\theta_1}{2} & (c_1 - 1)\sin\frac{\theta_1}{2} \end{vmatrix}$$

unde

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\bar{w}_1}{1 + \cos\theta_1} \quad (18)$$

iar (a_1, b_1, c_1) sînt cosinusurile directoare ale axei (Δ_1).

2. Deplasări succesive. Să presupunem că rigidul efectuează deplasările finite din poziția $O\ x_0\ y_0\ z_0$ în poziția $O\ x_1\ y_1\ z_1$ prin operatorul T_1, iar din aceiași poziție $O\ x_0\ y_0\ z_0$ în poziția $O\ x_2\ y_2\ z_2$ prin operatorul T_2.

Ca urmare a primei deplasări, un vector oarecare $\overline{OA}_0 = \bar{r}_0$ ajunge în poziția $\overline{OA}_1 = \bar{r}_1$, iar ca urmare a celei de a doua deplasări ajunge în poziția $\overline{OA}_2 = \bar{r}_2$; rezultă deci relațiile

$$\bar{r}_1 = T_1(\bar{r}_0) \quad (19) \qquad \bar{r}_2 = T_2(\bar{r}_0) \quad (20)$$

din care se obține relația

$$\bar{r}_2 = T_2 T_1^{-1}(\bar{r}_1) \quad (21)$$

unde vectorii $\bar{r}_1$ și $\bar{r}_2$ sînt exprimați în sistemul $O\ x_0\ y_0\ z_0$. Se deduce că operatorul care deplasează rigidul din poziția $Ox_1\ y_1\ z_1$ în poziția $O\ x_2\ y_2\ z_2$ este :

$$T_{12}^0 = T_2 T_1^{-1} \quad (22)$$

Pentru a obține exprimarea în sistemul $O\ x_1\ y_1\ z_1$ va trebui să se considere matricea de transformare :

$$T_{12}^1 = T_1^{-1}T_2 \quad (23) \quad \text{rezultînd relația} \quad r_2 = T_{12}^1(\bar{r}_1) \quad (24)$$

Între cele două matrici T_{12}^0 și T_{12}^1 există relația :

$$T_{12}^0 T_1 = T_1 T_{12}^1 \quad (25) \quad \text{sau} \quad T_{12}^1 = T_1^{-1}T_{12}^0 T_1 \quad (26) \quad T_{12}^0 = T_1 T_{12}^1 T_1^{-1} \quad (27)$$

Corespunzător relațiilor (26) și (27) avem vectorii

$$\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_{12}.$$

Vectorul $\bar{w}_{12}$ calculat cu matricea de transformare T_{12}^0 va fi exprimat în sistemul $O\ x_0\ y_0\ z_0$, iar dacă este calculat cu matricea T_{12}^1, va fi exprimat în sistemul $O\ x_1\ y_1\ z_1$.

Ținînd seama de (9), (22), (23), rezultă pentru vectorul $\bar{w}_{12}$ expresiile :

$$\begin{aligned}\bar{w}_{12} = \frac{1}{2}\Big\{&[\gamma_{12}\beta_{11} + \gamma_{22}\beta_{21} + \gamma_{32}\beta_{31} - (\beta_{12}\gamma_{11} + \beta_{22}\gamma_{21} + \beta_{32}\gamma_{31})]\,\bar{i}_0 + \\ &+[\alpha_{12}\gamma_{11} + \alpha_{22}\gamma_{21} + \alpha_{32}\gamma_{31} - (\gamma_{12}\alpha_{11} + \gamma_{22}\alpha_{21} + \gamma_{32}\alpha_{31})]\,\bar{j}_0 + \\ &+[\beta_{12}\alpha_{11} + \beta_{22}\alpha_{21} + \beta_{32}\alpha_{31} - (\alpha_{12}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{21} + \alpha_{32}\beta_{31})]\,\bar{k}_0\Big\} \quad (28)\end{aligned}$$

respectiv

$$\begin{aligned}\bar{w}_{12} = \frac{1}{2}\Big\{&[\alpha_{31}\alpha_{22} + \beta_{31}\beta_{22} + \gamma_{31}\gamma_{22} - (\alpha_{21}\alpha_{32} + \beta_{21}\beta_{32} + \gamma_{21}\beta_{32})]\,\bar{i}_1 + \\ &+[\alpha_{11}\alpha_{32} + \beta_{11}\beta_{32} + \gamma_{11}\gamma_{32} - (\alpha_{31}\alpha_{12} + \beta_{31}\beta_{12} + \gamma_{31}\gamma_{12})]\,\bar{j}_1 + \\ &+[\alpha_{21}\alpha_{12} + \beta_{21}\beta_{12} + \gamma_{21}\gamma_{12} - (\alpha_{11}\alpha_{22} + \beta_{11}\beta_{22} + \gamma_{11}\gamma_{22})]\,\bar{k}_1\Big\} \quad (29)\end{aligned}$$

unde

$$T_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \beta_{11} & \beta_{21} & \beta_{31} \\ \gamma_{11} & \gamma_{21} & \gamma_{31} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{32} \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} & \gamma_{32} \end{pmatrix} \quad (31)$$

3. **Determinarea vitezei unghiulare.** Să considerăm deplasarea din poziția $O\ x_0\ y_0 z_0$ în poziția oarecare $Oxyz$ cu matricea T funcție de timp. Să considerăm două valori t și $(t + \Delta t)$ ale timpului și să notăm cu T_1, respectiv T_2 matricele corespunzătoare pozițiilor $Oxyz$, $Ox'y'z'$ (fig. 3).

Pentru un interval de timp mic Δt va corespunde de asemenea un unghi de rotație mic $\Delta\theta$. Vectorul definit de relațiile (28), (29) va avea valoarea algebrică egală cu $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$. Fie $\Delta\bar{\Omega}$ vectorul corespunzător acestei rotații.

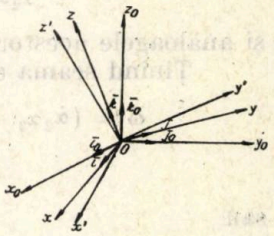


Fig. 3

Notînd $\alpha_1(t + \Delta t) - \alpha_1(t) = \Delta\alpha_1$ și analoagele cu $\Delta\beta_1$, $\Delta\gamma_1$, matricele T_1 și T_2 sînt :

$$T_1 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix} \tag{32}$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \Delta\alpha_1 & \alpha_2 + \Delta\alpha_2 & \alpha_3 + \Delta\alpha_3 \\ \beta_1 + \Delta\beta_1 & \beta_2 + \Delta\beta_2 & \beta_3 + \Delta\beta_3 \\ \gamma_1 + \Delta\gamma_1 & \gamma_2 + \Delta\gamma_2 & \gamma_3 + \Delta\gamma_3 \end{pmatrix} \tag{33}$$

Ținînd seama de relația (29), precum și de relațiile (32) (33), rezultă :

$$\Delta\bar{\Omega} = \frac{1}{2}[(\alpha_3 \cdot \Delta\alpha_2 + \beta_3 \cdot \Delta\beta_2 + \gamma_3 \cdot \Delta\gamma_2 - \alpha_2\Delta\alpha_3 - \beta_2 \cdot \Delta\beta_3 - \gamma_2 \cdot \Delta\gamma_3)\,\bar{i} + \tag{34}$$
$$+ (\alpha_1 \cdot \Delta\alpha_3 + \beta_1 \cdot \Delta\beta_3 + \gamma_1 \cdot \Delta\gamma_3 - \alpha_3 \cdot \Delta\alpha_1 - \beta_3 \cdot \Delta\beta_1 - \gamma_3 \cdot \Delta\gamma_1)\,\bar{j} +$$
$$+ (\alpha_2 \cdot \Delta\alpha_1 + \beta_2 \cdot \Delta\beta_1 + \gamma_2 \cdot \Delta\gamma_1 - \alpha_1 \cdot \Delta\alpha_2 - \beta_1 \cdot \Delta\beta_2 - \gamma_1 \cdot \Delta\gamma_2)\,\bar{k}]$$

Vom defini drept vector viteză unghiulară

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{\Omega}}{\Delta t} = \bar{\omega} \tag{35}$$

Calculul acestei limite este următorul :

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{\Omega}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{\Omega}}{\Delta\theta} \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \bar{u}\frac{d\theta}{dt} \tag{36}$$

unde $\bar{u} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta\bar{\Omega}}{\Delta\theta}$ este vectorul unitar al axei de rotație deoarece

$$\Delta\Omega = \Delta\theta \tag{37}$$

Astfel modulul vitezei unghiulare apare ca limita unui unghi cînd variația de timp tinde către zero.

Rezultă pentru vectorul $\bar{\omega}$ expresia :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}[(\alpha_3\dot{\alpha}_2 + \beta_3\dot{\beta}_2 + \gamma_3\dot{\gamma}_2 - \alpha_2\dot{\alpha}_3 - \beta_2\dot{\beta}_3 - \gamma_2\dot{\gamma}_3)\,\bar{i} + \tag{38}$$
$$+ (\alpha_1\dot{\alpha}_3 + \beta_1\dot{\beta}_3 + \gamma_1\dot{\gamma}_3 - \alpha_3\dot{\alpha}_1 - \beta_3\dot{\beta}_1 - \gamma_3\dot{\gamma}_1)\,\bar{j} +$$
$$+ (\alpha_2\dot{\alpha}_1 + \beta_2\dot{\beta}_1 + \gamma_2\dot{\gamma}_1 - \alpha_1\dot{\alpha}_2 - \beta_1\dot{\beta}_2 - \gamma_1\dot{\gamma}_2)\,\bar{k}]$$

Dar, din relațiile de forma :

$$\alpha_2\alpha_3 + \beta_2\beta_3 + \gamma_2\gamma_3 = 0 \tag{39}$$

prin derivare în raport cu timpul se deduc relațiile :

$$-\alpha_2\dot{\alpha}_3 - \beta_2\dot{\beta}_3 - \gamma_2\dot{\gamma}_3 = \dot{\alpha}_2\alpha_3 + \dot{\beta}_2\beta_3 + \dot{\gamma}_2\gamma_3 \tag{40}$$

și analoagele acestora.

Ținînd seama de aceste relații, expresia (38) a vectorului $\bar{\omega}$ devine :

$$\bar{\omega} = (\dot{\alpha}_2\alpha_3 + \dot{\beta}_2\beta_3 + \dot{\gamma}_2\gamma_3)\,\bar{i} + (\dot{\alpha}_3\alpha_1 + \dot{\beta}_3\beta_1 + \dot{\gamma}_3\gamma_1)\,\bar{j} + \\ + (\dot{\alpha}_1\alpha_2 + \dot{\beta}_1\beta_2 + \dot{\gamma}_1\gamma_2)\,\bar{k} \tag{41}$$

sau

$$\bar{\omega} = (\dot{\bar{j}}\,\bar{k})\bar{i} + (\dot{\bar{k}}\bar{i})\bar{j} + (\dot{\bar{i}}\,\bar{j})\,\bar{k} \tag{42}$$

Acestui vector îi corespunde matricea

$$\bar{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -(\dot{\alpha}_1\alpha_2+\dot{\beta}_1\beta_2+\dot{\gamma}_1\gamma_2) & \dot{\alpha}_3\alpha_1 + \dot{\beta}_3\beta_1 + \dot{\gamma}_3\gamma_1) \\ \dot{\alpha}\alpha_2 + \dot{\beta}_1\beta_2 + \dot{\gamma}_1\gamma_2 & 0 & -(\dot{\alpha}_2\alpha_3 + \dot{\beta}_2\beta_3 + \dot{\gamma}_2\gamma_3) \\ -(\dot{\alpha}_3\alpha_1+\dot{\beta}_3\beta_1+\dot{\gamma}_3\gamma_1) & \dot{\alpha}_2\alpha_3+\dot{\beta}_2\beta_3 + \dot{\gamma}_2\gamma_3 & 0 \end{pmatrix} \tag{43}$$

Dacă se pleacă de la relația (28), se obține vectorul $\bar{\omega}$ exprimat în sistemul $O\,x_0y_0\,z_0$, adică :

$$\bar{\omega} = (\beta_1\dot{\gamma}_1 + \beta_2\dot{\gamma}_2 + \beta_3\dot{\gamma}_3)\,\bar{i}_0 + (\gamma_1\dot{\alpha}_1 + \gamma_2\dot{\alpha}_2 + \gamma_3\dot{\alpha}_3)\,\bar{j}_0 + \\ + (\alpha_1\dot{\beta}_1 + \alpha_2\dot{\beta}_2 + \alpha_3\dot{\gamma}_3)\,\bar{k}_0 \tag{44}$$

căruia îi corespunde matricea

$$\Omega_0 = \begin{pmatrix} 0 & -(\alpha_1\dot{\beta}_1 + \alpha_3\dot{\beta}_2 + \alpha_3\dot{\gamma}_3) & \gamma_1\dot{\alpha}_1 + \gamma_2\dot{\alpha}_2 + \gamma_3\dot{\alpha}_3 \\ \alpha_1\dot{\beta}_1 + \alpha_2\dot{\beta}_2 + \alpha_3\dot{\gamma}_3 & 0 & -(\beta_1\dot{\gamma}_1 + \beta_2\dot{\gamma}_2 + \beta_3\dot{\gamma}_3) \\ -(\gamma_1\dot{\alpha}_1+\gamma_2\dot{\alpha}_2+\gamma_3\dot{\alpha}_3) & \beta_1\dot{\gamma}_1+ \beta_2\dot{\gamma}_2 + \beta_3\dot{\gamma}_3 & 0 \end{pmatrix} \tag{45}$$

Plecînd apoi de la relația $\bar{r} = T(\bar{r}_0)$ prin derivare rezultă

$$\bar{v} = \Omega_0\, T\,(\bar{r}_0) \tag{46}$$

unde Ω_0 este dat de relația (45).

Catedra de mecanică și mecanisme
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *O. Onicescu* — Mecanica, Editura Tehnică 1969.
2. *N. Pandrea* — Considerații privind deplasările corpului rigid. Buletinul Institutului politehnic Gheorghe Gheorghiu Dej, București, Tom XXXIV, nr. 4, 1972.
3. *N. Pandrea* — Contribuții la studiul mecanismelor spațiale cu ajutorul teoriei șuruburilor. Teză de doctorat. Institutul politehnic București, aprilie 1973.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z. : 532.35

ÜBER EINIGE MECHANISCHE MODELLE DES VERFORMUNGS-VORGANGES BEIM WALZEN*

EUGEN DECIU

1. Allgemeines

Die vorliegende Arbeit enthält einige Ergebnisse des theoretischen mechanischen Studiums der während des Verformugsvorganges beim Walzen vor sich gehenden Vorgänge. Dabei wird das Material als Kontinuum mit rheologischen Eigenschaften angesehen, welches sich durch eine Düse derselben Form wie der Walzspalt bewegt. Was die Eigenschaften des verformten Körpers betrifft, werden verschiedene Modelle verwendet: visköse Flüssigkeit konstanter Viskosität (newton' sches Modell), visköse Flüssigkeit veränderlicher Viskosität, pseudoplastische nichtnewton'sche Flüssigkeit.

Die Ergebnisse können sowohl für das Walzen von Metallen, als auch für jenes der Plaste angewendet werden.

Das Problem des Walzens der Materiale kann mit Hilfe der mechanischen Modelle angegangen werden, weil zwischen dem wirklichen und dem modellierten Vorgang Gleichheit des Spannungszustandes (dreidimensioneller Druck) besteht, die Geschwindigkeitsverteilung in verschiedenen senkrechten Querschnitten ähnlich ist und die in beiden Fällen erhaltenen Kennlinien für die Druckveränderung auf den Zylinder im Walzspalt dieselbe Form hat. Ausserdem wird das Walzen mit Hilfe der oben angeführten Methoden als ein stetiger Vorgang angesehen, so wie er in Wirklichkeit vor sich geht, wogegen die auf der Plastizitätslehre fussenden Methoden den Vorgang fragmentiert betrachten.

Es wird das zugfreie Walzen einiger Materiale geringer Dicke und grosser Breite untersucht. Die Radien der Walzen sind viel grösser als die Dicke des gewalzten Materials. Da in diesem Falle die seitlichen Verformungen des Materials klein sind (ungefähr 2%), werden diese vernachlässigt und ein ebenes Problem untersucht.

Es wird ein Walzenpaar angenommen, dessen Zylinder den Radius R_0 haben und sich mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω drehen. Die Höhe des Walzgutes vor dem Durchlaufen des Spaltes beträgt $2\ H_0$, nachher $2\ H_1$. Der entsprechende veränderliche Wert der Höhe im Verformungsbereich ist $2\ h$ beim Winkel φ.

Eine der grundlegenden Voraussetzungen dieser Arbeit ist die Annahme, dass die Walzen in dem Verformungsbereich kreisförmig sind. Diese Hypothese kann aufgestellt werden, weil in vielen Fällen (zum

* Manuscript am 10. Juni 1973 eingegangen

Beispiel für einige Plastmassen) die Walzylinder genügend steif sind, so dass ihre Verformung vernachlässigt werden kann, und weil im Falle der elastisch verformbaren Zylinder die Hitchcok Methode allgemein anerkannt wird, welche festliegt, dass die Walzen im Kontaktbereich ebenfalls welche festlegt, dass die Walzen im Kontaktbereich ebenfalls zylindrisch sind, ihr Radius jedoch $R > R_0$ ist. Der Wert des verformten Radius' wird aus der von Bland und Ford [5] abgeleiteten Formel

$$R = R_0\left(1 + \frac{cP}{\Delta h}\right) \tag{1}$$

erhalten, wo P — die resultierende, auf den Zylinder einwirkende Kraft; $\Delta h = 2\,H_0 - 2\,H_1$ — die Dickenverminderung; c — ein experimenteller Wert, welcher für Walzen aus Stahl den Wert $c = 1{,}08 \times 10$ mm²/kgf und für Walzen aus Gusseisen $c = 2{,}27 \times 10^{4-}$ mm²/kgf annimmt.

Die Untersuchung der beim Walzen auftretenden Verformungen mit Hilfe mechanischer Modelle kann auf zwei Weisen erfolgen. Es wird entweder angenommen, dass das Fliessen durch eine konvergente Düse, in welcher sich das Material an der schmalsten Stelle des Spaltes von den Zylindern löst, erfolgt, oder es wird angenommen, dass der Fliessvorgang durch eine konvergent-divergente Düse vor sich geht, in welcher das

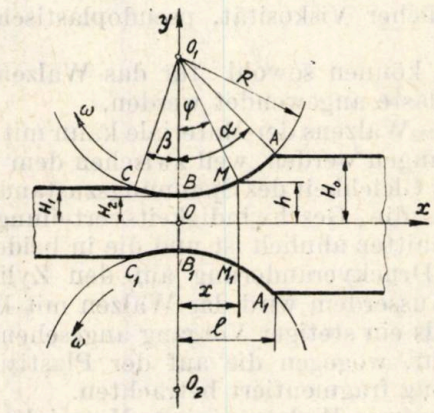


Fig. 1

Material auch nach dem Passieren der schmalsten Stelle des Walzspaltes mit den Zylindern in Kontakt bleibt. Die erste Arbeitsweise macht eine einfache Lösung möglich; die Ergebnisse sind für eine erste Näherung zufriedenstellend. Die zweite Arbeitsweise (konvergent-divergente Düse) verfolgt die Annäherung der theoretischen Ergebnisse an die Praxis, welche die Existenz des Kontaktes auch nach dem kleinsten Querschnitt feststellt. Der Vorgang kann durch elastische Rückfederung des Materials und eventuell durch ein Ankleben an die Walzen erklärt werden. Die vorliegende Arbeit befasst sich nur mit den Ergebnissen, welche bei der Untersuchung des Fliessvorganges durch konvergent-divergente Düsen unter Verwendung der obengenannten Modelle erhalten werden (Abbildung 1). So wird der erste Teil (konvergenter Bereich der Düse)

durch den Winkel α, welcher dem Bereich der plastischen Verformungen zugeordnet ist, und der zweite Teil (divergenter Bereich der Düse) durch den Winkel β, welcher dem Bereich der Rückfederung zugeordnet ist, definiert.

2. Untersuchung des Walzens mit Hilfe des Modelles eines zähflüssigen Mediums konstanter Viskosität (Newton'sches Modell)

Für die Untersuchung werden die Bewegungsgleichungen von Navier-Stokes für zähe inkompressible Flüssigkeiten verwendet, welche für ein ebenes System als

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} &= F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\Delta u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} &= F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\Delta v \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

angeschrieben werden können, wobei ν die kinematische Zähigkeit bedeutet.

Der Ausdruck der Schubspannung lautet in diesem Falle

$$\tau_{xy} = \mu\frac{dv}{dy} \tag{3}$$

wo μ den dynamischen Viskositätskoeffizienten bedeutet.

Wenn den Besonderheiten des untersuchten Problems Rechnung getragen wird, können folgende vereinfachende Voraussetzungen gemacht werden : die Massenkräfte sind gegenüber den anderen Kräften, z. B. den Trägheitskräften, vernachlässigbar; die Komponente v der Geschwindigkeit und ihre Änderungen entlang den Achsen Ox und Oy sind vernachlässigbar; die Änderungen der Komponente u der Geschwindigkeit sind entlang der Ox-Achse viel kleiner als entlang der Oy-Achse, können also veranchlässigt werden- Es werden so die vereinfachten Navier-Stokes' schen Gleichungen für den Schmierfilm

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

erhalten.

Ausserdem wird auch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

benützt.

Aus Gründen der Symmetrie wird die Bewegung nur im oberen Teil des Verformungsbereiches untersucht.

Untersuchung der Bewegung im Konvergenten Teil der Düse.

Es werden die Voraussetzungen gemacht, dass das Material an seiner Peripherie dieselbe Geschwindigkeit hat wie der Zylinder und dass für $y = 0$ die Bewegung nur nach der Ox-Achse erfolgt, so dass die Geschwindigkeit u hier am grössten ist. Im Querschnitt AA_1, in welchem der Fliessvorgang beginnt, ist der Druck gleich Null. Im Querschnitt BB_1, in welchem das Material den grössten Verformungsgrad aufweist, wird angenommen, dass die Spannung σ_x mit der dem betreffenden Verformungsgrad entsprechenden Druck-Fliessgrenze σ_c verhältnisgleich ist. Aus der Plastizitätslehre ist bekannt, dass

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_c = 1{,}15 \ \sigma_c. \tag{6}$$

Indem dem in der Walztheorie benützten Spannungsschema Rechnung getragen wird, folgt dass

$$\sigma_3 = \lambda \sigma_c ; \qquad \sigma_1 = p_2 \tag{7}$$

woher der Druck im Querschnitt BB_1

$$p_2 = (1{,}15 + \lambda) \ \sigma_c \tag{8}$$

abgeleitet werden kann.

Die Fliessgrenze σ_c und der Proportionalitätsfaktor λ hängen von dem Material, der Temperatur und dem Walzverhältnis ab [6], [14], [17], [18]. Falls angenommen wird, dass im Querschnitt BB_1 die Streckgrenze erreicht wird, ist $\lambda = 1$ und

$$p_2 = 2{,}15 \ \sigma_c, \tag{9}$$

eine Bezieung, welche mit den experimentellen Ergebnissen in Einvernehmen steht.

Folglich sind die Grenzbedingungen im konvergenten Teil der Düse:

$$\begin{aligned} &y = h \qquad u = -\omega(R + H - h), \qquad v = -\omega x \\ &y = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad\qquad\qquad v = 0 \\ &\varphi = \alpha \qquad p = 0 \\ &\varphi = 0 \qquad p = p_2 = 2{,}15 \ \sigma_c. \end{aligned} \tag{10}$$

Werden die Gleichungen (4) nach y integriert, so wird mit Hilfe der Bedingungen (10) das Gesetz erhalten, nach welchem sich die Komponente u der Geschwindigkeit verändert:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - h^2) - \omega (R + H_1 - h). \tag{11}$$

Durch Integration der Gleichung (5) wird der Ausdruck des Druckgradienten entlang der Achse Ox erhalten,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{3\mu\omega}{h^3}\,[h^2 - h(R + H_1) + C]. \tag{12}$$

Für die Untersuchung der Bewegung im konvergenten Teil der Düse wird die vereinfachende Voraussetzung

$$H_1 \approx H_2 \tag{13}$$

gemacht, welche die Genauigkeit der Berechnungen nicht wesentlich beeinflusst.

Da AB ein Kreisbogen ist, folgt

$$h = R + H_1 - \sqrt{R^2 - x^2} = H_1 + R\ (1 - \cos\varphi) \tag{14}$$

wo die Veränderliche durch

$$x = R \sin \varphi \tag{15}$$

vertauscht worden ist.

Verden diese Beziehungen berücksichtigt und den Bedingungen (10) Rechnung getragen, so wird durch Intergration der Beziehung (12) das Gesetz erhalten, mit Hilfe dessen die Druckverteilung auf die Walzen im konvergenten Teil der Düse

$$p(\varphi) = 3\mu\omega\left\{-\varphi + (\delta+1)\left[1 - \frac{1}{\delta(\delta+2)} + \frac{3C}{2R^2\delta^2\,(\delta+2)^2}\right]\xi + \right.$$

$$+ \frac{C}{2R^2\delta(\delta+2)}\left[1 + \frac{3}{\delta(\delta+2)} + \frac{\delta+1}{\delta+1-\cos\varphi} - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{2R^2(\delta+1)^2}{C}\right]\zeta + C_1\right\} \tag{16}$$

bestimmt werden kann.

Die Integrationskonstanten haben die Werte

$$\left.\begin{aligned} C &= 2R^2\delta(\delta+2)\,\frac{\arccos[1-\delta(\eta-1)] + (\delta+1)\left[\left(\frac{1}{\delta(\delta+2)} - 1\right)\xi_0 + \frac{\delta+1}{\delta(\delta+2)}\zeta_0\right] - \frac{p_2}{3\mu\omega}}{\frac{3(\delta+1)}{\delta(\delta+2)}\xi_0 + \left(1 + \frac{3}{\delta(\delta+2)} + \frac{\delta+1}{\delta\eta}\right)\zeta_0} \\ C_1 &= \frac{p_2}{3\mu\omega}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

In den vorherigen Beziehungen wurden die Bezeichnungen

$$\delta = \frac{H_1}{R}; \quad \eta = \frac{H_0}{H_1} \tag{18}$$

und

$$\xi = \frac{2}{\sqrt{\delta(\delta+2)}} \operatorname{arc\,tg}\left(\sqrt{\frac{\delta+2}{\delta}} \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right); \quad \zeta = \frac{\sin\varphi}{\delta+1-\sin\varphi} \tag{19}$$

$$\xi_0 = \frac{2}{\sqrt{\delta(\delta+2)}} \operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{(\delta+2)(\eta-1)}{2-\delta(\eta-1)}}; \quad \zeta_0 = \frac{\sqrt{\delta(\eta-1)[2-\delta(\eta-1)}}{\delta\eta}$$

benützt, wo ξ_0 und ζ_0 die Werte darstellen, welche ξ und ζ für $\varphi = \alpha$ annehmen.

Aus der Berdingung $dp/d\varphi = 0$ lässt sich leicht der Querschnitt bestimmen, in welchem der Druck Maximalwerte annimmt.

Untersuchung der Bewegung im divergenten Teil der Düse.

Zum grössten Teil wurden für diesen Teil der Düse dieselben Randbedingungen wie für die konvergente Düse verwendet. Es wird festgehalten, dass der Druck im Querschnitt BB_1 mit der Beziehung (8), beziehungsweise (9) berechnet wird. Für den Ausgangsquerschnitt CC_1 wird eine der in der Theorie der Schmierung angewendeten Voraussetzungen als gültig angesehen und zwar, dass sich hier der Druck p^* gleichzeitig mit $\partial p^*/\partial x$ annuliert. Diese letzte Bedingung entspricht nicht vollständig der Wirklichkeit; sie kommt ihr aber genügend nahe, damit das Endergebnis befriedigend ausfällt. In diesem Bereich wird die vereinfachende Voraussetzung (13) nicht beibehalten.

Für die divergente Düse wird der Druck mit p^* bezeichnet.

Es folgen für den divergenten Teil der Düse die Randbedingungen

$$\left.\begin{array}{lll} y = 0 & \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0, & v = 0 \\ y = h & u = -\omega(R + H_2 - h), & v = \omega\,|\,x\,| \\ \varphi = 0 & p^* = p_2, & \\ \dfrac{\partial p^*}{\partial x} = 0 & p^* = 0 & \end{array}\right\} \tag{20}$$

Indem wie vorher vorgegangen wird, wird für die Geschwindigkeit

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p^*}{\partial x}(y^2 - h^2) - \omega(R + H_2 - h) \tag{21}$$

und für den Druckgradienten

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = 3\mu\omega \frac{(R + H_2)\, h + C^*}{h^3} \tag{22}$$

erhalten.

Da BC ein Kreisbogen ist, folgt

$$h = R + H_2 - \sqrt{R^2 - x^2} = H_2 + R\,(1 - \cos\varphi). \tag{23}$$

Durch Integration der Beziehung (22) wird die Verteilungsfunktion des Druckes über die Walzen im divergenten Bereich

$$\begin{aligned} p^*(\varphi) = 3\mu\omega \Bigg\{ & (\Delta + 1)\left[\frac{1}{\Delta(\Delta+2)} + \frac{3C^*}{2R^2\Delta^2(\Delta+2)^2}\right]\xi^* + \\ & + \frac{C^*}{2R^2\Delta(\Delta+2)}\left[1 + \frac{3}{\Delta(\Delta+2)} + \frac{\Delta+1}{\Delta+1-\cos\varphi} + \right. \\ & \left. + \frac{2R^2(\Delta+1)^2}{C^*}\right]\zeta^* + C_1^* \Bigg\} \end{aligned} \tag{24}$$

erhalten, wo die Bezeichnungen

$$\xi^* = \frac{2}{\sqrt{\Delta(\Delta+2)}} \operatorname{arc\,tg}\left(\sqrt{\frac{\Delta+2}{\Delta}} \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right); \quad \zeta^* = \frac{\sin\varphi}{\Delta + 1 - \cos\varphi} \tag{25}$$

und

$$\Delta = \frac{H_2}{R} = \delta + \cos\beta - 1. \tag{26}$$

verwendet wurden.

Die Intergrationskonstanten nehmen die Werte

$$\left.\begin{aligned} C^* &= -\delta\, R^2\,(\delta + \cos\beta) \\ C_1^* &= C_1 = \frac{p_2}{3\mu\omega} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

an.

Mit der Bedingung $p^* = 0$ für $\partial p^*/\partial x = 0$ und unter Berücksichtigung der vorher abgeleiteten Ergebnisse, geht die Beziehung (24) in eine Gleichung in β über, deren Lösung den Wert dieses Winkels, welchen den divergenten Teil der Düse definiert, gibt. Mit Hilfe des Winkels β kann auch die kleinste Höhe

$$H_2 = H_1 - R\,(1 - \cos\beta) \tag{28}$$

berechnet werden.

3. Untersuchung des Walzens mit Hilfe des Modelles eines zähflüssigen Mediums veränderlicher Viskosität

Während des Walzvorganges erleidet das Material wegen der Verformungen Veränderungen seiner mechanischen Eigenschaften [1], [4] ... [6], [14], [16] ... [18]. In der vorliegenden Arbeit wird angenommen, dass die Viskosität sich in Walzrichtung (entlang der Ox-Achse) verändert, um die theoretischen Ergebnisse der Wirklichkeit anzunähern. Die Änderungen der Viskosität entlang der Senkrechten zur Walzrichtung (entlang der Oy-Achse) werden vernachlässigt, da angenommen wird, dass entlang dieser Richtung die Temperaturunterschiede und die Veränderung der mechanischen Eigenschaften klein sind. Es wird so für die Viskosität formell derselbe Ausdruck erhalten, wie jener für Schmiervorgänge:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{h}{H_0}\right)^q. \tag{29}$$

In der vorliegenden Arbeit wird $q = 1$ gesetzt; es ergibt sich eine in Abhängigkeit vom Querschnitt lineare Beziehung für die Viskosität, woher

$$\frac{\mu}{h} = \frac{\mu_0}{H_0} = \psi \tag{30}$$

also

$$\mu = \psi h \tag{31}$$

abgeleitet werden.

Unter diesen Bedingungen wird unter Verwendung der gleichen Gleichungen und Randbedingungen wie im Falle der konstanten Viskosität das Gesetz für den Druck im konvergenten Teil der Düse

$$p(\varphi) = 3\omega\psi \left\{ R\left[(\delta+1)\ \varphi + \sin\ \psi + \left(\frac{C}{R^2\ \delta(\delta+2)} + (\delta+1)^2 \right)\xi \right] + \right. \tag{32}$$

$$\left. + \frac{C\ (\delta+1)\ \sin\ \varphi}{R\delta\ (\delta+2)\ (\delta+1-\cos\ \varphi)} + C_1 \right\}$$

erhalten.

Die Integrationskonstanten haben die Werte

$$\left.\begin{aligned} C &= R^2\delta(\delta+2)\ \frac{(\delta+1)\{(\delta+1)\xi_0 - \arccos[1-\delta(\eta-1)]\} - \sqrt{\delta(\eta-1)[2-\delta(\eta-1)]} - \dfrac{p_2}{3\omega\psi R}}{\dfrac{\delta+1}{\delta\eta}\sqrt{\delta(\eta-1)[2-\delta(\eta-1)]} + \xi_0} \\ C_1 &= -\frac{p_2}{3\omega\psi} \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

wo dieselben Bezeichnungen wie vorher verwendet wurden. Für die Bewegung in der divergenten Düse kann angenommen werden, dass die Zähigkeit

konstant bleibt, weil diesem an Ausdehnung kleinen Bereich die elastische Rückfederung entspricht und keine grösseren Struktur- und Temperaturänderungen auftreten. Es wird deshalb angenommen, dass in diesem Bereich die Viskosität gleich jener aus dem Querschnitt BB_1

$$\mu_1 = \psi H_1 = \frac{H_1}{H_0} \mu_0 = \frac{\mu_0}{\eta} \tag{34}$$

ist und dass die Ergebnisse verwendet werden können, welche mit Hilfe des Modelles eines zähflüssigen Mediums konstanter Viskosität erhalten wurden.

4. Untersuchung des Walzens mit Hilfe des Modelles eines pseudoplastischen nichtnewton'schen Mediums

Es wird hervorgehoben, dass ein nichtnewton'sches Medium angenommen wird, welches eine ebene Bewegung ausführt.

Die aus der Literatur bekannten Bewegungsgleichungen sind

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \mu_2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \right\} \tag{35}$$

zu denen auch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

hinzukommt.

Der bekannte Ausdruck der Schubspannung lautet:

$$\tau_{xy} = - \mu_1 \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \mu_2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \tag{36}$$

wo μ_1 die dynamische Viskosität erster Ordnung (newton'sche), und μ_2 jene zweiter Ordnung bedeuten.

Wird die erste Gleichung (35) integriert, so wird

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu_1}{\mu_2} - \sqrt{\left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^2 - \frac{2}{\mu_2} \frac{dp}{dx} y} \tag{37}$$

erhalten, woraus die Bedingung folgt, dass die Lösung reel ist, wenn

$$2y \frac{\mu_1^2}{\mu_2} \frac{dp}{dx} < 1. \tag{38}$$

Die Komponente u der Geschwindigkeit beträgt

$$u = -\omega\,(R + H_1 - h) - \frac{\mu_1}{\mu_2}(h - y) - \frac{\mu_1^3}{3\mu_2^2 \dfrac{dp}{dx}}\left[\left(1 - 2y\,\frac{\mu_2}{\mu_1^2}\,\frac{dp}{dx}\right)^{\frac{3}{2}} - \right.$$

$$\left. - \left(1 - 2\,h\,\frac{\mu_2}{\mu_1^2}\,\frac{dp}{dx}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \tag{39}$$

woraus eine nichtlineare Gleichung in dp/dx abgeleitet werden kann.

Im Weiteren wird eine annähernde Lösung untersucht, welche von der auf die Bedingung (38) fussenden Feststellung ausgeht, dass $2h\,\dfrac{\mu_1^2}{\mu_2}\,\dfrac{dp}{dx} < 1$. Im Ausdruck (39) werden die Binome durch Reihen ersetzt, die ersten drei Glieder beibehalten und so die Differentialgleichung des Druckes

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2\mu_1}{h^3}\left[\frac{\mu_1}{\mu_2}\,h^2 - \omega\,(R + H_1)\,h + C'\right] \tag{40}$$

erhalten.

Wird die Gleichung (40) integriert, den Randbedingungen (10) Rechnung getragen und die Näherung (13) eingeführt, so lautet der Ausdruck des auf die Walzzylinder im konvergenten Bereich ausgeübten Druckes

$$\frac{p(\varphi)}{2\mu_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left[-\varphi + (\delta + 1)\,\xi\right] - \frac{\omega(\delta + 1)}{\delta(\delta + 2)}\left[\xi + (\delta + 1)\,\zeta\right] +$$

$$+ \frac{C'}{2R^2\,\delta(\delta + 2)}\left\{\left[\frac{\delta + 1}{\delta + 1 - \cos\varphi} + \frac{\delta\,(\delta + 2) + 3}{\delta\,(\delta + 2)}\right]\zeta + \frac{3\,(\delta + 1)}{\delta\,(\delta + 2)}\,\xi\right\} + C'' \tag{41}$$

Die Integrationskonstanten haben die Werte

$$\left.\begin{aligned} C' &= 2R^2\,\delta(\delta+2)\,\frac{\dfrac{\omega\,(\delta+1)}{\delta\,(\delta+2)}\left[\xi_0 + (1+\delta)\,\zeta_0\right] - \dfrac{\mu_1}{\mu_2}\left[-\alpha + (\delta+1)\,\xi_0\right] - \dfrac{p_2}{2\mu_1}}{\dfrac{3\,(\delta+1)}{\delta\,(\delta+2)}\,\xi_0 + \left[\dfrac{\delta+1}{\delta\eta} + \dfrac{\delta(\delta+2)+3}{\delta+2}\right]\zeta_0} \\ C'' &= \frac{p_2}{2\mu_1} \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

wo dieselben Bezeichnungen benützt wurden wie bisher.

Für die Bewegung durch die divergente Düse wird analog vorgegangen, wie für deren konvergenten Teil, und zwar sowohl was die Berechnungsetappen, als auch die Näherungen betrifft. Mit den Bedingungen (20) lautet der Druck auf die Zylinder in der divergenten Zone

$$\frac{p^*(\varphi)}{2\mu_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left[-\varphi + (\Delta+1)\,\xi^*\right] - \frac{\omega(\Delta+1)}{\Delta(\Delta+2)}\left[\xi^* - (\delta+1)\,\zeta^*\right] +$$

$$+\frac{C_2^*}{2R^2\,\Delta(\Delta+1)}\left\{\left[\frac{\Delta+1}{\Delta+1-\cos\varphi} + \frac{\Delta(\Delta+2)+3}{\Delta(\Delta+2)}\right]\zeta^* + \frac{3(\Delta+1)}{\Delta(\Delta+2)}\,\xi^*\right\} + C_3^* \tag{43}$$

Die Intergrationskonstanten haben die Werte

$$\left.\begin{aligned} C_2^* &= R^2\,\delta\left[\omega(\delta+\cos\beta) - \frac{\mu_2}{\mu_1}\,\delta\right] \\ C_3^* &= \frac{p_2}{2\mu_1} = C_1 \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

wo dieselben Bezeichnungen benützt wurden, wie bisher.

Mit der Bedingung, dass $p^* = 0$ wenn $dp/dx = 0$, wird aus dem Ausdruck (43) eine Gleichung in β erhalten, so dass dieselben Berechnungsetappen durchlaufen werden, wie bei den anderen Modellen.

5. Schlussfolgerungen

Aus der vorlegenden Arbeit geht hervor, dass unter Verwendung der vorgeschlagenen mechanischen Modelle und unter der Voraussetzung, dass die Bewegung wie jene eines Kontinuums durch eine konvergent-divergente Düse abläuft, Ergebnisse erhalten werden, welche den Einfluss des Materials, der Temperatur, des Verformungsgrades, der Verformungsgeschwindigkeit und der geometrischen Walzbedingungen widerspiegeln.

Durch eine zutreffende Auswahl des Modelles stimmen unter diesen Bedingungen die theoretischen Ergebnisse gut mit den experimentellen überein und stellen eine mit Erfolg anwendbare Untersuchungsmethode dar. Mit den in dieser Arbeit erhaltenen Ergebnissen können ausserdem nachher die Walzkraft und das Walzmoment, der Materialdurchsatz, der Vorschubkoeffizient des Materials usw. berechnet werden.

Die Untersuchungen können unter Annahme anderer mechanischer Modelle für das verformte Material weitergeführt werden.

Lehrstuhl für Mechanik
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

LITERATURANGABEN

1. *Adrian M.* — Laminarea la cald a tablelor şi a benzilor, Ed. tehnică, Bucureşti, 1963.
2. *Bland D. R., Ford H.* — The Calculation of Roll Force and Torque in Cold Strip Rolling with Tension, Proc. Inst. Mech. Eng., 159, 1948.
3. *Deciu E.*— Unele contribuţii la analogia hidrodinamică a laminării, St. cerc. mec. apl., 22, 4, 1966.
4. *Haneke M.*— Der Einfluss von Verformung, Walzentemperatur, Abkühlunsbedingungen und Eigenschaften warmgewalzter Grobbleche, Arch. für das Eisenhüttenwesen, 33, 4, 1962.
5. *Johnson W., Mellor P. B.*— Plasticity for Mechanical Engineers, D van Nostrand Comp., London, 1962.
6. *Korolev A. A.* — Novîie issledovania deformaţii metalla pri prokatke, Maşghiz, Moskva, 1958.
7. *Kneschke A.*— Zur hydrodinamischen Theorie des Warmwalzens, Arch. für das Eisenhüttenwesen, 29, 1, 1958.
8. *Mak-Kelvi D. M.*— Pererabotka polimerov, Himia, Moskva, 1965.
9. *Popov M., Mitrică I., Deciu E.*— Studiul presiunilor specifice pe suprafaţa de contact în procesul de laminare, St. cerc. mec. apl., 7, 2, 1956.
10. *Popov M., Deciu E., Mitrică I.*— Consideraţii asupra unei analogii hidrodinamice a laminării, St. cerc. mec. apl., 8, 3, 1957.
11. *Popov M., Deciu E., Mitrică I.*— Asupra unei condiţii la limită în analogia hidrodinamică a laminării, St. cerc. mec. apl., 8, 4, 1957.
12. *Reiner M.*— Rheology, Handbuch der Physik (herausgegeben von S. Flügge), Band VI, Springer Verlag, Berlin, 1958.
13. *Renert M.*— Calculul şi construcţia utilajului chimic, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1971.
14. *Siebel E.*— Die Bedeutung der Fliesskurve bei der Kaltformgebung, VDI, 98, 4, 1956.
15. *Targ S. M.*— Osnovnie zadaci teorii laminarnîh tecenii, Gostehizdat, Moskva, 1951. 87, Series D, No. 3.
16. *Ţelikov A. I.*— Instalaţii de laminoare, Ed. tehnică, Bucureşti, 1952.
17. *Whitton P. W.*— Computation of Roll Force and Torque in Cold Rolling by Modern Theory, J. of Appl. Mech., 23, 2, 1956.
18. *Wusatowski Z.*— Bazele laminării, Ed. tehnică, Bucureşti, 1972.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

MECANICĂ FINĂ

C. Z.: 681

UNELE CRITERII ȘI RECOMANDĂRI IN ALEGEREA ȘI PROIECTAREA ELEMENTULUI ELASTIC PENTRU APARATELE DE MĂSURAT PRESIUNI MICI*

GH. DIACONESCU

În construcția aparatelor de măsurat presiuni mici se folosesc din considerente de sensibilitate și gabarit, ca traductor presiune-deplasare, membrane ondulate simple, membrane ondulate cu gofraj marginal și capsule manometrice.

Prin tema de proiectare se indică domeniul de măsurare al presiunii clasa de precizie a indicațiilor, mediul de funcționare și unele preferințe sau precizări în privința gabaritului.

Pentru clasele de precizie care admit o eroare a indicațiilor mai mare de 0,6 % rolul hotărîtor din punct de vedere al încadrării aparatelor în instrucțiunile de verificare îl joacă elementul elastic, întrucît erorile introduse de mecanismul de transmitere pot fi mai mici de 0,2 %, în cazul relativ ușor de realizat al unei proiectări, execuții și al unui reglaj corect.

Elementul elastic trebuie să satisfacă mai multe condiții : liniaritate cît mai mare a caracteristicii pe întreg domeniul de lucru, histerezis, minim, respectiv abateri minime de indicație între valorile citite la creșterea și scăderea presiunii, fidelitate mare a indicațiilor, inclusiv în timp și o comportare cît mai uniformă între piesele aceluiași lot. De asemenea pentru a nu se complica construcția mecanismului și a nu se introduce astfel surse suplimentare de erori de indicație, elementul elastic trebuie să asigure, pentru presiunea maximă măsurată de aparat, o deplasare a centrului său, $W_0 \geqslant 0{,}7$ mm.

În acest articol se vor da unele indicații relativ la criteriile după care se poate alege sau proiecta o membrană elastică care să asigure aparatului funcționarea într-o anumită clasă de precizie.

Eroarea de indicație a unui aparat ce nu poate fi micșorată prin reglaj ε_{ia} rezultă din însumarea unor erori parțiale introduse de mecanism ε_M, de influența neliniarității caracteristicii elementului elastic ε_l și de histereza mecanică a acestui element ε_{hm}.

* Manuscris predat redacției la data de 20 iunie 1974

Dacă acceptăm că aceste erori se însumează după cunoscuta ipoteză folosită în calculul probabilităţilor a distribuţiei normale şi dacă luăm şi un coeficient de siguranţă $K = 1{,}25$ eroarea medie pătratică este :

$$\varepsilon_{ia} = \pm K \sqrt{\varepsilon_M^2 + \varepsilon_i^2 + \varepsilon_{hm}^2} \tag{1}$$

şi respectiv pentru eroarea de liniaritate introdusă de elementul elastic condiţia :

$$\varepsilon_l \leqslant \pm \frac{1}{K} \sqrt{\varepsilon_{ia}^2 - K^2\varepsilon_M^2 - K^2\varepsilon_{hm}^2} \tag{1 a}$$

Elementul elastic de tip membrană are o comportare bine stabilită din punct de vedere al neliniarităţii caracteristicii presiune-deplasare în sensul că sensibilitatea acestuia scade cu creşterea deformaţiei după o curbă ce se abate din ce în ce mai mult de la o caracteristică liniară şi în consecinţă erorile de indicaţie faţă de o scară uniform gradată sînt în minus. Abaterile admisibile pentru aparat sînt permise în ambele sensuri de unde apare posibilitatea micşorării prin reglaj a influenţei neliniarităţii caracteristicii membranei.

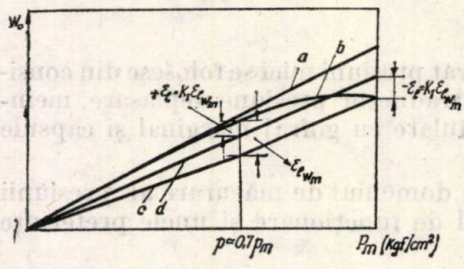


Fig. 1

În fig. 1 s-a notat cu „*a*" o caracteristică ideală liniară a membranei, cu „*b*" caracteristica reală neliniară a membranei, cu „*c*" caracteristica liniară a scării gradate în condiţiile unei erori nule la începutul şi sfîrşitul scării gradate iar cu „*d*" caracteristica liniară reglată a scării gradate realizată printr-o modificare de justeţe a raportului de transmitere al mecanismului.

Împărţind prin reglaj eroarea de neliniaritate a membranei $\varepsilon_{l_{w_m}}$ între presiunea maximă măsurată şi o valoare corespunzînd la aproximativ 0,7 din lungimea scării gradate rezultă o diminuare a influenţei acestei erori şi respectiv pentru eroarea de liniaritate admisibilă a membranei relaţia :

$$\varepsilon_{l_{w_m}} = \frac{1}{K_1}\varepsilon_l \tag{2}$$

K_1 avînd valori subunitare în jur de $0{,}65 \div 0{,}7$.

În această situaţie în funcţie de clasele de precizie în care urmează să funcţioneze aparatul eroarea de neliniaritate a membranei poate avea valorile maxime arătate în tabela 1.

Indicaţiile date în tabelă pentru ε_M sînt orientative şi au în vedere atît verificările făcute pe diferite construcţii de mecanisme uzuale cît şi obţinerea mecanismelor la un preţ corelat cu costul produsului în ansamblu.

Tabela 1

Erori admisibile %	Clasa de precizie			
	0,6	1	1,6	2,5
ε_{i_a}	±0,6	±1	±1,6	±2,5
ε_M	±0,2	±0,2	±0,3	±0,5
ε_{h_m}	±0,2	±0,2	±0,3	±0,4
ε_l	±0,4	±0,75	±1,2	±2,3
$\varepsilon_{l_{w_m}}$	+0 −0,6	+0 −1,1	±0 −2,1	+0 −3,4

În privinţa ε_{h_m} s-au indicat condiţii în funcţie de clasa de precizie a produsului şi compatibile cu rezultatele experimentale obţinute asupra unor membrane de construcţie uzuală şi cu recomandările literaturii de specialitate.

Creşterea liniarităţii elementului elastic se poate obţine atît prin alegerea tipului şi formei membranei, cît şi prin micşorarea erorilor dimensionale de execuţie.

Din studiul relaţiei deformaţiei membranei ondulate simple (3) se observă o abatere de liniaritate introdusă de termenul cubic şi dependent în primul rînd de mărimea raportului $\frac{W_0}{h}$.

$$\frac{pR^4}{Eh^4} = A_1\left(\frac{W_0}{h}\right) + A_3\left(\frac{W_0}{h}\right)^3 \qquad (3)$$

În relaţie s-au folosit notaţiile, p — presiunea de lucru kgf/cm²; R — raza membranei, mm; E — modulul de elasticitate, kgf/cm²; h —

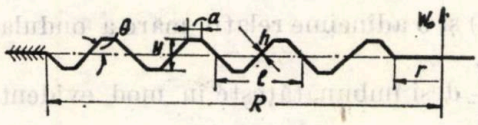


Fig. 2

grosimea membranei, mm; A_1 şi A_3 termeni dependenţi de foarte mulţi parametrii constructivi ai membranei ca profil, adîncimea ondulaţiei, pas, număr de gofre, înclinaţia profilului etc.

În privinţa relaţiilor de calcul pentru A_1 şi A_3 cei mai mulţi autori recomandă:

$$A_1 = \frac{2(3+\alpha)(1+\alpha)}{3K_1\left(1-\frac{\mu^2}{\alpha^2}\right)} \quad \text{şi} \quad A_3 = \frac{32\,K_1}{\alpha - 9}\left[\frac{1}{6} - \frac{3-\mu}{(\alpha-\mu)(\alpha+3)}\right] \text{ în care}$$

μ este coeficientul lui Poisson și $\alpha = \sqrt{K_1 \cdot K_2}$; K_1 și K_2 avînd valori ce se calculează în funcție de profilul ondulației și de elementele constructive ale profilului respectiv ca h, H, θ, $\frac{H}{h}$ etc.

Se observă că valabilitatea relațiilor de calcul pentru A_1 și A_3 este limitată de unele condiții și precizări suplimentare, legate de forma profilului, numărul de ondulații, mărimea centrului rigid etc. și în consecință rezultatele obținute cu relația (1) sînt susceptibile de o abatere de $\pm 15\%$. Din cauza dificultăților de calcul și a exactității aproximative a relațiilor, folosirea diagramelor ridicate în funcție de raportul $\frac{H}{h}$ și de alte elemente constructive rămîne soluția cea mai comodă.

Se poate afirma, fără a neglija influențele introduse de termenii A_1 și A_3, că membranele au o caracteristică practic liniară numai pentru un raport $\frac{W}{h} < 1{,}5$ și aproape liniară pentru $1{,}5 < \frac{W}{h} < 3$. Aceste cazuri nu sînt cele ale aparatelor de măsurat presiuni mici și foarte mici unde $h < 0{,}2$ mm. iar raportul $\frac{W}{h} > 3$.

Din analiza relației (3) ca de altfel și din experimentările și măsurătorile făcute a rezultat că posibilitățile de creștere a liniarității caracteristicii membranelor ondulate simple sînt destul de limitate și se referă fie la soluții care să permită scăderea raportului $\frac{W_0}{h}$, fie la modificarea convenabilă a termenilor A_1 și A^3, fie acționînd asupra ambelor posibilități.

Micșorarea raportului $\frac{W_0}{h}$ este posibilă în cazul cînd crește raza elementului elastic și pentru aceeași presiune de lucru și deplasare, poate crește grosimea materialului, dar această soluție destul de eficace de altfel, duce la o mărire sensibilă a gabaritului aparatului. Modificarea convenabilă a termenilor A_1 și A_3 se obține pentru un număr mic de ondulații adînci ($n = 2 \div 3$) și o adîncime relativ mare a ondulațiilor $\frac{H}{h} > 8$; creșterea raportului $\frac{H}{h}$ deși îmbunătățește în mod evident liniaritatea caracteristicii, crează inconveniente tehnologice care sînt cu atît mai mari cu cît pasul ondulației este mai mic și de asemenea micșorează sensibilitatea.

În nomogramele care tratează caracteristica presiune-deplasare a membranelor ondulate nu se evidențiază decît în mică măsură, prin alura curbelor, abaterea de liniaritate, factor de cea mai mare importanță în alegerea și proiéctarea membranelor. Același lucru se poate afirma și în privința influenței asupra liniarității caracteristicei a elementelor constructive ce definesc profilul.

Cu ajutorul calculatorului electronic s-a analizat problema caracteristicii presiune-deplasare prin prisma erorii de liniaritate în sensul că s-au impus valori convenabile pentru deplasare și s-a rezolvat relația (3)

din punct de vedere al abaterii de liniaritate, $\varepsilon_{l_{W_m}} = f(p, R, h, H, l, n$ și $\theta)$ în care prin $\varepsilon_{l_{W_m}}$ s-a notat eroarea de liniaritate a membranei pentru o valoare a săgeții W_{0_m}, corespunzătoare presiunii maxime ce se măsoară de aparat.

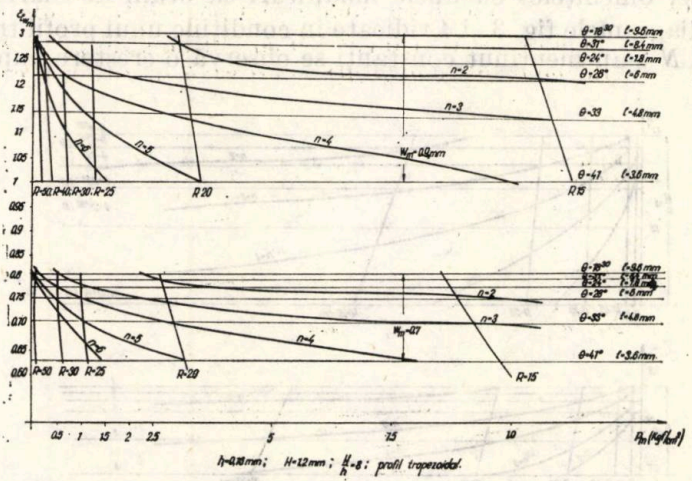


Fig. 3

Elementele constructive ale profilului R, h, $M.$ 1, n și θ au căpătat valor în limite uzuale pentru profilele obișnuite, trapezoidal, dinți de fierăstrău și sinusoidal, iar influențele acestora se regăsesc în valorile obținute pentru A_1 și A_3.

Cu ajutorul relației (4) s-a calculat eroarea de liniaritate în funcție de care s-au obținut diagrame de tipul celor prezentate în figurile 3 și 4.

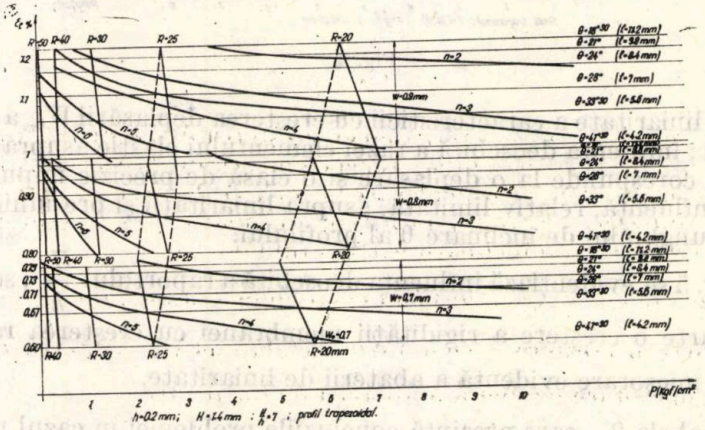


Fig. 4

$$\varepsilon_{l_{W_m}} = \frac{A_3\left(\frac{W_{0_m}}{h}\right)^3}{A_1\left(\frac{W_{0_m}}{h}\right) + A_3\left(\frac{W_{0_m}}{h}\right)^3} \times 100 \qquad (4)$$

Sînt date numai cîteva exemple, însă astfel de diagrame se pot ridica pentru orice profil studiat (trapezoidal, dinți de fierăstrău sau sinusoidal) iar concluziile generale ce se trag asupra unui profil rămîn valabile și pentru celelalte, bineînțeles cu unele modificări ca ordin de mărime.

Din diagramele fig. 3 și 4 ridicate în condițiile unui profil trapezoidal la care h și N s-au menținut constanți se observă o creștere importantă a

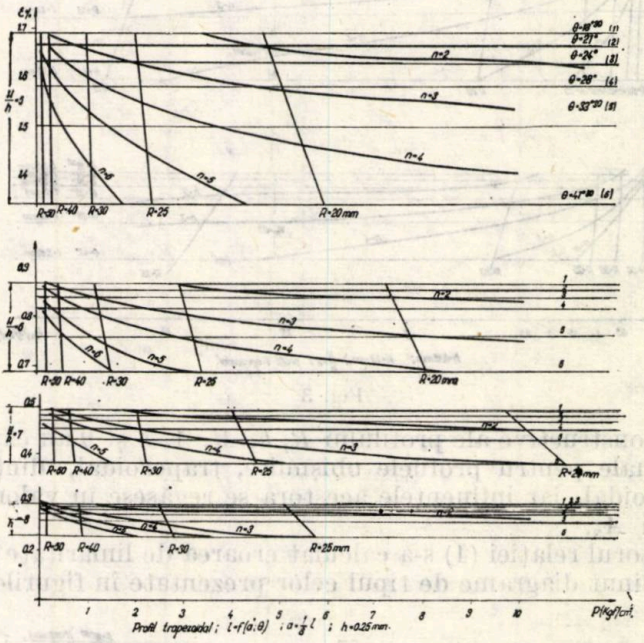


Fig. 5

abaterii de liniaritate a caracteristicii cu creșterea deplasării W_{0_m} a centrului membranei; influența deosebită a razei elementului elastic asupra presiunii maxime ce corespunde la o deplasare și o clasă de precizie impusă, ca de altfel și o influență, relativ limitată, asupra liniarității și presiunii maxime de lucru a unghiului de înclinare θ al profilului.

În fig. 5 se evidențiază influența deosebită a raportului $\frac{H}{h}$; se observă pe de o parte o creștere a rigidității membranei cu creșterea raportului $\frac{H}{h}$ dar și o micșorare evidentă a abaterii de liniaritate.

Din tabela 2, care prezintă concluziile problemei în cazul unui anumit profil, se observă că numai într-un număr limitat de cazuri, membranele ondulate simple se pot încadra într-o abatere de liniaritate a caracteristicii mai mică de 1 % și aceasta pentru $h > 0{,}2$ mm și raportul $\frac{H}{h} > 6$ care nu sînt cazurile cele mai reprezentative pentru măsurarea presiunilor mici decît pentru $r_m \geqslant 25$ mm.

Limitele constructive şi funcţionale care permit încadrarea în abateri de liniaritate mai mici de 1% pentru membrane ondulate simple, cu profil trapezoidal definit prin $20° < \theta < 40°$; $n \geqslant 2$; $l = f(H,h)$ pentru $W_{0m} \approx 0{,}7$ mm.

Tabela 2

$\frac{H}{h}$	h (mm)	R_m (mm)	p_{max} (kgf/cm²)	$\frac{W_{0m}}{h}$	ε_{lW_m} %
6	0,25	$50 > R > 25$	$0{,}2 < p_m < 3$	3	$0{,}8 \div 0{,}9$
7	0,2	$50 > R > 20$	$0{,}5 < p_m < 50$	3,5	$0{,}75 \div 0{,}9$
		$50 > R > 25$	$0{,}3 < p_m < 4{,}5$	3	$0{,}7 \div 0{,}8$
8	0,15	$50 > R > 20$	$0{,}1 < p_m < 3$	4,5	$0{,}65 \div 0{,}85$
	0,2	$50 > R > 25$	$0{,}2 < p_m < 3$	3,5	$0{,}45 \div 0{,}55$
	0,25	$50 > R > 25$	$0{,}4 < p_m < 5{,}5$	3	$0{,}4 \div 0{,}5$

NONA : În tabelă razele maxime corespund la presiunile minime şi invers

Se precizează că sînt cazuri cînd este necesar ca W_{0m} să fie mult mai mare respectiv $1{,}2 < W_{0m} < 1{,}5$mm, de exemplu pentru a folosi un mecanism de o construcţie mai simplă pentru aparate lucrînd în clasele de precizie 1,6 sau 2,5 iar folosirea unei membrane ondulate simple impune $D \geqslant 100$ mm, $l > 10$ mm, $n = 2 \div 3$ pentru a se putea accepta fără complicaţie de execuţie un raport $\frac{H}{h} > 8$.

În fig. 6 se evidenţiază influenţa deosebită asupra erorilor de liniaritate a parametrilor $\frac{W_{0m}}{h}$ şi $\frac{H}{h}$ iar din fig. 7 se observă o micşorare a erorii de liniaritate cu creşterea unghiului θ de înclinare al profilului.

Concluziile nefiind decît parţial favorabile folosirii membranelor ondulate simple în construcţia aparatelor de măsurat presiuni mici cu

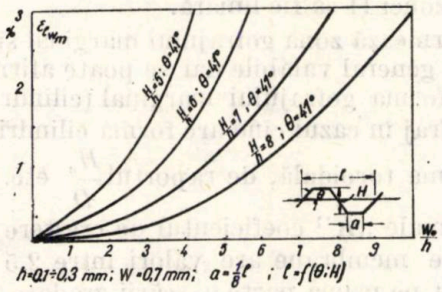


Fig. 6

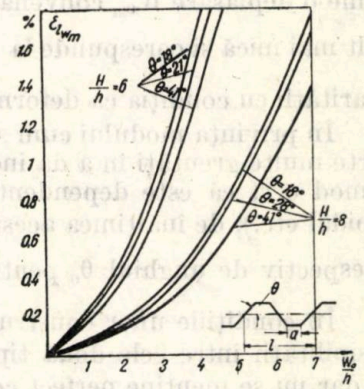


Fig. 7

precizie mare şi de gabarit mic, rămîne de luat în discuţie folosirea membranelor ondulate cu gofraj marginal şi a capsulelor manometrice.

Pentru membranele ondulate cu gofraj marginal, fig. 8 nu s-au putut stabili relaţii de calcul pentru caracteristica presiune-deplasare din cauza numărului foarte mare de factori şi elemente constructive ce influenţează

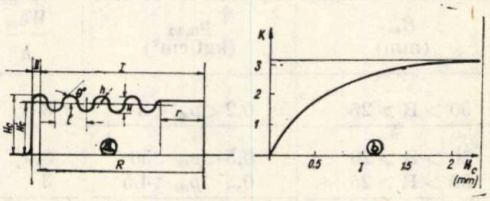


Fig. 8

funcţionarea iar unele indicaţii ce se dau relativ la presiune, săgeată, abatere de liniaritate şi histerezis sînt valabile numai pentru o anumită construcţie verificată experimental.

Unele încercări făcute pentru a stabili deplasarea în funcţie de presiune folosind metoda studiului energiei de deformare, nu au depăşit un caracter experimental întrucît metoda este greoaie şi lungă, presupune o serie de ipoteze pentru simplificare, iar rezultatele sînt insuficient de precise.

Literatura de specialitate precizează că membranele ondulate cu gofraj marginal au o caracteristică mai liniară şi o sensibilitate mult mai mare. [1, 2, 6, 7].

Din experienţele ce am făcut a rezultat că se poate da acestei afirmaţii următoarea interpretare :

Creşterea sensibilităţii membranei se datorează deformării gofrajului marginal fig. 8 zona II în timp ce zona centrală (I) are o deformare care se poate accepta, cu o mică aproximare, că lucrează în condiţiile relaţiei (3)

În această situaţie se poate accepta ca $W_{0m} \simeq K W_{0_I}$ şi respectiv că se obţine o deplasare W_{0m} convenabilă deşi deformarea zonei centrale (I) este mult mai mică şi corespunde la un raport $\frac{W_{0I}}{h} < 3$ ceea ce explică creşterea liniarităţii cu condiţia ca deformarea zonei II să fie liniară.

În privinţa modului cum se deformează zona gofrajului marginal sînt foarte multe greutăţi în a da indicaţii general valabile dar se poate afirma în mod cert că este dependentă de forma gofrajului marginal (cilindric, toroidal etc.), de înălţimea acestui gofraj în cazul cînd are forma cilindrică şi respectiv de unghiul θ_0 pentru forma toroidală, de raportul $\frac{H_c}{D}$ etc.

În condiţiile unor construcţii uzuale „K" coeficientul de creştere al sensibilităţii între cele două tipuri de membrane are valori între 2,5 şi 3,5 dar nu se menţine perfect constant pe prima parte a scării gradate, la presiuni şi deplasări mici.

Experimentînd forma de gofraj marginal cilindric folosit la membranele ce măsoară presiuni mici fig. 8a s-a evidenţiat o dependenţă a lui „K" de înălţimea gofrajului marginal — fig. 8b.

Se observă că eficacitatea creşterii înălţimii gofrajului marginal asupra sensibilităţii se înscrie într-o anumită relaţie, care pentru cazul studiat s-a stabilit experimental :

$$K = 2{,}11\ (1 - e^{1{,}79\,H'_c}) + 1 \ldots \qquad (5)$$

în care $H'_c = H_c - \frac{H}{2}$.

Întrucît există unele dificultăţi tehnologice în obţinerea gofrajului marginal, care cresc cu înălţimea acestuia, este bine să se ţină seama de această constatare care generalizată pentru gofrajul marginal cilindric s-ar putea exprima prin relaţia

$$H_c = c_i \cdot D_m$$

în care c_i are valori între $\frac{1}{15}$ şi $\frac{1}{25}$, valorile mai mari corespund la dimensiuni mai mici ale membranei iar cele mai mici la dimensiuni mari $D_n \simeq 100$ mm

Un neajuns în funcţionarea membranelor ondulate cu gofraj marginal al capsulelor manometrice, ca de altfel şi al membranelor ondulate simple cu raport mare $\frac{H}{h}$ îl prezintă creşterea histerezisului, care duce la erori de măsurare pentru aceeaşi presiune între creşterea şi scăderea presiunii, care poate compromite încadrarea membranei într-o anumită clasă de precizie, în măsura în care sînt depăşite valorile din tabela 1.

Din acest motiv problema tehnologiei de fabricaţie, a tratamentului termic şi a îmbătrînirii mecanice a elementului elastic este de primă importanţă. În diagramele fig. 9 se evidenţiază efectul îmbătrînirii mecanice asupra micşorării histerezisului pentru unele din membranele experimentate, fig. 8. regim de lucru : 60 000 de pulsaţii în 6 cicluri a 10 000 pulsaţii întrerupte de o pauză de 6—8 zile; frecvenţa 100 pulsaţii pe minut în limitele 0,25 — 0,75 din lungimea scării divizate a cadranului; $P = 75 \div 225$ mm Hg faţă de $P_{max} = 300$ mm Hg

Se observă că efectul acestei operaţii este evident, astfel s-a ajuns la înjumătăţirea histerezisului, iar eficacitatea maximă s-a obţinut tocmai pentru acele aparate la care iniţial au prezentat probleme din acest punct de vedere.

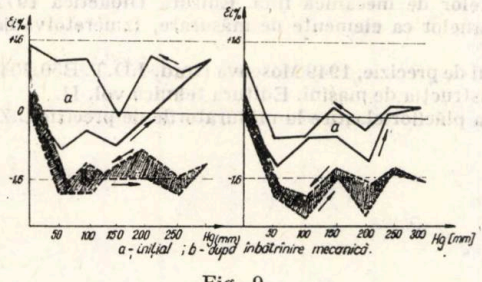


Fig. 9

Literatura de specialitate precizează în privinţa deformaţiei W_0 a membranelor şi capsulelor că între calculele teoretice şi rezultatele obţinute practic sînt diferenţe destul de mari de $\pm (10 + 15)$ %, ca de altfel chiar şi între piesele aceluiaşi lot, lucru explicabil prin multitudinea factorilor constructivi şi tehnologici ce pot influenţa funcţionarea. [1, 2, 6, 7] Aparatele de măsurat presiuni

prin construcția mecanismului permit însă reglajul raportului de transmitere în limite destul de mari $\pm$ 30% ceea ce limitează importanța acestei probleme la operații de reglaj final.

De importanță deosebită rămîne însă abaterea de liniaritate iar sub acest aspect toate soluțiile care conduc la creșterea liniarității caracteristicii sînt de luat în considerație.

Din cele expuse apar următoarele soluții :

— creșterea raportului $\frac{H}{h}$ pentru elemente elastice cu diametre mai mari, în condițiile unui număr mic de ondulații, $n = 3$, soluție care a dus la folosirea unor membrane de construcție specială ce nu se pot încadra în profilele clasice — dar care folosesc principial această soluție — ;

— creșterea diametrului elementului elastic pentru a permite creșterea grosimii „h" a materialului și respectiv scăderea raportului $\frac{W}{h}$, soluție utilă în special pentru presiuni mici și foarte mici ;

— folosirea membranelor ondulate cu gofraj marginal bine studiat sau a capsulelor manometrice, care asigură o creștere a sensibilității elementului elastic prin acțiunea de deformare a gofrajului marginal, metodă foarte utilă pentru aparate de dimensiuni mai mici sau pentru presiuni foarte mici.

În toate aceste cazuri tehnologia de fabricație trebuie să rezolve limitarea efectului de histerezis care în funcție de clasa de precizie a aparatului trebuie să se încadreze în condiția $\varepsilon h_{max} \leqslant 0{,}2 \ldots 0{,}4\%$.

Catedra de mecanică fină
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Andreeva E. I.* Uprughie elementi priborov, Moscova Gosudarstvo Naucino Techniceskoo Izdatestvo Masinostroitehnoi Literaturi, 1962.
2. *Andreeva L. I.* Rasciot gofrirovanih membran ih Rascetl na procinost v masinostroenii, No. 46 M.V.T.U. Masghiz 1955
3. *Boiangiu D. ș.a.* Elementele elastice ale mașinilor Editura tehnică 1967
4. *Demian T.* Calculul și construcția elementelor de mecanică fină. Editura Didactică 1972
5. *Dranitin S. N.* Despre comportarea membranelor ca elemente de măsurare, Izmeretolvania Tehnica — 1969.
6. *Feodosiev V. I.* Elementul elastic al aparatului de precizie, 1949 Moscova (trad. I.D.T. B50.704)
7. *Ponomariov ș.a.* Calculul de rezistența în construcția de mașini. Editura tehnică vol. II.
8. *W. Engl și D. Nlynski* Comportarea liniară a plăcilor elastice la măsurătorile de precizie C.Z. 531. 7822—1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z. : 539.4

O METODĂ VARIAȚIONALĂ DE CALCUL PENTRU PLĂCI ȘI SISTEME DE PLĂCI

VICTOR KUCERIUC

1. Introducere

În articolul de față se expune o metodă de calcul care se bazează pe sinteza metodei lui Vlasov [1] și a metodelor mecanicii structurilor.

Se studiază convergența soluției obținute prin metoda variațională a lui V. Z. Vlasov și se obțin evaluările convergenței asimptotice ale metodei, pentru plăci dreptunghiulare.

În continuare se propune o metodă de calcul pentru plăcile de formă geometrică oarecare.

Se consideră plăcile subțiri, elastice și izotrope, avînd deformații mici. Sarcina este perpendiculară pe suprafața plăcilor.

Calculul plăcilor dreptunghiulare la încovoiere duce la rezolvarea ecuației diferențiale :

$$\Delta^2 w = \frac{q(x, y)}{D}, \tag{1}$$

unde : w — săgeata plăcii ;
q — sarcina transversală ;
D — rigiditatea la încovoiere a plăcii.

W. Z. Vlasov [1], utilizînd principiul deplasărilor virtuale la un element diferențial din placă și prezentînd soluția ecuației (1) sub forma :

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^{n} w_i(y)\, \varphi_i(x), \tag{2}$$

a redus problema bidimensională la problema unidimensională :

$$w_i^{\mathrm{IV}} - \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ji} w_j^{\mathrm{II}} + \nu_i^4 w_i = \frac{P_i}{D}, \tag{3}$$

* Lucrare predată redacției la data de 11 iunie 1973.

unde : $\varphi_i(x)$ sînt funcţii cunoscute şi reprezintă soluţiile problemelor vibraţiilor barei ;

ν_i — parametri legaţi de pulsaţiile proprii ale barei ;

$$\lambda_{ji} = \frac{2\int_0^l \varphi_j^{\mathrm{II}}(x)\,\varphi_i^{\mathrm{II}}(x)\,dx}{\int_0^l \varphi_i^2(x)\,dx},$$

unde : l — lungimea plăcii, măsurată în lungul axei x ;

P_i — coeficienţii din dezvoltarea în serie Fourier a sarcinii $q(x, y)$.

Soluţia sistemului de ecuaţii (3) poate fi scrisă sub forma :

$$w_i(y) = \bar{w}_i(y) + w_i^*(y), \tag{4}$$

unde :

$\bar{w}_i(y)$ — soluţia generală a sistemului de ecuaţii omogene rezultate din sistemul (3) dacă $P_i = 0$;

$w_i^*(y)$ — soluţia particulară a sistemului de ecuaţii neomogene (3).

În lucrările [2, 3, 4] aceste funcţii au un anumit sens fizic : funcţia w_i^* este săgeata produsă numai de efectul sarcinilor exterioare date, iar funcţia $\bar{w}_i$ este săgeata produsă numai de efectul deplasărilor şi al sarcinilor de pe contur.

De exemplu, pentru încastrare avem :

$$w_i|_{y=0} = w_i|_{y=b} = w_i'|_{y=0} = w_i'|_{y=b} = 0,$$

şi ţinînd seama de formula (4) rezultă :

$$\bar{w}_i(0) + w_i^*(0) = 0, \qquad \bar{w}_i'(0) + w_i^{*\prime}(0) = 0. \tag{5}$$

De aici rezultă că :

$$\bar{w}_i(0) = -w_i^*(0), \qquad \bar{w}_i'(0) = -w_i^{*\prime}(0). \tag{6}$$

Funcţia $w_i^*(y)$ este uşor de reprezentat sub formă analitică.

Funcţia $\bar{w}_i(y)$ se poate exprima printr-o combinaţie liniară de funcţii $w_{\Delta ji}(y)$, $w_{\theta ji}(y)$, $w_{Mji}(y)$, $w_{Nji}(y)$, care reprezintă efectele sarcinilor unitare aplicate pe laturile plăcii ($y = 0$; $y = b$).

De exemplu, pentru încastrare, ţinînd seama de relaţiile (6), rezultă :

$$\bar{w}_i(y) = -\left\{\sum_{j=0}^{n} w_{\Delta ji}(y)\,w_j^*(0) + \sum_{j=1}^{n} w_{\theta ji}(y)\,w_j^{*\prime}(0) + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{n} w_{\Delta ji}(b-y)\,w_j^*(b) + \sum_{j=1}^{n} w_{\theta ji}(b-y)\,w_j^{*\prime}(b)\right\}, \tag{7}$$

unde : b — lăţimea plăcii în lungul axei y.

Funcțiile $w_{\Delta ji}$, w_{0ji}, w_{Mji}, w_{Nji} se obțin sub forma :

$$w_{ji} = B_{1j}\,\Phi_{1i}(y) + B_{2j}\,\Phi_{2i}(y) + \ldots + B_{4n,j}\,\Phi_{4n,i}(y), \tag{8}$$

unde : $B_{1j} \ldots B_{4n,j}$ — constante arbitrare ;

$\Phi_{1i}(y) \ldots \Phi_{4n,i}(y)$ — soluțiile fundamentale ale ecuațiilor omogene

În mod analog se construiesc soluțiile $\overline{w}_i$, corespunzătoare altor condiții pe contur. S-a făcut programarea în limbaj „Algol—60" pentru cazul cînd seria (2) are trei termeni.

3. Convergența și evaluările convergenței asimptotice ale metodei lui Vlasov

Întrucît metoda lui Vlasov este aproximativă, pentru problemele inginerești trebuie să se evalueze eroarea soluției obținute. În acest scop a fost făcut un studiu al convergenței soluției aproximative către soluția exactă și s-au obținut evaluările convergenței cînd avem în seria (2) un număr finit de termeni.

Considerăm placa încastrată pe tot conturul.

Pentru studiu se construiește o soluție auxiliară sub forma unei serii Fourier :

$$\widetilde{w}_n(x, y) = \sum_{k=1}^{n} a_k(y)\,\frac{\varphi_k(x)}{|\varphi_k(x)|}, \tag{10}$$

unde : $\varphi_k(x)$ — funcțiile proprii ale operatorului diferențial de ordinul al patrulea, B

$$B\varphi = \frac{d^4\varphi}{dx^4} = \nu^4\varphi ; \tag{11}$$

$|\varphi_k(x)| = \sqrt{\int_0^l \varphi_k''(x)\,\varphi_k''(x)\,dx}$ — norma funcției după energie ;

$a_k(y) = \dfrac{[\widetilde{w}(x, y), \varphi_k(x)]}{|\varphi_k(x)|}$ — coeficienții seriei Fourier ;

$[\widetilde{w}(x, y), \varphi_k(x)] = \int_0^l \widetilde{w}''(x, y)\,\varphi_k''(x)\,dx$ — produsul scalar dintre funcții, după energie.

Șirul $\{\varphi_k(x)\}$ este format cu funcțiile proprii ale operatorului pozitiv B din relația (11) și după cum a arătat Mihlin [5], acest operator este complet relativ pentru $w(x,y)$, atît după energie cît și în medie ; totodată are loc relația de închidere :

$$|w|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2. \tag{12}$$

Dacă funcția $\widetilde{w}(x,y)$ reprezintă dezvoltarea în serie Fourier după sistemul de funcții ortogonale și normate după energie, $\dfrac{\varphi_k}{|\varphi_k|}$, seria (10) este convergentă.

Să evaluăm viteza de convergenţă a expresiei (10).

Pentru aceasta notăm prin $\rho\,(x,y)$ diferenţa dintre valoarea exactă a funcţiei săgeţilor şi valoarea aproximativă :

$$\rho(x,y) = w\,(x,\,y) - \widetilde{w}(x,\,y). \tag{13}$$

La început facem cîteva transformări care se bazează pe două integrări prin părţi :

$$|\,\varphi_k\,|^2 = (\varphi_k^{\mathrm{II}},\,\varphi_k^{\mathrm{II}}) = (\varphi_k^{\mathrm{IV}},\,\varphi_k) = \nu^4\,(\varphi_k,\,\varphi_k) = \left(\frac{2k+1}{2l}\,\pi\right)^4 \|\,\varphi_k\,\|^2, \tag{14}$$

$$a_k = \frac{[w,\,\varphi_k]}{|\,\varphi_k|} = \frac{(w_k^{\mathrm{IV}},\,\varphi_k)}{|\,\varphi_k|} = \frac{(w^{\mathrm{IV}},\,\varphi_k)}{\left(\dfrac{2k+1}{2\,l}\,\pi\right)^2 \|\,\varphi_k\|}. \tag{15}$$

Ţinînd seama de expresiile (12, 13, 14, 15), rezultă evaluarea vitezei de convergenţă pentru derivata de ordinul al doilea :

$$\int_0^l \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial\, y^2}\right)^2 dx = \int_0^l \left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k^{\mathrm{II}}\,\frac{\varphi_k}{|\,\varphi_k|} - \sum_{k=1}^{n} a_k^{\mathrm{II}}\,\frac{\varphi_k}{|\,\varphi_k|}\right)^2 dx =$$

$$= \int_0^l \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k^{\mathrm{II}}\,\frac{\varphi_k}{|\,\varphi_k|}\right)^2 dx = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k^{\mathrm{II}}\,\frac{\|\,\varphi_k\|^2}{|\,\varphi_k|^2} = \sum_{k=n+1}^{\infty} (a_k^{\mathrm{II}})^2\,\frac{1}{\left(\dfrac{2k+1}{2\,l}\,\pi\right)^4} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{16\,l^4}{(2n+3)^4\,\pi^4}\,|\,w_y^{\mathrm{II}}\,|^2;$$

$$\int_0^b dy \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial\, y^2}\right)^2 dx \leqslant \frac{16\,l^4}{(2\,n+3)^4\,\pi^4} \int_0^b \int_0^l \left(\frac{\partial^4 w}{\partial\, x^2\,\partial\, y^2}\right)^2 dx\,dy = \frac{C}{n^2}.$$

În mod analog se pot obţine şi alte evaluări ale convergenţei :

$$\|w - \widetilde{w}_n\|^2 = 0\left(\frac{1}{n^8}\right); \quad \left\|\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial \widetilde{w}_n}{\partial x}\right\|^2 = 0\left(\frac{1}{n^5}\right);$$

$$\left\|\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial \widetilde{w}_n}{\partial y}\right\|^2 = 0\left(\frac{1}{n^5}\right); \quad \left\|\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \widetilde{w}_n}{\partial x^2}\right\|^2 = 0\left(\frac{1}{n^4}\right);$$

$$\left\|\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \widetilde{w}_n}{\partial y^2}\right\|^2 = 0\left(\frac{1}{n^4}\right); \quad \left\|\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y} - \frac{\partial^2 \widetilde{w}_n}{\partial x\,\partial y}\right\|^2 = 0\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

Revenind la soluția principală (2), conform metodei variaționale, această soluție se poate obține din condiția de minim pentru funcționala :

$$I(w) = \int_0^l \int_0^b [(\Delta^2 w)^2 - 2 q w] \, d x \, y \, d.$$

În consecință, funcția w_n îndeplinește condiția : $I(w_n) \leqslant I(\widetilde{w}_n)$. Astfel toate rezultatele obținute mai sus sînt corecte pentru soluția (2).

4. Calculul sistemelor de plăci alcătuite din elemente dreptunghiulare

Pentru calculul sistemelor de plăci se folosesc metodele mecanicii structurilor.

Conform metodei deplasărilor se impun condiții suplimentare pe conturul elementelor, considerînd săgețile Δ și rotirile θ nule. În acest mod sistemul se poate descompune în plăci dreptunghiulare izolate, al căror calcul a fost considerat mai sus.

Valorile necunoscute Δ și θ, care trebuiesc determinate ulterior, se pot scrie sub forma :

$$\Delta = \sum_{k=1}^{n} \Delta_k \varphi_k(x), \quad \theta = \sum_{k=1}^{n} \theta_k \varphi_k(x).$$

Aplicînd principiul deplasărilor virtuale în fiecare secțiune încastrată obținem sistemul ecuațiilor canonice pentru metoda deplasărilor :

$$\sum_k \left\{ \int_0^l R_{\Delta k} \varphi_k \, dx + \int_0^l R_{\theta k} \varphi_k \, dx + \int_0^l R_{pk} \varphi_k \, dx \right\} = 0,$$

$$\sum_k \left\{ \int_0^l M_{\Delta k} \varphi_k dx + \int_0^l M_{\theta k} \varphi_k \, dx + \int_0^l M_{pk} \varphi_k \, dx \right\} = 0, \tag{16}$$

unde :

$R_\Delta = \sum_j r_j \Delta_j$; $M_\Delta = \sum_j m_j \Delta_j$ sînt reacțiunea și momentul introduse în legăturile fictive prin deplasările lor liniare Δ ;

$R_\theta = \sum_j \bar{r}_j \theta_j$; $M_\theta = \sum_j \bar{m}_j \theta_j$ sînt eforturile din legăturile fictive datorite deplasărilor lor unghiulare θ ;

R_p, M_p sînt eforturile din legăturile fictive produse de sarcinile exterioare date ;

r, $\bar{r}_j$, m_j $\bar{m}_j$ sînt eforturile din legăturile fictive datorite deplasărilor unitare ;

$$\bar{\Delta}_j = 1 \cdot \varphi_j(x), \qquad \bar{\theta}_j = 1 \cdot \varphi_j(x).$$

În mod analog se poate obține și sistemul ecuațiilor canonice pentru metoda eforturilor, reprezentînd valorile necunoscute sub forma :

$$N = \sum_{k=1}^{n} N_k \cdot \varphi_k(x), \qquad M = \sum_{k=1}^{n} M_k \cdot \varphi_k(x).$$

Această metodă permite să se efectueze calculul plăcilor cu forme geometrice diferite (laturile formînd unghiuri drepte), avînd rigiditatea la încovoiere variabilă în salturi și cu condiții diferite pe aceeași latură.

Este necesar să se menționeze că pentru plăcile cu laturi libere această metodă dă rezultate mai puțin exacte.

5. Calculul sistemelor de plăci cu contur de formă oarecare

Ca și mai sus, se folosesc metodele mecanicii structurilor, elementele sistemului avînd orice formă geometrică.

Pentru ilustrarea metodei și a modului de alcătuire a ecuațiilor canonice, considerăm calculul plăcilor continui pe o direcție, folosind metoda eforturilor.

Momentul încovoietor în reazemele intermediare se scrie sub forma :

$$M_1 = X_1 \varphi_1(x); \; M_2 = X_2 \varphi_2(x); \; \ldots \; M_n = X_n \varphi_n(x)_i; \qquad (17)$$

unde : $X_1, X_2 \ldots X_n$ — constante necunoscute ;

$\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x) \ldots \varphi_n(x)$ — funcțiile repartizării momentelor încovoietoare în lungul axei x.

Pentru a stabili funcțiile $\varphi_1 \varphi_2, \ldots \varphi_n$, vom folosi metoda deplasărilor.

Pentru aceasta se introduce o legătură fictivă în secțiunea de rezemare eliminînd rotirea secțiunii.

Sarcinile exterioare produc , în legătură fictivă, un moment neechilibrat :

$$M_p = M_s - M_d,$$

unde : M_s — momentul dat de sarcina din stînga secțiunii ;

M_d — momentul dat de sarcina din dreapta secțiunii.

Pentru a reveni la forma reală, secțiunea încastrată fictivă trebuie rotită corespunzător. Datorită acestei rotirii, apare momentul M_r din încastrare.

Din condiția de echilibru obținem : $M_p + M_r = 0$, de unde rezultă :

$$M_r = - M_p.$$

Deci caracterul variației momentului M_p în lungul secțiunii corespunde caracterului variației deformației unghiulare a plăcii. Variația mărimii deformației în lungul secțiunii la rîndul său corespunde variației eforturilor din secțiune.

Astfel obținem :

$$\varphi(x) = \frac{M_p(x)}{\max |M_p(x)|}. \qquad (18)$$

Funcția $\varphi(x)$ rezultă sub formă tabelată.

Să trecem acum la alcătuirea ecuațiilor canonice după metoda eforturilor.

Conform condiției de continuitate avem : $\theta_1^{I} = \theta_1^{II}$, (19)

unde :

θ_1^{I} — funcția care dă rotirea secțiunii pentru un element al plăcii din stînga reazemului, sub acțiunea sarcinii exterioare proprii și a momentului M_1 de pe reazem ;

θ_1^{II} — funcția analoagă pentru elementul plăcii din dreapta reazemului considerat.

Ținînd seama de expresia (17) se poate scrie :

$$\theta_1^{I} = \theta_{1q}^{I} + X_1 \bar{\theta}_{1M1}^{I}, \tag{20}$$

unde :

θ_{1q}^{I} — funcția rotirii secțiunii sub efectul sarcinii exterioare proprii ;

$\bar{\theta}_{1M1}^{I}$ — funcția rotirii sub efectul momentului distribuit în lungul ei :

$$\bar{M}_1 = 1 \cdot \varphi_1 (x).$$

Lucrul mecanic virtual al momentului uniform distribuit $M = 1$, pentru deplasarea virtuală θ_1^{I} este :

$$\int_0^l \theta_1^{I} \, dx = \int_0^l \theta_{1q}^{I} \, dx + X_1 \int_0^l \bar{\theta}_{1M1}^{I} \, dx. \tag{21}$$

În mod analog se poate scrie și pentru elementul din dreapta secțiunii :

$$\theta_1^{II} = \theta_{1q}^{II} + X_1 \cdot \bar{\theta}_{1M1}^{II} + X_2 \cdot \bar{\theta}_{1M2}^{II}, \tag{22}$$

$$\int_0^l \theta_1^{II} \, dx = \int_0^l \theta_{1q}^{II} \, dx - \int_0^l \bar{\theta}_{1M1}^{II} \, dx - \int_0^l \bar{\theta}_{1M2}^{II} \, dx. \tag{23}$$

Ținînd seama de expresiile (19, 21, 23), obținem :

$$X_1 \left[\int_0^l \bar{\theta}_{1M1}^{I} \, dx - \int_0^l \bar{\theta}_{1M1}^{II} \, dx \right] - X_2 \int_0^l \bar{\theta}_{1M2}^{II} \, dx - \int_0^l \theta_{1q}^{I} \, dx - \int_0^l \theta_{1q}^{II} \, dx = 0,$$

sau, introducînd notații noi, se obține :

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + b_1 = 0.$$

Pentru un număr oarecare n de elemente sistemul ecuațiilor canonice rezultă sub forma :

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (a_{ji} X_i + b_j) = 0,$$

unde :

$$a_{ji} = \int_0^l \overline{\theta}^j_{jMj}\, dx \qquad \text{pentru } j > i$$

$$a_{ji} = -\int_0^l \overline{\theta}^i_{jMi}\, dx \qquad \text{pentru } j < i$$

$$a_{ji} = \int_0^l \overline{\theta}^j_{jMi} dx - \int_0^l \overline{\theta}^{j+1}_{jMi}\, dx \qquad \text{pentru } j = i$$

6. Concluzii

Metoda variaţională aplicată la calculul plăcilor, permite să se rezolve pe calculator probleme mai complexe decît este posibil prin utilizarea altor metode datorită volumului de calcul relativ redus care conduce la o utilizare mai economică a memoriei maşinii.

Pentru a obţine o precizie suficientă este destul să se considere în seria (2) trei termeni. Acest fapt este confirmat de evaluările obţinute pentru convergenţa soluţiei şi de multe rezultate numerice.

Ultima metodă propusă pentru sistemele de plăci prezintă următoarele avantaje :

a) se poate aplica pentru calculul plăcilor cu forme geometrice diferite ;

b) face posibilă efectuarea calculului pentru fiecare element al sistemului, prin metoda cea mai potrivită ;

c) sistemul ecuaţiilor canonice are un număr mic de ecuaţii ;

d) se pretează la alcătuirea unor tabele şi nomograme pentru calculul coeficienţilor sistemelor de ecuaţii canonice scrise pentru diverse probleme ale practicii inginereşti.

Catedra de rezistenţa materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Власов В. З.* Тонкостенные пространственные системы. Госиздат по строительству, архитектуре и строительным материалам, Москва, 1958.
2. *Косухин А. Н.*, Баклицкий В. Ф. Расчет пластинчатых систем при сложном нагружении. Труды Тюменского индустриального института, 1969, вып. 8, стр. 1—4.
3. *Косунхин А. Н.*, Кучерюк В. И. Расчет пластинчатых систем на упругом основании. Труды Тюменского индустриального института, 1969, вып., 8, стр. 5—8.
4. *Косухин А. Н.*, Сысоев Ю. Г. Расчет пластинчатых систем методом сил и методом перемещений. Труды Тюменского индустриального института, 1969, вып. 8, стр. 9—13.
5. *Михлин С. Г.* Вариационные методы в иматематической физике. Изд. „Наука" Москва, 1970.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C. Z. :621.4

UNELE INFLUENȚE ASUPRA NIVELULUI ȘI DISTRIBUȚIEI DE TEMPERATURĂ DIN CAMERA DE ARDERE A MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

B. GRÜNWALD, C. ANDREESCU

O particularitate fundamentală a arderii din cilindrul motorului cu aprindere prin scînteie este aceea că ea se desfășoară treptat. Drept rezultat amestecul de gaze din cilindru se diferențiază din punct de vedere termic și chimic în trei componente principale. Una dintre componente este alcătuită din amestecul inițial; a doua componentă o constituie gazele de flacără; a treia componentă o constituie gazele arse. Gazele de flacără se formează într-un interval mic de timp $\Delta\alpha^*$ la temperatura inițială care reprezintă temperatura flacării. Ele alcătuiesc un element de gaze arse care evoluează apoi în timp, sub aspect termic și chimic, în raport cu variația presiunii din cilindru, cu transferul de căldură la pereți, cu procesele de cinetică chimică. Ca urmare, cea de-a treia componentă a fluidului motor este alcătuită din o sumă de elemente de gaze arse.

O modalitate de cercetare a elementelor de gaze arse se obține atunci cînd se neglijează amestecarea lor. În acest caz elementele de gaze arse evoluează independent din punct de vedere termodinamic. Ca urmare, în gazele arse se constituie o distribuție specială a temperaturilor, care se modifică în timp. Cum amestecarea nu poate fi complet neglijată, iar pe de altă parte, nu se dispune de informații privind acest proces în motorul cu aprindere prin scînteie, este interesant să se cerceteze în paralel și cazul opus: amestecarea completă a elementelor de gaze arse. Comparînd permanent rezultatele obținute în cele două ipoteze opuse, se poate obține o evaluare a temperaturilor mai apropiată de realitate.

Modelul matematic al diferențierii termice a fluidului motor a fost prezentat în lucrarea [1]. Modelul matematic a fost programat pe calculatorul numeric I.C.L. Particularitatea fundamentală a programului constă în aceea că el ia în considerare pentru prima dată efectul transferului de căldură de la gaze la pereți și efectul deplasării echilibrelor chimice.

---

* α reprezintă unghiul de rotație a arborelui cotit, măsurat în ^{0}RA.

Ecuația diferențială fundamentală a modelului matematic pe baza căreia se determină nivelul și distribuția temperaturilor din fluidul motor este

$$\sum_{j=1}^{j-1} \Delta\xi_i \nu_{ga} d\mu_{gai\alpha} = 1{,}986\,(\nu_{ga} T_{fl\alpha} - \nu_{ai} T_{ai\alpha})\, d\xi_\alpha -$$

$$- (1 - \xi_\alpha)\nu_{ai} d\mu_{i\alpha} - A dL_\alpha - dQ_{w\alpha} - dQ_{e\alpha}, \qquad (1)$$

unde ν_{ai}, ν_{ga} reprezintă numărul de kilomoli de amestec inițial în momentul declanșării arderii, respectiv numărul de kilomoli de gaze arse la sfîrșitul arderii; $u_{ai\alpha}$, $u_{gai\alpha}$ — energia internă molară a amestecului inițial, respectiv energia internă molară a unui element i de gaze arse la momentul α; ξ_α — caracteristica de degajare a căldurii de reacție; $\Delta\xi_i$ — cantitatea relativă de gaze arse dintr-un element i de gaze arse; $T_{ai\alpha}$, $T_{fl\alpha}$ — temperatura amestecului inițial, respectiv temperatura flăcării la momentul α: L_α, $Q_{w\alpha}$, $Q_{e\alpha}$ — lucrul mecanic momentan, respectiv căldura momentană transferată la perete și căldura momentană de formare a produselor la echilibrul chimic.

Ecuația (1) este stabilită în ipoteza că reacțiile chimice ale arderii decurg instantaneu. Ca urmare, gazele de flacără nu se diferențiază chimic de gazele arse. În acest caz separarea fluidului motor în trei componente are numai o semnificație termodinamică. Pe această cale se definește temperatura inițială a fiecărui element de gaze arse, iar evoluția termodinamică a elementelor de gaze arse are drept origine temperatura inițială $T_{fl\alpha}$, din momentul α al constituirii lor.

Modelul de neomogenitate termică amintit anterior a fost aplicat la prelucrarea unor diagrame indicate * cu scopul de a evidenția influența unor factori asupra nivelului și distribuțiilor de temperatură din fluidul motor. Diagramele indicate au fost determinate pe două motoare cu aprindere prin scînteie: motorul *A* (motor tip CFR) cu alezajul de 82,8 mm, cursa de 114,3 mm, cilindreea de 615 cm³; motorul B cu alejazul de 98,4 mm, cursa de 76,2 mm, cilindreea de 580 cm³.

În fig. 1 se prezintă curba de variație a presiunii pentru ciclul mediu, ridicată pe motorul *A*. Motorul a funcționat cu raportul de comprimare 10, ceea ce justifică nivelul ridicat al presiunii maxime din ciclu, 56,3 kgf/

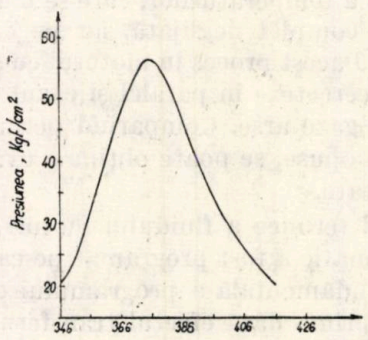


Fig. 1

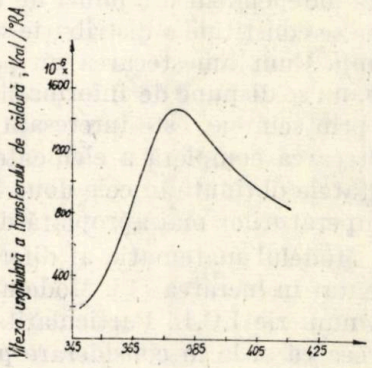


Fig. 2

* Diagramele au fost puse la dispoziție de prof. Robert Eberan-Eberhorst, de la Technische Hochschule Wien și prof. G. Borman, de la University of Wisconsin.

/cm² (viteza maximă de creștere a presiunii a atins cifra de 1,62 kgf/cm², °RA). Diagrama a fost ridicată pentru regimul de economicitate maximă (consumul specific efectiv de combustibil — 237,6 gf/CPh), la plină sarcină la turația de 1800 rot/min. Motorul a funcționat practic cu amestec teoretic, cu un avans la declanșarea scînteii de 25° RA.

În fig. 2 se arată variația vitezei unghiulare a transferului de căldură, calculată cu coeficientul de convecție C_c definit în lucrarea [2]:

$$C_c = 0{,}0042\, n^{0{,}8} \frac{p^{0{,}8}}{V^{0{,}1} T^{0{,}57}},$$

unde n este turația în rot/min iar p, V, T sînt valorile instantanee ale presiunii (în kgf/cm²), respectiv valorile volumului în m³ și temperaturii în °K. Căldura transferată la pereți în perioada arderii a atins nivelul $Q_w = 63052 \cdot 10^{-6}$ Kcal, față de $420500 \cdot 10^{-6}$ Kcal, căldura de reacție dezvoltată pe ciclu.

Caracteristicile de degajare a căldurii pentru variantele cu transfer ($Q_w \neq 0$) și fără transfer ($Q_w = 0$) sînt arătate în fig. 3. În ambele variante începutul arderii se înregistrează în momentul $\alpha = 346°RA$ ($\xi_\alpha = 0{,}0001$), cu 9° după declanșarea scînteii. Sfîrșitul arderii diferă în cele două variante. În varianta $Q_w \neq 0$, sfîrșitul arderii se produce la $412°RA$ ($\xi_\alpha = 0{,}999$). Dacă

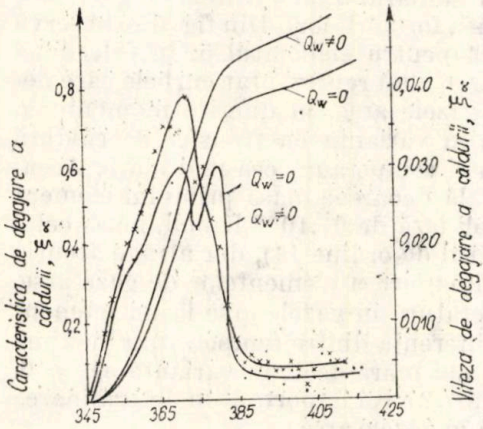


Fig. 3

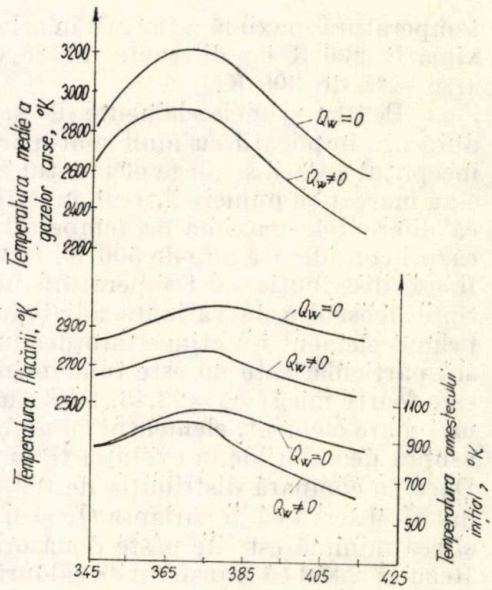


Fig. 4

se neglijează transferul de căldură arderea se prelungește mult în destindere ($442°RA$), ceea ce atrage atenția asupra erorilor pe care le introduce o asemenea simplificare la evaluarea duratei de ardere.

O cercetare teoretică a influenței transferului de căldură asupra temperaturii componentelor fluidului motor a fost efectuată de unul dintre au-

tori în lucrarea [3]. În cele ce urmează se arată rezultatele care s-au obținut la prelucrarea diagramei de presiune din fig. 1 cînd s-a luat în considerare transferul de căldură și cînd s-a neglijat efectul lui. În fig. 4 se arată variația temperaturii amestecului inițial $T_{ai\alpha}$, a temperaturii flăcării $T_{fl\alpha}$ și a temperaturii medii a gazelor arse $\overline{T}^{*}_{ga\alpha}$. Se observă că diferența dintre

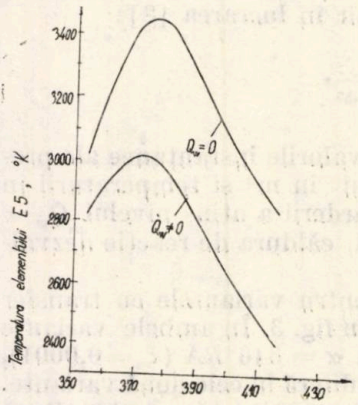


Fig. 5

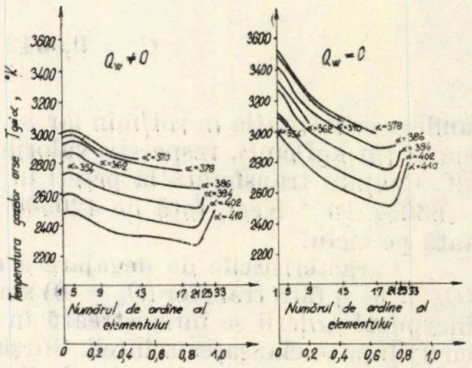


Fig. 6

temperatura maximă a flăcării în cele două cazuri considerate este de aproximativ 200°K iar diferența dintre vîrfurile temperaturii medii a gazelor arse este de 300°K.

Pentru primele elemente de gaze arse neglijarea transferului de căldură are implicații cu mult mai mari. Drept element semnificativ pentru începutul arderii se alege elementul cu numărul 5 (elementele de gaze arse s-au marcat cu numere întregi, în ordinea formării lor). Din fig. 5 se observă că diferențele maxime de temperatură pentru elementul 5, în cele două cazuri considerate este de 500°K. În fig. 6 s-au reprezentat curbele care definesc distribuția de temperatură în gazele arse, la diferite momente α. Spre deosebire de varianta adiabată, în varianta cu transfer de căldură primul element nu atinge întotdeauna și temperaura cea mai mare. Această particularitate nu este fundamentală deoarece masa primului element este foarte mică ($\nu_{ga1}=23{,}43.\ 10^{-9}$ Kmoli față de 91.10^{-8} Kmoli, masa celui mai mare element, elementul cu numărul de ordine 14), dar atrage atenția asupra deosebirilor în evoluția termodinamică a elementelor de gaze arse. Dacă se compară distribuția de temperatură în gazele arse la un moment dat se observă că în varianta $Q_w = 0$ diferența dintre temperatura maximă și cea minimă este de peste două ori mai mare decît în varianta $Q_w \neq 0$. Rezultă astfel că transferul de căldură are un rol important în determinarea nivelului și distribuției de temperatură în gazele arse.

A fost cercetată influența camerei de ardere asupra temperaturii gazelor arse. În fig. 7 se arată variația presiunii din cilindrul aceluiași motor (motorul A) pentru ciclul mediu, în cazul a două camere de ardere diferite. Regimul de funcționare a motorului diferă neînsemnat față de cel menționat anterior. Diferența dintre vîrfurile de presiune este de aproape 10%.

* $\overline{T}_{ga\alpha}$ se determină în ipoteza amestecării complete a elementelor de gaze arse.

Comparînd rezultatele obținute pentru cele două tipuri de cameră de ardere se observă că nivelul și distribuția de temperatură diferă relativ puțin (fig. 8). O deosebire mai importantă apare în durata arderii, cu 16° RA mai mare în varianta 2 (fig. 9).

S-a cercetat în continuare influența dispersiei ciclice asupra diferen-

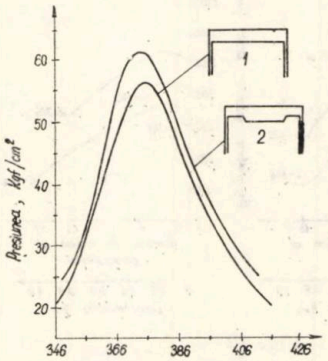


Fig. 7

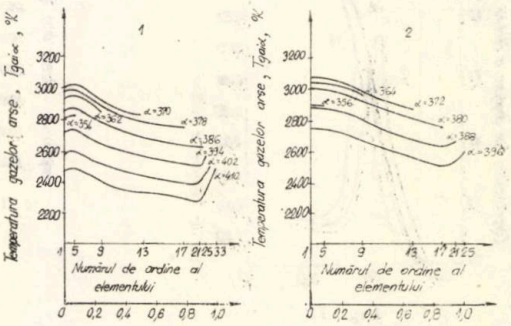


Fig. 8

țierii termice a fluidului motor. Diferența dintre presiunile maxime a două cicluri extreme a fost de 14% (fig. 10). Este interesant de reținut că deși caracteristicile de degajare a căldurii și vitezele de ardere diferă sensibil (fig. 11), totuși, durata arderii este practic constantă în cele două cicluri. Într-o lucrare anterioară [4] s-a arătat că în ciclurile teoretice, la viteze mari de creștere a presiunii, durata arderii rămîne aproape neschimbată și nu

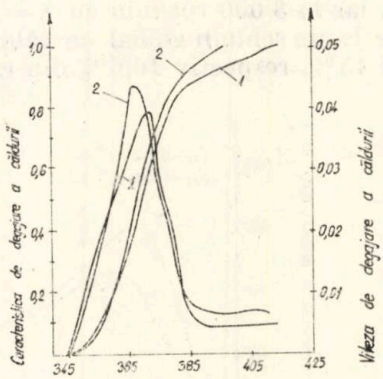


Fig. 9

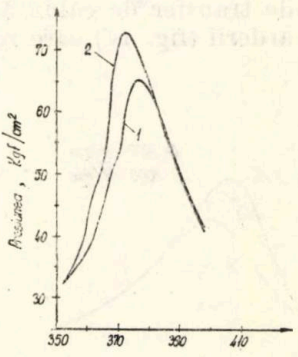


Fig. 10

mai influențează practic randamentul termic. Rezultatele prezentate aici confirmă concluziile teoretice anterioare. În cazul de față vitezele maxime de creștere a presiunii au fost de 2,2, respectiv 4,0 Kgf/cm², °RA și au condus la o ardere foarte rapidă (viteza maximă de degajare a căldurii 0,06 —0,07 °RA^{-1}) de durată neschimbată. În aceste condiții dispersia ciclică nu mai afectează nici randamentul, ceea ce s-a obținut pe cale experimentală de către Peters și Borman [5].

Influenţa fenomenului de dispersiune ciclică asupra nivelului şi distribuţiei de temperatură se arată în fig. 12. Se observă că primele nouă elemente se diferenţiază cu aproximativ 200°K, în cele două cicluri, la în-

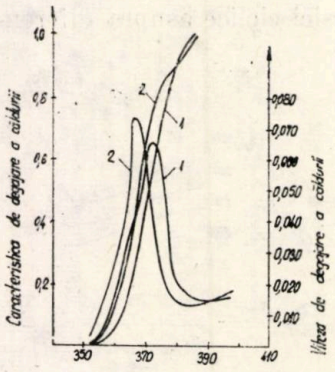


Fig. 11

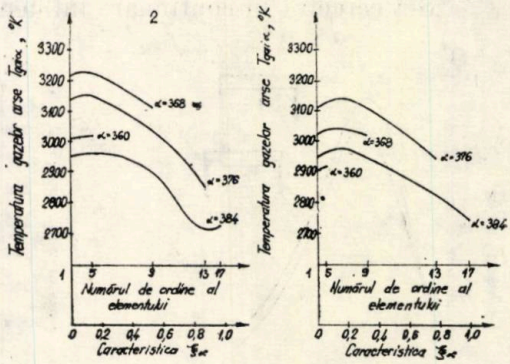


Fig. 12

ceputul arderii (= 368°RA); evoluţiile ulterioare ale elementelor de gaze arse reduc practic la zero diferenţele de temperatură. Această particularitate nu apare atunci cînd durata arderii este mai mare.

Un caz interesant de modificare a nivelului şi distribuţiei de temperatură la motorul cu aprindere prin scînteie este acela în care se modifică turaţia motorului. Diagramele de presiune ridicate pe motorul *B* reprezentînd media a 300 cicluri succesive (fig. 13) arată că la turaţia de 2 000 rot/min, presiunea maximă este cu 23% mai mare. La turaţia de 2 000 rot/min, motorul a funcţionat cu $\lambda = 0{,}925$ *, iar la 3 000 rot/min cu $\lambda = 0{,}943$. Viteza de transfer de căldură conduce la un schimb global de căldură în timpul arderii (fig. 14) care reprezintă 15%, respectiv 10,6% din căldura

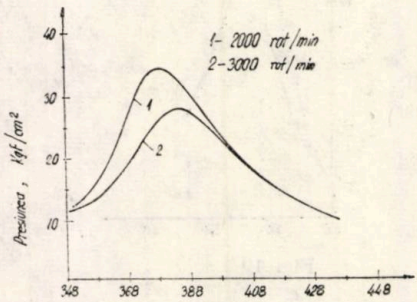


Fig. 13

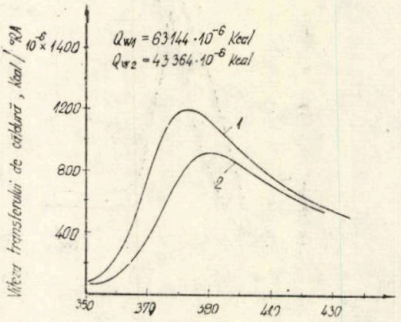


Fig. 14

de reacţie ($419700 \cdot 10^{-6}$ Kcal, în primul caz şi $412600 \cdot 10^{-6}$ Kcal în al doilea caz), sau cu aproape 50% mai mult în cazul turaţiei de 2 000 rot/min. La mărirea turaţiei arderea se desfăşoară mai lent dar numai în prima parte

* λ este coeficientul excesului de aer.

(fig. 15). În a doua parte proporțiile se schimbă, astfel încît durata totală a arderii în ambele cazuri este aproximativ aceeași, 80°RA.

Ar fi de așteptat ca în varianta $n = 2000$ rot/min temperatura gazelor să fie mai mică deoarece transferul de căldură este cu mult mai mare. Evoluția termodinamică a gazelor este însă mai complexă decît pare la prima

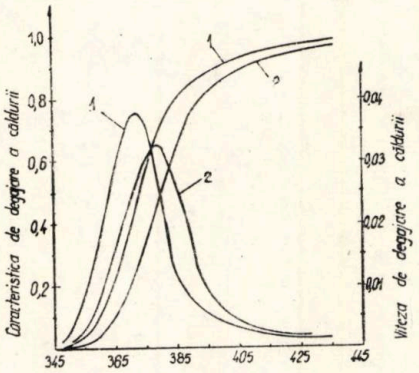


Fig. 15

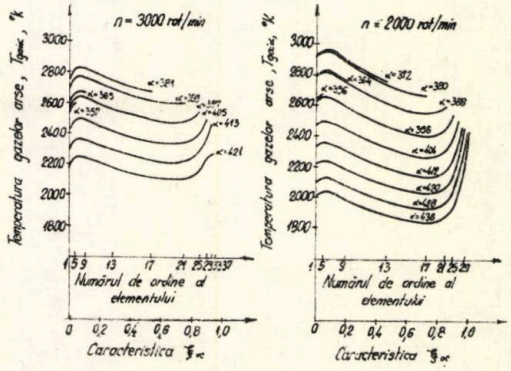


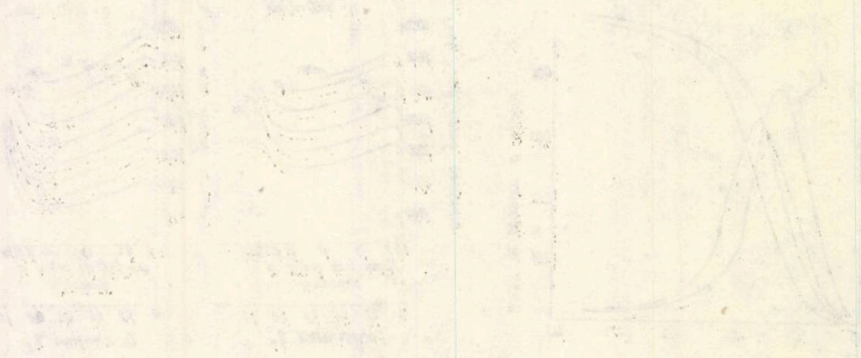
Fig 16

vedere (fig. 16). La începutul arderii, din cauza vitezelor mari de degajare a căldurii, gradul de comprimare aplicat primelor elemente de gaze arse este mai ridicat. Ca urmare, se observă, de pildă, că elementul 9 la $\alpha = 380°RA$ este mai cald cînd motorul funcționează la 2000 rot/min. În schimb, la aceeași turație, dar la $\alpha = 404°RA$, elementul 9 are cu aproape 200°K mai puțin. Această împrejurare atrage atenția că în studiile de cinetică chimică, dacă se ia în considerare transferul de căldură turația exercită o influență complexă asupra formării și evoluției unor substanțe.

Catedra de motoare cu ardere internă
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Grünwald, B., Apostolescu, N.* — A Calculation Method of the Temperature Field Within the Cylinder of a Spark-ignition Engine. Rev. Roum. des Sci. Tech. Electrotech. et Energ. 17 (1972) 3.
2. *Apostolescu, N. Grünwald, B* — Beiträge zur Theorie des Wärmeüberganges aus dem Zylinder des Verbrennungsmotors. Internal Combustion Engines Conference. Bucharest, 1967, Paper I—29.
3. *Grünwald, B* — Influența transferului de căldură asupra temperaturii componentelor fluidului motor (lucrare în manuscris).
4. *Grünwald, B, Apostolescu, N* — Influence de la vitesse moyenne d'augmentation de la pression dans la phase de combustion visible sur certains indices de perfectionnement du cycle du moteur à allumage par étincelle. Internal Combustion Engines Conference. Bucharest, 1967, Paper I — 11.
5. *Peter, B., Borman, G* — Cyclic Variations and Average Burning Rates in a S. I. Engine. Paper 700064, SAE, Intern. Congress, 1970.
6. *Sviridov, Iu. B.* — Termodinamiceskii analiz protessa zgorania v dvigatele s iskrovîm zajiganiem. Teoria Konstrucția i ispitania dvigatelei vnutrennego sgorania. Moskva, Izd. Akad. Nauk, SSSR, 1957.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z. : 621.924.3

MIȘCAREA PUNCTULUI PE ELICEA TOROIDALĂ

GH. BĂDESCU, C. NEAGU

Torul face parte din familia suprafețelor de rotație. Mișcarea punctului pe elicea toroidală se poate pune în evidență atît în generarea cinematică a torului cît și în cazul bobinării miezurilor toroidale. Problema cunoașterii parametrilor acestei mișcări are, așa dar, pe lîngă importanța teoretică și o importanță practică deosebită.

Generarea elicei toroidale se realizează cînd punctul material parcurge generatoarea suprafeței într-o mișcare circulară uniformă, caracterizată de viteza unghiulară $\omega_0 = ct$, în timp ce suprafața toroidală are o mișcare de rotație cu viteza unghiulară $\omega = ct$, în jurul axei de generare — fig. 1.

Dacă vom raporta mișcarea punctului la două sisteme de referință carteziene, unul fix — $xoyz$, numit sistem de referință director și unul mobil $x_1\ o_1y_1z_1$, numit sistem de referință complementar, vectorul vitezei absolute u apare ca sumă a două componente — fig. 2 :

$$\bar{u} = \bar{v}_0 + \bar{v}, \quad \text{în care :} \tag{1}$$

$\bar{v}_0$ = viteza punctului pe curba generatoare
$\bar{v}$ = viteza de deplasare a curbei generatoare în mișcarea de rotație în jurul axei de generare.

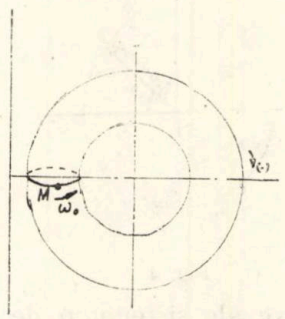


Fig. 1

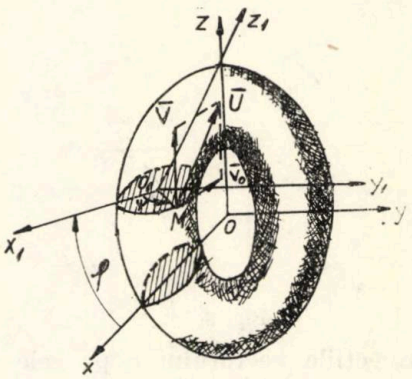


Fig. 2

* Manuscris predat redacției la data de 8 septembrie 1972.

Ecuaţia (1) conduce la expresiile scalare :

$$u_x = v_{0x} + v_x\,;\quad u_y = v_{0y} + v_y\,;\quad u_z = v_{0z} + v_z \tag{2}$$

Proiecţiile v_{0x}, v_{0y} şi v_{0z}, ale vectorului $\bar{v}_0$, pe cele trei axe ale sistemului de referinţă director, se pot exprima, în funcţie de proiecţiile pe axele sistemului de referinţă complementar şi cosinusurile directoare aferente, după cum urmează :

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_{0x_1}\,\alpha_x + v_{0y_1}\,\alpha_y + v_{0z_1}\,\alpha_z \\ v_{0y} &= v_{0x_1}\,\beta_x + v_{0y_1}\,\beta_y + u_{0z_1}\,\beta_z \\ v_{0z} &= v_{0z_1}\,\gamma_x + v_{0y_1}\,\gamma_y + v_{0z_1}\,\gamma_z \end{aligned} \tag{3}$$

în care proiecţiile v_{0x_1}, v_{0y_1} şi v_{0z_1} au expresiile :

$$v_{0x_1} = -\,v_0 \sin\psi\,;\quad v_{0y_1} = v_0 \cos\psi\,;\quad v_{0z_1} = 0 \qquad \text{— fig. 3} \tag{4}$$

iar cosinusurile directoare au valorile :

$$\begin{aligned} &\alpha_x = \cos\varphi, && \alpha_y = 0, && \alpha_z = -\sin\varphi \\ &\beta_x = 0, && \beta_y = 1,- && \beta_z = 0 \\ &\gamma_x = \sin\varphi, && \gamma_y = 0, && \gamma_z = \cos\varphi \end{aligned} \tag{5}$$

ceea ce conduce la :

$$\begin{aligned} v_{0x} &= -\,v_0 \sin\psi \cos\varphi \\ v_{0y} &= v_0 \cos\psi \\ v_{0z} &= -\,v_0 \sin\psi \sin\varphi \end{aligned} \tag{6}$$

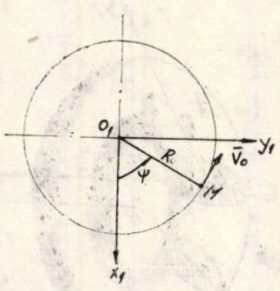


Fig. 3

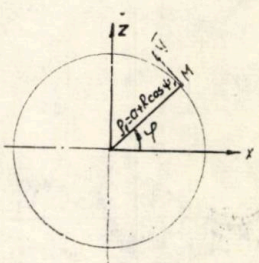


Fig. 4

Proiecţiile vectorului $\bar{v}$ pe cele 3 axe ale sistemului de referinţă director au expresiile :

$$v_x = -\,v \sin\varphi\,;\ v_y = 0\,;\ v_z = v\cos\varphi \qquad \text{— fig. 4} \tag{7}$$

Ţinînd cont de relaţiile (6) şi (7) expresiile (2) devin :

$$u_x = -v_0 \sin \psi \cos \varphi - v \sin \varphi$$

(8) $$u_y = v_0 \cos \psi$$

$$u_z = -v_0 \sin \psi \sin \varphi + v \cos \varphi$$

Deoarece, în timp ce punctul material a parcurs pe traiectoria generatoare un drum corespunzător unghiului $\psi = \omega_0 t$, curba generatoare s-a rotit faţă de poziţia de referinţă cu unghiul $\varphi = \omega t$, se poate scrie relaţia de dependenţă :

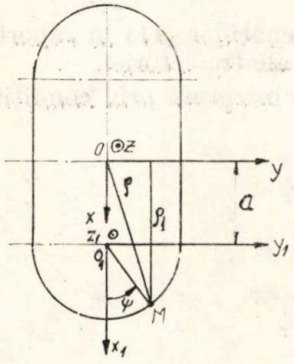


Fig. 5

(9) $$\varphi = \frac{\omega}{\omega_0} \psi$$

Considerînd şi expresiile celor 2 viteze în funcţie de vitezele unghiulare aferente :

(10) $v_0 = \omega_0 R$ şi $v = \omega (a + R \cos \psi)$ —fig. 5

proiecţiile vectorului viteză absolută $\bar{u}$ se pot exprima în funcţie de un singur parametru variabil, unghiul ψ :

$$u_x = -\omega_0 R \sin \psi \cos \frac{\omega}{\omega_0} \psi - \omega (a + R \cos \psi) \sin \frac{\omega}{\omega_0} \psi$$

(11) $$u_y = \omega_0 R \cos \psi$$

$$u_z = -\omega_0 R \sin \psi \sin \frac{\omega}{\omega_0} \psi + \omega (a + R \cos \psi) \cos \frac{\omega}{\omega_0} \psi$$

Vectorul $\bar{u}$ se obţine ca sumă a componentelor sale după cele 3 axe :

(12) $$\bar{u} = u_x \bar{i} + u_y \bar{j} + u_z k$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \sqrt{\omega_0^2 R^2 + \omega^2 (a + R \cos \psi)^2},$$

iar direcţia sa în raport cu axele sistemului de referinţă director e dată de cosinusurile directoare :

(13) $$\alpha u = \frac{u_x}{u}, \quad \beta_u = \frac{u_y}{u}, \quad \gamma_u = \frac{u_z}{u}$$

Întrucît vectorul $\bar{u}$ al vitezei instantanee este tangent la traiectoria mişcării, proiecţiile elementului de traiectorie de pe cele trei axe ale sistemului de referinţă director se exprimă prin :

(14) $$dx = \alpha_u ds, \quad dy = \beta_u ds, \quad dz = \gamma_u ds$$

Elementul de traiectorie ds este parcurs în elementul de timp dt, ceea ce ne permite să scriem:

$$ds = u dt \quad \text{şi:} \tag{15}$$

$$dx = \alpha_u \, u dt = u_x \, dt$$

$$dy = \beta_u \, u dt = u_y \, dt \tag{16}$$

$$dz = \gamma_u \, u dt = z_z \, dt$$

Expresiile (16) ne arată că prin integrarea ecuaţiilor (11) în raport cu timpul ($\psi = \omega_0 t$) se obţin ecuaţiile parametrice ale traiectoriei.

Făcînd integrarea şi eliminînd constantele de integrare prin condiţii la limită se obţin ecuaţiile:

$$x = (a + R \cos \psi) \cos \frac{\omega}{\omega_0} \psi$$

$$y = R \sin \psi \tag{17}$$

$$z = (a + R \cos \psi) \sin \frac{\omega}{\omega_0} \psi$$

Parametrul de bază al traiectoriei este pasul elicei. În funcţie de raportul $\frac{\omega}{\omega_0}$, se pot pune în evidenţă două tipuri de curbe elicoidale:

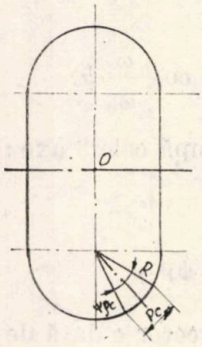


Fig. 6

— una generată cînd $\frac{\omega}{\omega_0} > 1$

— cealaltă generată cînd $\frac{\omega}{\omega_0} < 1$

În primul caz, pasul elicei p_c reprezintă distanţa dintre două spire consecutive, determinate de un unghi la centri ψ_{pc} măsurat în planul curbei de generare:

$$\psi_{pc} = 2\pi \frac{\omega_0}{\omega} \tag{18}$$

pentru care corespunde pasul:

$$pc = 2 R \sin \frac{\omega_0}{\omega} \pi \tag{19}$$ — fig. 6

În cazul al 2-lea, înfăşurarea spirelor se face după cercul director şi pasul corespunde unui unghi la centru, măsurat în planul directoarei:

$$\varphi_{pc_1} = 2\pi \frac{\omega}{\omega_0} \tag{20}$$

iar pasul are valoarea :

$$p_c' = 2\,\rho \sin \frac{\omega}{\omega_0}\pi \qquad (21)$$

Fig. 7

în care :

$$\rho = \sqrt{R^2 + a^2 + 2\,aR\cos\psi} \qquad (22)$$

Se constată din relaţiile (19) şi (20) că rapoartele $\frac{\omega}{\omega_0}$ şi respectiv $\frac{\omega}{\omega_0}$ trebuie să difere de un multiplu întreg de Π, pentru a fi posibilă generarea elicei toroidale.

În cazul particular $\omega = \omega_0$, punctul material va descrie o curbă închisă care se repetă identic după fiecare rotaţie a torului. Ecuaţiile parametrice ale acestei curbe se obţin din (17) făcînd $\omega_0 = \omega$:

$$\begin{aligned} x &= (a + R\cos\psi)\cos\psi \\ y &= R\sin\psi \\ z &= (a + R\cos\psi)\sin\psi \end{aligned} \qquad (23)$$

Important de reţinut este faptul că atît viteza punctului cît şi poziţia sa pot fi cunoscute în orice moment dacă se ştie valoarea unghiului ψ parcurs în planul curbei generatoare, ceilalţi parametrii fiind cunoscuţi şi constanţi pe tot procesul mişcării.

Singura variabilă rămîne unghiul ψ, de valoarea lui instantanee depinzînd viteza şi poziţia punctului.

Pasul, în prima variantă, e o mărime constantă, în timp ce, în varianta a 2-a, depinde de locul unde se măsoară, adică, în final tot de unghiul ψ.

Aceste rezultate teoretice au, aşa cum s-aprecizat la început, aplicaţii deosebite în practică.

Problema mişcării punctului pe elicea toroidală este o problemă de generare a suprafeţelor toroidale prin strunjire. Acest lucru decurge din faptul că elementul generator, materializat de muchia aşchietoare a sculei, se deplasează după o elice toroidală. Expresia vitezei dată de relaţia (12) este chiar viteza de generare a torului, iar pasul exprimat prin relaţia (19) reprezintă avansul de generare.

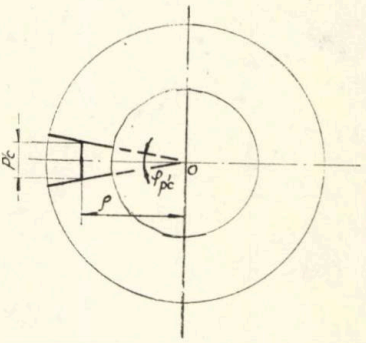


Fig. 7

În situaţia cînd $\frac{\omega}{\omega_0} < 1$, după cum s-a arătat, înfăşurarea elicei se face după curba directoare a torului. situaţie întîlnită la bobinarea miezurilor toroidale.

Mărimea pasului dată de relaţia (21) este unul din elementele importante care trebuie realizat în această operaţie.

Cu aceste precizări, considerăm că problema teoretică prezentată în lucrare are posibilităţi largi de a fi aplicată în practică.

Catedra de tehnologia construcţiei de maşini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Victor Vâlcovici, Ştefan Bălan, Radu Voinea* — Mecanica teoretică Editura tehnică, 1968.
2. *Zoltan Duca* — Bazele teoretice ale prelucrărilor pe maşini unelte. Editura didactică şi pedagogică, 1969.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z. : 621.91.07

ANALIZĂ COMPARATIVĂ A SCHEMELOR GENERALIZATE DE ORIENTARE ȘI FIXARE A SCULELOR AȘCHIETOARE PE MAȘINI — UNELTE

IOAN POPESCU

1. Introducere

Din punct de vedere cinematic, o schemă de orientare și fixare a unei scule aşchietoare prezintă numărul gradelor condiționate și necondiționate, necesar a fi preluate sculei prin reazeme de orientare și reazeme de fixare [1], astfel încît scula aşchietoare (tăișurile ei active) să ocupe o poziție definită în sistemul de referință al mașinii-unelte, [2], [3]. Practic, un element geometric caracteristic al sculei — un punct de pe tăiș sau o axă de simetrie (fig. 1) ale sculei, care poate conține sau nu originea sistemului de referință al sculei va trebui să aibă o poziție bine definită în sistemul de referință fix al mașinii unelte. Această poziție se stabilește prin intermediul dispozitivului pentru prinderea sculei (D.P.Sc), încadrat și el într-un sistem de referință raportat la sistemul de referință fix al mașinii unelte.

Din punct de vedere cinematic și tehnologic problemele se pun diferit pentru mașinile unelte cu comandă convențională față de mașinile unelte cu comandă numerică, datorită pretențiilor diferite de precizie impuse reglării inițiale a sculelor.

În lucrarea [1] s-a arătat că problemele orientării și fixării sculelor aşchietoare în dispozitive pentru prinderea sculelor sau direct în organul

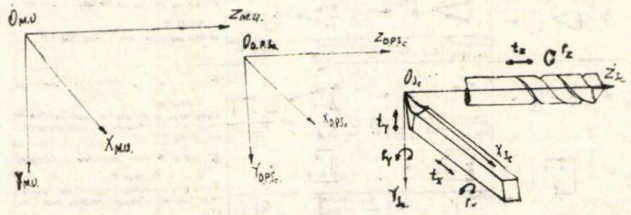


Fig. 1

de lucru al mașinii unelte pot fi abordate generalizat pe baza unei clasificări a sculelor aşchietoare în 7 clase după criteriul suprafeței de

* Manuscris predat redacției la data de 2 martie 1973.

orientare caracteristice [4] şi a unei clasificări corespunzătoare a schemelor de orientare şi fixare a sculelor aşchietoare în şase sisteme de orientare şi fixare.

Stabilind schemele generalizate caracteristice fiecărui sistem de orientare şi fixare, în lucrarea de faţă se analizează comparativ aceste scheme din punct de vedere cinematic şi tehnologic, problema fiind direct legată de reglarea sau prereglarea sculelor. Se insistă asupra deficienţelor pe care le ridică din punct de vedere al preciziei şi productivităţii construcţiilor clasice de cuţite şi dispozitivele de prindere a lor proiectate pe baza schemei generalizate a primului sistem de orientare şi fixare.

2. Analiza comparativă a schemelor generalizate de orientare şi fixare a sculelor

Schemele de orientare şi fixare generalizate caracteristice fiecărui sistem (I—VI) sînt prezentate în coloana 2 a tabelului din fig. 2. Ele corespund claselor şi tipurilor de scule prezentate în ultima coloană a aceluiaşi tabel [4], [1].

Pentru domeniul maşinilor unelte cu comandă convenţională în acelaşi tabel în coloana 3 se prezintă schemele de orientare şi de fixare de bază, din care poate fi dedusă orice schemă de orientare şi fixare pentru orice sculă din clasa corespondentă sistemului. Datorită acestei caracteristici, oricare din schemele de orientare şi fixare prezentate în fig. 2 (coloanele 2, 3, 4) pot fi considerate scheme generalizate, caracter mai larg avînd

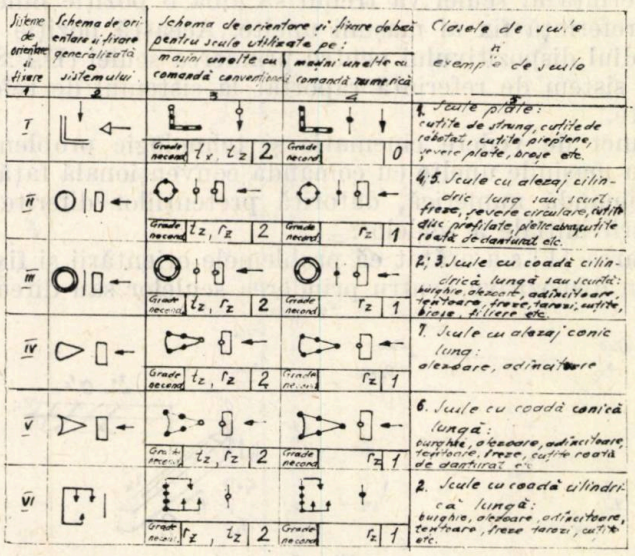


Fig. 2

cele din coloana doi care nu prezintă gradele de libertate condiţionate (puncte negre) [11] sau necondiţionate (puncte albe) preluate, şi care sînt prezentate prin simboluri generalizate [1], [7], [8].

Din punct de vedere constructiv, schemele generalizate ale sistemelor indică natura reazemelor pe care se orientează sculele în dispozitive, după cum urmează: pentru sistemul I — dispozitive cu reazeme cu suprafețe active plane, pentru sistemul II — dispozitive cu dornuri cilindrice; sistemul III — dispozitive cu bucșe cilindrice; sistemul IV — dispo-

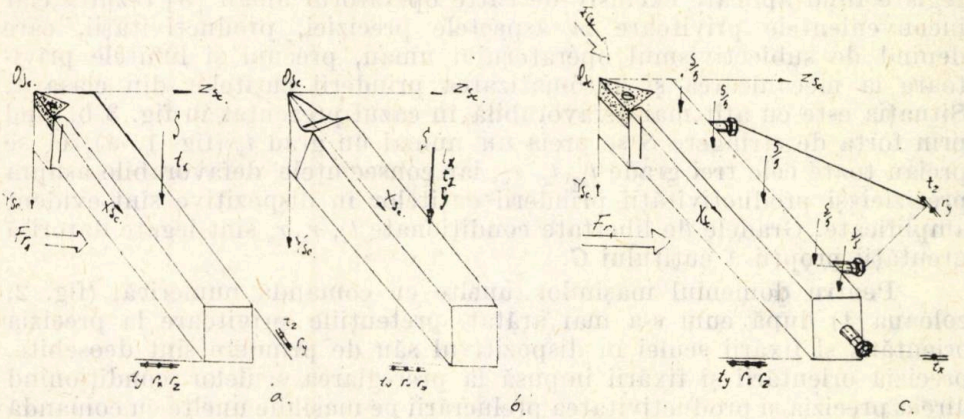


Fig. 3

zitive cu dornuri conice; sistemul V — dispozitive cu bucșe conice; sistemul VI — dispozitive cu diverse mecanisme autocentrante [1]; exceptînd ultimul sistem — fixarea se realizează în general prin elemente universale de fixare cu filet — șuruburi, tije filetate și pîrghii etc.

Analizînd schemele de orientare și fixare de bază pentru sculele utilizate pe mașinile unelte cu comandă convențională (fig. 2, coloana 3) se pot deduce următoarele concluzii generale:

— Schemele corespunzătoare sistemelor II—VI sînt similare din punct de vedere cinematic și presupun existența a două grade de libertate necondiționate: translația și rotația după axa OZ: t_z, r_z (fig. 1). Aceste grade de libertate pot fi considerate necondiționate din următoarele considerente: r_z nu condiționează realizarea nici unei condiții tehnice impuse prelucrărilor cu sculele din clasele 2—7 (vezi fig. 2 coloana 5) și poate fi preluat fie prin fixare, fie printr-un element de antrenare. Translația în lungul axei OZ: t_z poate fi considerat ca grad de libertate necondiționat în sensul că, în general, în momentul reglării la dimensiune a mașinii unelte prin intervenția operatorului uman se stabilește poziția corectă a sculei pe direcția respectivă, compensîndu-se eventualele erori de la prinderea sculei în dispozitiv; acest grad de libertate poate fi preluat fie prin fixare, fie printr-un reazem de orientare plasat axial. Este important de menționat că toate gradele de libertate condiționate sînt preluate bilateral, iar cele necondiționate — unilateral sau prin fixare [3].

— Schema corespunzătoare sistemului I, din punct de vedere cinematic presupune existența gradelor de libertate necondiționate t_x, t_z— două translații. Considerentele expuse mai sus pot fi extrapolate și în acest caz. Diferențele esențiale însă între schemele generalizate ale sistemului I în raport cu sistemele II—VI sînt următoarele: preluarea celor două

grade de libertate t_x, t_z presupune de fapt limitarea a două deplasări şi o rotaţie : t_x, t_z, r_y (fig. 3 a, b); în plus, aceste trei grade de libertate (în raport cu două în cazurile anterioare) sînt legate unilateral [3], [7], iar menţinerea contactului dintre cuţit — dispozitiv presupune existenţa unor forţe de reglare F_{r_1} [3], [7] (fig. 3, a) aplicate manual. Aceste forţe de reglare fiind aplicate exclusiv de către operatorul uman [5] rezultă clar inconvenientele privitoare la aspectele preciziei, productivităţii, care depind de subiectivismul operatorului uman, precum şi limitele privitoare la mecanizarea şi automatizarea prinderii cuţitelor din clasa 1. Situaţia este cu atît mai defavorabilă în cazul prezentat în fig. 3 b, cînd prin forţa de strîngere S se preia nu numai un grad t_x (fig. 1, a), ci se preiau toate cele trei grade t_x, t_z, r_y, iar consecinţele defavorabile asupra preciziei şi productivităţii prinderii cuţitelor în dispozitive sînt evident amplificate. Gradele de libertate condiţionate t_x, r_z, r_y sînt legate datorită greutăţii proprii a cuţitului G.

Pentru domeniul maşinilor unelte cu comandă numerică, (fig. 2, coloana 4) după cum s-a mai arătat, pretenţiile privitoare la precizia orientării şi fixării sculei în dispozitivul său de prindere sînt deosebite, precizia orientării şi fixării impusă la prereglarea sculelor condiţionînd direct precizia şi productivitatea prelucrării pe maşinile unelte cu comandă numerică. Aceste pretenţii ridicate sînt impuse şi de gradul înalt de automatizare al acestor maşini, care presupune excluderea la maximum a intervenţiei subiectivismului operatorului uman. Pretenţiile noi impuse se referă la faptul că scula trebuie să aibă o poziţie precisă în raport cu dispozitivul său de prindere, astfel încît în momentul prinderii acestuia pe maşina unealtă să nu mai fie necesare corecţii de reglare.

Concret, prereglarea, legată direct de maşinile cu comandă numerică — de orice tip tehnologic : de găurit, alezat, strunjit, frezat etc. a introdus următoarele restricţii :

— Pentru sistemele II—VI — prereglarea după direcţia axei z a impus ca acest grad de libertate să devină condiţionat, de poziţia axială a sculei în dispozitivul său de prindere depinzînd direct precizia de prelucrare pe direcţia axei OZ pentru : frezări, găuriri, alezări etc., rămînînd practic un singur grad de libertate necondiţionat — r_z (vezi fig. 2, coloana 4), care este preluat similar construcţiilor pentru maşinile cu comandă convenţională [9], [10].

— Pentru sistemul I — problemele s-au complicat mai mult în sensul că în vederea asigurării unei poziţii prestabilite a vîrfului cuţitului în sistemul de referinţă al maşinii unelte prin dispozitivul său de prindere, toate gradele de libertate ale sculei (cuţitului) trebuie să fie condiţionate (vezi fig. 2, col. 4, sistemul I).

O rezolvare dată de tehnica actuală problemei arătate s-au făcut prin adaptarea construcţiilor clasice de cuţite şi suporţi port-cuţit. Concret cuţitului i s-au adăugat trei şuruburi de reglare în vederea reglării şi preluării translaţiilor t_x, t_z şi a rotaţiei r_z, iar suportului port cuţit i s-a adăugat un sprijin axial pe direcţia axei x, (vezi fig. 3 c). În vederea asigurării contactului pe direcţiile deplasărilor preluate unilateral sînt necesare două forţe de reglare F_{r_1}, F_{r_2} (fig. 3, c). În vederea asigurării unei rigidităţi ridicate s-au adoptat 3—5 şuruburi de fixare care realizează forţa de fixare S.

Inconvenientele din punct de vedere tehnologic ale acestei rezolvări sau a soluțiilor din fig. 3 a, b sînt evidente: timp mare de reglare, prereglare (prin numărul mare al direcțiilor de reglare) și timp mare de fixare a cuțitului, deci productivitate redusă, precizia de orientare și fixare a sculei dependentă de subiectivismul operatorului uman, necesitatea unei aparaturi optice, mecanice de reglare, în vederea asigurării unei precizii superioare, necesitatea forțelor de reglare aplicate manual cu consecințe asupra preciziei și productivității etc. [5].

Se observă că dacă pentru dispozitivele din sistemele II—VI soluția „adaptării" s-a dovedit a fi soluția optimă, nu același lucru se poate afirma pentru dispozitivele pentru prinderea cuțitelor din sistemul I.

Soluția optimă în ultimul caz considerăm că ar putea fi găsită prin schimbarea concepției tradiționale, clasice în construcția cuțitelor și a dispozitivelor de prindere a lor și înlocuirea acestora cu altele de concepție nouă, care să înlăture dezavantajele arătate. Menționăm că această modificare este impusă de considerente cinematice și tehnologice și în principal ea ar trebui să răspundă unor cerințe care sînt satisfăcute de construcțiile de dispozitive din sistemele II—VI, și anume: schema de orientare și fixare să impună existența a 5 grade de libertate condiționate preluate bilateral, să existe o singură direcție de reglare, prereglare și anume direcția axei x, să elimine forța de reglare F_{r_1} și chiar F_{r_2}, să permită mecanizarea și automatizarea fixării cuțitelor [5].

Analiza comparativă a schemelor generalizate de orientare și fixare a sculelor pune în evidență criteriul tehnologic al numărului minim al direcțiilor de prereglare pentru scule. Consecințele practice ale transpunerii acestui criteriu sînt: aparatură simplă de prereglare, timp redus de prereglare, comoditate a prereglării etc., în esență: precizie, economicitate și productivitate ridicate pentru prereglare.

3. Concluzii

— Lucrarea prezintă pentru prima dată schemele generalizate de orientare și fixare a sculelor aşchietoare (fig. 2, col. 2) și o analiză comparativă a lor din punct de vedere cinematic și tehnologic.

— Schema de orientare și fixare generalizată a sistemului I de dispozitive, datorită unei anumite concepții din punct de vedere cinematic, prezintă multe incoveniente din punct de vedere tehnologic, de precizie și de productivitate, în special pentru construcțiile de dispozitive și cuțite utilizate la mașinile unelte cu comandă numerică. Considerente de ordin cinematic, cu consecințe tehnologice impun anumite măsuri.

— Se impune modificarea acestei scheme generalizate de orientare și fixare a cuțitelor astfel încît construcțiile de dispozitive și cuțite realizate pe baza ei să confere avantaje de ordin tehnologic similare dispozitivelor cuprinse în sistemele II—VI pentru exploatarea sculelor pe mașinile unelte cu comandă numerică, să permită în ultimă instanță mecanizarea și automatizarea prinderii cuțitelor. Construcțiile proiectate pe baza unei noi scheme de orientare și fixare trebuie să asigure în esență o singură direcție de prereglare, creșterea preciziei de orientare și fixare, creșterea rigidității fixării, creșterea productivității prinderii cuțitelor, eliminarea subiectivismului operatorului uman.

— Se deduce deci pe cale teoretică ideea impunerii unei singure direcții de prereglare pentru cuțitele de strung utilizate pe strungurile cu comandă numerică. Aceasta impune cercetări teoretice și experimentale pentru deducerea unor forme constructive adecvate de cuțite, apte prereglării pe o singură direcție.

Catedra de tehnologia construcției de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Popescu* — Analiza generalizată a schemelor de orientarea, fixarea și antrenarea sculelor așchietoare. Comunicare la a XXV-a sesiune științifică a Institutului politehnic București. Rev. Standardizarea Română, 1973, nr. 5. p. 232 — 237.
2. *A. Brăgaru, I. Popescu* — Simbolizarea informațională a orientării și fixării sculelor așchietoare pe mașini unelte. Comunicare la a XXVI-a sesiune științifică a Institutului politehnic Galați. Rev. Standardizarea Română, 1972, nr. 11, p. 565 — 574.
3. *V. Tache* — Contribuții la studiul schemelor de fixare și al forțelor care solicită ansamblul dispozitiv-piesă la prelucrările pe mașini-unelte. Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1972.
4. *I. Popescu* — Analisi generalizzata delle superfici di orientamento e di fissaggio degli utensili che lavorano con asportazione di truciolo. Comunicare la a XXV-a sesiune științifică a Institutului Politehnic București. Rev. Macchine — Italia, 1973, nr. 10, p. 427—435.
5. *I. Popescu* — Considerații asupra preciziei, rigidității și productivității prinderii cuțitelor în suporți port cuțit pe strunguri și mașini de rabotat. În Invenții și inovații, 1973, nr. 4, p. 137—141.
6. *Z. Duca* — Teoria sculelor așchietoare. București, Editura tehnică, 1967.
7. *A. Brăgaru* — Contribuții la teoria elaborării schemelor de bazare și fixare a pieselor în dispozitivele de lucru ale mașinilor unelte. Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1970.
8. *V. Tache, A. Brăgaru, I. Ungureanu* — Cu privire la sistemele de referință ale parametrilor sistemului tehnologic elastic. Comunicare la a XXIV-a sesiune științifică a Institutului politehnic București.
9. *Clifford Brownsell* — Dispozitive pentru prinderea sculelor pentru mașini cu comandă numerică. În Macchine — Italia, 1971, nr. 9.
10. * * * Automatisation. In Machine Moderne — Franța, 1972, nr. 5, p. 35—40.
11. *A. N. Gavrilov* — Albom prisposoblenii dlea metallorejușcih stankov primeneaemih v priborostroenii. Maşghiz, 1958.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

TRANSPORTURI

C.Z. : 519.2 : 656.078

APLICAREA TEORIEI PROBABILITĂȚII ȘI STATISTICII MATEMATICE ÎN PROBLEMELE DE TRAFIC RUTIER

GH. ANTON, N. NISTOR

1. Generalități

Experimentele pot fi clasificate, în funcție de certitudinea sau incertitudinea rezultatelor lor, în : *experimente sigure* care dau aceeași valoare ori de cîte ori experimentul se repetă, în aceleași condiții și *experimente nesigure* care dau o varietate de valori. Distincția este mai mult programatică decît logică, pentru că multe experimente sigure pot deveni nesigure prin diferite metode.

Problema cea mai importantă este să determinăm o funcție matematică potrivită care să descrie precis frecvența relativă a diferitelor intervale auto pe același fir de circulație și care să caracterizeze fluxul traficului.

Dacă un experiment este nesigur, mai întîi va trebui să delimităm ce categorii de rezultate sînt posibile. Multitudinea de posibilități poate forma un grup de numere, denumit domeniul de definiție al distribuției.

Exemple : — Numărul de automobile înregistrate în timpul unui minut de observație ; domeniul de definiție (0, 1, 2, 3, . . .)

— Distanța dintre automobile consecutive ; domeniul de definiție $(0, \infty)$.

— Distanța dintre două automobile consecutive, de la bara de protecție frontală la cea posterioară ; domeniul de definiție : (L, ∞) unde L este lungimea unui automobil.

În toate exemplele date mai sus, cu excepția primului exemplu, limita superioară este infinitul. Aceasta poate apare greșit în unele cazuri, dar trebuie să ne amintim că domeniul de definiție arată valori posibile, nu valori probabile. Alegerea unui domeniu convenabil de definiție este poate o chestiune de judecată, care poate fi dîbîndită gradat, la fel cu o problemă de logică pură.

În teoria traficului rutier, în afară de domeniile de definiție discrete și continui, există un al treilea tip de domeniu care se obține prin combinarea celor două. De exemplu, pe o autostradă pe care toate automobilele respectă limitele de viteză de minimum 30 km/h și maximum 80 km/h, tractoarelor li s-ar permite să folosească autostrada cu condiția să circule

cu 20 km/h. Atunci domeniul de definiţie va fi intervalul continuu (30, 80) plus valoarea singulară 20.

2. Distribuţii discrete

Probabilitatea rezultatelor posibile ale unui experiment, are valoare „0" drept cea mai mică valoare admisibilă şi „1" drept cea mai mare valoare, în genere, corespunzînd cu imposibilitatea şi certitudinea.

N simbolul rezultatului experimentului, unde $N = 0, 1, 2, \ldots$ Probabilitatea că N are valoarea n este :

$$\text{Prob. } (N = o) = p_n, \text{ unde : } 0 \leqslant p_n \leqslant 1$$

iar,

$$p_0 + p_1 + p_2 + \ldots = 1$$

Definim trei dintre acestea care sînt importante în teoria traficului rutier şi apoi vom arăta tipurile experimentelor de trafic care generează aceste distribuţii.

Distribuţia geometrică. Considerăm seria geometrică

$$1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \ldots$$

Dacă $\rho > 1$ aceasta e o serie convergentă şi suma ei este $1/(1-\rho)$. Multiplicăm fiecare termen al seriei cu $(1 - \rho)$, şi obţinem distribuţia probabilităţilor :

$$\begin{aligned} p_0 &= (1 - \rho) \\ p_1 &= (1 - \rho)\rho \\ p_2 &= (1 - \rho)\rho^2 \\ &\vdots \\ p_n &= (1 - \rho)\rho^n \end{aligned} \tag{1}$$

unde : $n = 0, 1, 2, \ldots$

Distribuţia Poisson. Considerăm seria exponenţială

$$1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^3}{3!} + \ldots$$

care este convergentă pentru toţi λ şi are suma e^{λ}. Împărţind cu (e^{λ}), obţinem distribuţia probabilităţii :

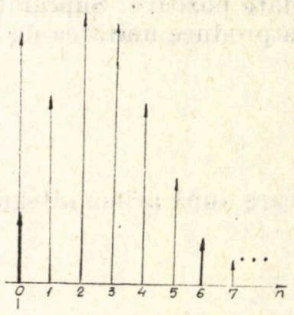
$$\begin{aligned} p_0 &= e^{-\lambda} \\ p_1 &= \lambda\, e^{-\lambda} \\ p_2 &= \lambda \frac{e^{-\beta}}{2!} \\ &\vdots \\ p_n &= \lambda \frac{e^{-\lambda}}{n!}; \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \end{aligned} \tag{2}$$

Această distribuție, poate descrie probabilitatea că se vor observa „n" automobile în unitatea de lungime a drumului.

Distribuția Binomială. Să presupunem că luăm două numere care prin adunare dau unu, cum ar fi $p + q = 1$. Să dezvoltăm seria binomială $(p + q)^N$, unde N este un număr întreg și obținem :

$$p^N + p^{N-1}q + \left(\frac{N}{2}\right)p^{N2}q^2 + \left(\frac{N}{3}\right)p^{N-3}a^3 +$$

$$+ \ldots + pq^{N-1} + q^N = 1$$



Fip. 1. Reprezentarea grafică a distribuției discrete.

Prin ridicarea ordonatelor de lungime „p_n" pentru fiecare valoare „n" s-a obținut o formă tipică pentru distribuția Poisson.

Deci, distribuția probabilității poate fi definită ca :

$$p_n = \left(\frac{N}{n}\right)p^{N-n}q^n, \text{ unde : } n = 0, 1, \ldots, N \tag{3}$$

3. Distribuțiile continue

Dacă domeniul de definiție este întreg sau parte din șirul real, reprezentarea discretă a probabilităților nu mai este posibilă ci se folosește o funcție continuă cu o singură valoare pentru a indica cît de probabile sînt rezultatele experienței. Integrala dintre două limite a și b dă probabilitatea rezultatului între aceste valori :

$$\text{Prob } (a < \text{rezult} < b) = \int_a^b f(x)\ dx \tag{4}$$

unde $f(x)$ este funcția de densitate corespunzătoare lui p_n discret. Funcția trebuie să fie întotdeauna pozitivă și să aibă suprafața totală egală cu unitatea.

Cînd funcția nu e specificată, este convenabil să folosim limitele $(-\infty, \infty)$ subînțelegînd că dacă domeniul este mai mic decît întreaga dreaptă reală, $f(x)$ este definit a fi identic zero în afara domeniului semnificativ. Prin urmare, pentru ca funcția $f(x)$ să fie funcție de densitate, trebuie ca :

$$f(x) \geqslant 0 \text{ și } \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = 1 \tag{5}$$

Vom alege trei funcții care sînt capabile să fie transformate în funcții de densitate.

a) *Distribuția de tip III Pearson.*

Propusă de Karl Pearson, care este definită pe linia reală pozitivă și este bazată pe funcția $(e^{-\lambda x}\ x^{k-1})$, unde λ și k sînt două constante pozi-

tive. Începe de la origine, atinge valoarea maximă și este apoi asimptotică axului. Printr-o alegere adecvată a lui λ și k, forma poate fi schimbată considerabil, iar distribuția Pearson de tipul III se va potrivi diferitelor date pozitive. Suprafața cuprinsă sub curbă, care trebuie divizată pentru a produce unitatea de suprafață, implică funcția gamma :

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1}\, dt \tag{6}$$

care după prima integrare prin părți ne dă :

$$\Gamma(z) = (z-1)\ \Gamma\ (z-1) \tag{7}$$

iar după integrarea repetată prin părți, pentru „z" întreg, obținem :

$$\Gamma\ (z) = (z-1) \tag{8}$$

Folosind relația (6) se observă că suprafața de sub $e^{-\lambda x}\ x^{k-1}$ este

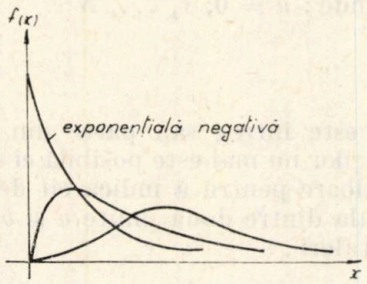


Fig. 2. Reprezentarea grafică a distibuțiilor continue.

$\Gamma\ (k)/k$, și prin urmare funcția densității de tip III este :

$$f(x) = \frac{\lambda^k}{\Gamma(k)}\, e^{-\lambda x}\, x^{k-1};\ 0 < x < \infty \tag{9}$$

b) *Distribuția exponențială negativă*

$$\lambda e^{-\lambda x} - \lambda\ x,\ 0 < x < \infty \tag{10}$$

Dacă punctele apar pe o linie la întîmplare, astfel ca probabilitatea a „n" puncte pe unitatea de lungime este Poisson, distribuția lungimii intervalelor între puncte consecutive are densitatea (0) și reciproc. Demonstrația acestui important fapt va fi dată în secțiunile ce urmează.

c) *Distribuția Pearson de tip I.*

Începem cu funcția $x^{p-1}(1-x)^{p-1}$ definită în intervalul de unitate (0, 1). Pentru a determina constanta corectă care va multiplica această funcție, scriem :

$$\Gamma(p)\,\Gamma(q) = \int_0^\infty e^{-t}\, t^{p-1}\, dt \int_0^\infty e^{-s}\, s^{q-1}\, ds = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-s-t}\, t^{p-1}\, s^{q-1}\, dt\, dS$$

Vom nota :

$$u = \frac{t}{s+t}, \quad v = s + t$$

și vom obține :

$$t = vu\,; \quad s = v - vu$$

iar limitele lui „u" și „v" vor fi :

$$u \to (0,\ 1)\,; \quad v \to (0,\ \infty)$$

Vom avea deci :

$$\Gamma(p)\ \Gamma(q) = \int_0^1 \int_0^\infty e^{-vu} (vu)^{p-1} e^{v(1-u)} v^{q-1} (1-u)^{q-k} v\, du\, .\, dv =$$

$$= \Gamma\ (p+q) \int_0^1 u^{p-1}\ (1-u)^{q-1}\ du$$

și prin urmare constanta corectă este $\Gamma\ (p+q)/\ \Gamma\ (p)\ \Gamma\ (q)$. Funcția beta a lui p și q este definită de relația :

$$\beta(p,\ q) = \frac{\Gamma(p)\ \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \tag{11}$$

iar funcția de densitate pentru funcția Pearson de tip I, poate fi scrisă astfel :

$$\frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{\beta(p,\ q)}; \qquad 0 < x < 1 \tag{12}$$

4. Distribuții mixte

Considerăm exemplul, cu automobilele și tractoarele dat la punctul 1 și presupunem că proporția automobilelor este α, iar cea a tractoarelor $(1 - \alpha)$. Mai departe, presupunem că tipul I de distribuție se va potrivi perfect vitezei automobilelor, cu condiția să acopere intervalul corect de (30, 80), în loc de (0,1) ca în formula (12). Se pune întrebarea care este distribuția corectă pentru toate vitezele vehiculelor?

Înălțimea componentei discrete, sau „vîrful" trebuie să fie $1 - \alpha$, și acest vîrf trebuie plasat la punctul 10. Suprafața componentei continue (densitatea) trebuie să fie α, și trebuie făcut să acopere (30, 80). Cu alte cuvinte, trebuie să extindem sfera ec. (12) la 30 unități, să translatăm 30 unități departe de origine și să reducem suprafața de la 1 la α. Efectuăm această operație în trei etape. Mai întîi, fie $y = 30\ x$, iar $dy = 30\ dx$.

Prin urmare densitatea lui y este :

$$\frac{30(y/30)^{p-1}\ (1 - y/30)^{q-1}}{\beta(p,\ q)}$$

Apoi folosim translaţia $z = y + 30$ şi o multiplicăm cu constanta α. Densitatea de tip I modificată pentru componenta continuă va fi dată de relaţia :

$$\frac{30\,\alpha\left(\frac{z-30}{30}\right)^{p-1}\left(1-\frac{z-30}{30}\right)^{q-1}}{\beta(p,\,q)} \tag{13}$$

Această componentă va fi combinată cu vîrful pentru a da o singură distribuţie, folosind funcţia :

$$\delta(z) = \begin{cases} 1, & z = 0 \\ 0, & z \neq 0 \end{cases} \tag{14}$$

Distribuţia vitezei pentru exemplul considerat este :

$$(1-\alpha)\,\delta(x-10) + \frac{30\,\alpha\left(\frac{z-30}{30}\right)^{p-1}\left(1-\frac{z-30}{30}\right)^{q-1}}{\beta(p,q)} \tag{15}$$

Un exemplu de distribuţie mixtă îl constituie formarea unor şiruri de aşteptare de către automobile cînd nu pot să depăşească un automobil care se deplasează cu viteză mică pe autostradă. Atunci „vîrful" în

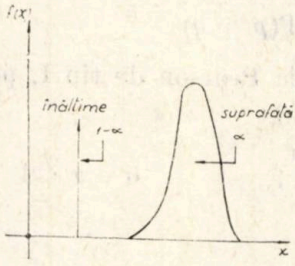


Fig. 3. Reprezentarea grafică a unei distributii mixte.

distribuţia mărimii intervalului dintre automobile va fi punctul de separaţie al automobilelor consecutive.

5. Distribuţii cumulative

O împărţire în distribuţii discrete şi continue este normală dacă ţinem seama de rezultatele experimentale, dar este dificilă din punct de vedere matematic.

O metodă teoretică bună de rezolvare este folosirea integralei Stieltjes, dar pentru unele scopuri, distribuţia cumulativă este mai satisfăcătoare.

Dacă $f(x)$ este o densitate continuă, distribuţia cumulativă corespunzătoare este definită prin :

$$F(x) = \int_{\infty}^{x} f(t)\,dt$$

unde limita de jos a integrării este, ca de obicei, ajustată valorii de jos a domeniului de definiţie.

În termenii lui $F(x)$ este posibil să definim variabilele aleatoare X (rezultatele unui experiment) direct printr-o funcţie matematică fără să folosim constantele inutile a şi b prin relaţia :

$$\text{Prob } (X \leqslant x) = F(x) \tag{16}$$

unde $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$. De asemenea $f(x)$ poate fi obţinută printr-o simplă diferenţiere.

Folosirea funcţiei cumulative dă o regulă simplă pentru găsirea unei variabile transformate. Să presupunem că X are distribuţia $f(x)$; care este distribuţia lui $Z = \emptyset\ (X)$. Fie $G(z)$ distribuţia cumulativă pentru Z cu $(d/dzc)G(z) = g(z)$. Atunci

$$F(x) = \text{Prob } (X \leqslant x) = \text{Prob } (\emptyset^{-1}(z) \leqslant x)$$

$$= \text{Prob } (Z > \emptyset(x))$$

deci :

$$F(\emptyset^{-1}(x)) = \text{Prob } (Z \leqslant x) = G(X)$$

Diferenţiind avem :

$$g(x) = f(\emptyset^{-1}(x))' \frac{d}{dx} \emptyset(x) \tag{17}$$

Funcţiile cumulative sînt valoroase din punct de vedere teoretic, dar pentru anumite distribuţii pot fi greoaie.

Distribuţia geometrică

$$p_n = \sum_{i=0} (1 - \rho)\ \rho^i = 1 - \rho^{n+1} \tag{18}$$

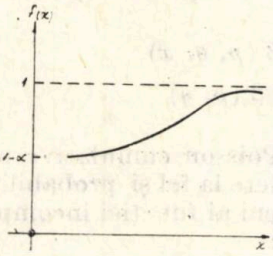


Fig. 4 Distributie cumulativă pentru cazul mixt

Distribuţia Poisson

$$p_n = \sum_{i=0}^{n} \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^i}{i!} \tag{19}$$

Distribuţia binominală

$$p_n = \sum_{i=0}^{n} \binom{N}{i} p^i (1 - p)^{N-i} \tag{20}$$

care nu are o formă simplă.

Distribuţia de tipul III

$$F(x) = \int_{\lambda}^{x} \frac{\lambda^k}{(k)} e^{-t} t^{k-1} dt \tag{21}$$

Funcţia :

$$\gamma(n, x) = \int_0^x e^{-t} t^{n-1} dt \tag{22}$$

este numită funcţie incompletă gamma ; în aceşti termeni poate fi scrisă relaţia (21)

$$\frac{\gamma(k, \lambda x)}{\Gamma(k)} \tag{23}$$

Partea superioară a integralei gamma este notată cu $\Gamma(n, x)$ astfel că :

$$\gamma(n, x) + \Gamma(n, x) = \Gamma(n) \tag{24}$$

Este posibil să exprimăm distribuţia cumulativă Poisson în termeni ai lui $\Gamma(n, x)$:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!} = \frac{\Gamma(n+1, \lambda)}{\Gamma(n+1)} \tag{25}$$

Distribuţia de tipul I

$$F(x) = \int_0^x \frac{t^{p-1}(1-)^{q-1}}{\beta(p, q)} dt$$

Aceste distribuţii cumulative definesc funcţii incomplete beta, ca :

$$F(x) = \frac{\beta(p, q, x)}{\beta(p, q)}$$

Aşa după cum probabilităţile Poisson cumulative pot fi exprimate în termeni ai funcţiei gamma incomplete la fel şi probabilităţile binomiale cumulative pot fi exprimate în termeni ai funcţiei incomplete beta. Suma dată de ec. (20) poate fi scrisă astfel :

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{N}{i} p^i (1-p)^{N-1} = 1 - \frac{\beta(n+1, N-n, p)}{\beta(n+1, N-n)} \tag{26}$$

6. Momente şi aşteptare

Toate distribuţiile pe care le-am menţionat conţin anumiţi parametri, şi sînt în realitate familii de distribuţii :

Geometrică ρ
Poisson λ
Binomială N, p

Tip III λ, k
Funcție exponențială negativă λ
Tip I p, q

momentul K al originii $= m_k = \int x^k f(x)\,dx = \sum n^k p_n$ (27)

momentul K al mediei $= \int (x - m_1)^k f(x)\,dx = \sum (n - m_1)^k p_n$ (28)

unde toate integralele și sumele sînt luate din domeniile de definiție adecvate. Două dintre aceste momente sînt de interes deosebit :

media aritmetică $= m_1 = m = \int x f(x)\,dx = \sum n p_n$ (29)

dispersia $= v = \int (x - m)^2 f(x)\,dx = \sum (n - m)^2 p_n$ (30)

Relațiile ce leagă parametrii de medie și dispersie sînt :

Geometrică $m = \rho(1 - \rho)^{-1}$; $v = \rho(1 - \rho)^2$ (31)

Poisson $m = \lambda$; $v = \lambda$ (32)

Binomială $m = Np$; $v = Np(1 - p)$ (33)

Tip III $m = k/\lambda$; $v = k/\lambda^2$ (34)

Funcție exponențială negativă $m = 1/\lambda$; $v = 1/\lambda^2$ (35)

Tip I $m = p(p + q)$; $v = pq(p + q)^{-2}(p + q + 1)^{-1}$ (36)

Aceste valori, ca și momentele, pot fi calculate prin aplicarea directă a formulelor (27) — (30).

Dispersia este întotdeauna o cantitate pozitivă care măsoară abaterea medie pătratică. În consecință, pentru $v = 0$ înseamnă că orice probabilitate este concentrată într-un singur vîrf la valoare medie. O astfel de distribuție este numită *deterministă* și descrie un anumit experiment în care este posibil numai un singur rezultat.

Calcularea momentelor implică sume şi integrale similare în care numai multiplicatorul lui $f(x)$ sau p_n este schimbat. Simplificăm notaţia astfel:

$$E(\Ø(x)) = \int \Ø(x) f(x)\, dx$$

$$E(\Ø(n)) = \sum \Ø(n)\, p$$

unde $E(\Ø)$ este numită „aşteptare matematică" a funcţiei Ø, iar $E(x)$ este media aritmetică.

Un exemplu simpul de compactitate generată de simbolurile aşteptării se obţine prin exprimarea momentelor centrale în termeni ai momentelor din jurul mediei:

$$E(x - mv) = E(x) - E(m) = m - m = 0$$

$$v = E(x - m)^2 = E(x^2) - 2\, m\, E(x) + m^2 = E(x^2) - m\, m_2 - m^2 \quad (37)$$

Un alt parametru important în teoria fluxului de trafic este media armonică, definită de:

$$m_a = \frac{1}{E(1/x)} \quad (38)$$

Să presupunem că trei automobile merg 8 km fiecare, la viteze de 40 km, 50 km şi 80 km. Viteza lor medie este evident 56 km/h. Similar, timpul mediu consumat este 28/60 ore. Totuşi aceste trei valori (8 km, 56 km/h şi 28/60 ore) nu satisfac ecuaţia:

$$\text{distanţă} = (\text{viteza})\ (\text{timp}) \quad (39)$$

Motivul este că ecuaţia (39) este valabilă pentru valori medii numai dacă media armonică este folosită pentru viteză şi media aritmetică pentru timp sau invers.

Media aritmetică este legată într-un mod foarte simplu de distribuţia cumulativă. Definind $G(x) = 1 - F(x)$, integrarea prin părţi arată că:

$$m = \int_0^\infty G(x)\, dx \quad (40)$$

pentru cazul continuu. Similar avem:

$$m = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \quad (41)$$

în cazul discret, unde $Q_n = 1 - p_n \cdot G(x)$, iar Q_n sînt numite cozile distribuţiei.

Cînd este realizat un experiment nesigur, se pot obține mai multe variabile.

Exemplul 1. Numărarea automobilelor, n = numărul automobilelor numărate într-un minut, x = viteza medie a automobilelor numărate.

Exemplul 2. x = spațiul dintre automobile consecutive, n = numărul de pasageri din primul automobil.

Exemplul 3. x = spațiul dintre automobilele consecutive, y = = viteza relativă a două automobile.

Domeniul de definiție și distribuțiile corespunzătoare ale probabilității sînt bivariate. Exemplul 3 este continuu în ambele sensuri, exemplele 1 și 2 sînt discrete într-un sens și continue în celălalt. Pentru a evita dificultăți de notație, vom folosi $f(x, y)$ în toate cazurile. Prin definiție $f(x, y) > \geqslant 0$ și:

$$\iint f(x, y)\, dxdy = 1$$

unde domeniul de integrare (sau însumare) este determinat din experiment. Mai departe, fiecare densitate bivariată poate fi redusă la o singură densitate variată prin două căi:

$$g(x) = \int f(x, y) \text{ și } h(y) = \int f(x, y)\, dx$$

Densitățile $g(x)$ și $h(y)$ sînt numite totaluri marginale în statistica aplicată și distribuții necondiționate în statistica teoretică.

Raportul $f(x, y)/g(x)$ este o funcție a densității, valabilă pentru y și este numită distribuție condiționată în statistica teoretică. Este indicată prin simbolul:

$$j(y/x) = \frac{f(x, y)}{g(x)} \tag{42}$$

și poate fi luată ca densitatea lui y pentru o valoare fixă a lui x. Similar, definim:

$$k(x/y) = \frac{f(x, y)}{h(y)} \tag{43}$$

Un mijloc convenabil este întrebuințarea parantezelor pătrate. De exemplu cu trei variabile x, y și z putem scrie:

$$[x,y,z] = [x \mid y,z]\,[y,z] = [x,y \mid z]\,[z]$$

$$= [y \mid x,z]\,[x,z] = [x,z \mid y]\,[y]$$

$$= [z \mid x,y]\,[x,y] = [y,z \mid x]\,[x]$$

regula fiind că fiecare paranteză este o densitate numai în acele variabile care preced bara verticală, iar cînd o bară verticală este introdusă toate variabilele care o urmează trebuie scrise din nou în propria lor paranteză.

Cazul bivariat:

$$[x,y] = [x \mid y]\,[y] = [y \mid x]\,[x] \tag{44}$$

este numit teorema Bayes. Cantităţile care urmează după bara verticală sînt similare parametrilor. De exemplu, să considerăm distribuţia funcţiei exponenţiale negative cu parametrul λ. În unele cazuri λ însuşi poate fi o variabilă aleatoare, astfel încît:

$$\lambda e^{-\lambda x} = [x \mid \lambda] \tag{45}$$

Dacă distribuţia necondiţională a lui λ ar fi tot funcţie exponenţial-negativă cu parametrul μ

$$[\lambda] = \mu\ e^{-\lambda\mu}$$

atunci distribuţia necondiţională a lui x ar putea fi găsită prin integrarea lui λ:

$$[x] = \int [x,\ \lambda]\, d\ \lambda = \int [x \mid \lambda]\,[\lambda]\, d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \lambda\, e^{-\lambda x}\, \mu\, e^{-\lambda\mu}\, d\,\lambda = \frac{\mu}{(x+\mu)^2} \tag{46}$$

Densitatea (46) este denumită distribuţai Cauchy şi e remarcabilă prin faptul că nu are momente.

În caz că $j(y \mid x) = h(y)$, densitatea lui y este independentă de valorile lui x, şi $k(x,y) = g(x)$ de asemenea, deoarece:

$$f(x,\ y) = g(x)\ \cdot h(y) \tag{47}$$

Ecuaţia (47) defineşte variabilele aleatoare independente. În exemplele date mai sus, numai exemplul 2 defineşte variabilele pe care le-am presupune independente.

Momentele bivariate importante sînt:

$$m_x = E(x) = \int x\, g(x)\, dx = \iint x\, f(x\mathrm{m},\, y)\ dx\ dy$$

$$m_y = E(y) = \int y\, h(y)\, dy = \iint y\, f(x,y)\ dx\ dy$$

$$V_x = E(x - m_x)^2 = \iint (x - m_x)^2 f(x, y) dx\, dy$$

$$V_y = E(y - m_y)^2 = \iint (y - m_y)^2\, f(x, y)\, dx\, dy$$

$$\mathrm{cov}\,(x,y) = E(x - m_x)(y - m_y) = \iint (x - m_x)\,(y - m_y)\, f(x,\, y)\, dx\, dy$$

Al doilea moment cov (x,y) este numit covariație și

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}\,(x, y)}{\sqrt{V_x \; V_y}}$$

este numit *coeficientul corelației.*

8. Funcții auxiliare

Am văzut că o singură distribuție variabilă a probabilității poate fi caracterizată prin una din funcțiile $f(x)$ sau $F(x)$, și trebuie să fie clar că multe alte funcții pot fi definite prin transformări care, dacă sînt unice, vor caracteriza distribuția la fel de bine.

— Funcția generatoare de moment : $\Phi\,(s) = E(e^{sx})$. Această funcție are proprietatea că dezvoltarea seriei după puteri implică m_n drept coeficienți.

$$\Phi\,(S) = E\,(e^{sx}) = \int e^{sx} f\,(x)\,dx = \int \sum \frac{(sx)^n}{n\,!} f\,(x)\,dx =$$

$$= \sum \frac{s^n}{n\,!} \int x^n f\,(x)\,dx = \sum \frac{s^n}{n\,!}\, m_n \qquad (48)$$

— Transformata Laplace $\Phi\,(-S)$
— Transformata Mellin $E\,(x^{n-1}) = m_{n-1}$
— Funcția generatoare de probabilitate $\pi\,(S) = \sum p_n\, s^n$
— Funcția exponențială de generare a probabilității $\sigma(S) = \sum p_n s^n / n\,!$

Se observă ușor că :

$$\pi\,(S) = \int_0^\infty e^{-t}\; \sigma\,(tS)\,dt$$

și deci, că $\sigma\,(S)$ este transformata Laplace inversă a lui $(1/s)\;\pi\,(1/s)$. Derivatele succesive ale lui $\pi\,(s)$, pentru $s = 1$, sînt numite *momente factoriale* și sînt ușor de exprimat în termenii lui m_n. De exemplu :

$$\pi'\,(1) = \Sigma n\;\; p_n = m$$

$$\pi''\,(1) = n(n-1)\; p_n = m_2 - m = v + m^2 - m \qquad (49)$$

$$\pi'''(1) = n(n-1)\,(n-2)\; p_n = m_4 - 3\; m_2 + 2\; m$$

și așa mai departe.

Există o relație deosebit de simplă între transformata Laplace a densității și transformata Laplace a funcției distribuției cumulative corespunzătoare.

Dacă

$$F(x) = \int_0^\infty f\,(t)\;\, dt$$

presupunînd că domeniul este pozitiv, şi integrînd pe :

$$Ø(S) = \int e^{-sx} f(x)\, dx \tag{50}$$

prin părţi, obţinem :

$$Ø(S) = e^{-sx} F(x) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} s e^{-sx} F(x)\, dx$$

care poate fi scrisă :

$$Ø(S) = Ø(S)/S \tag{51}$$

unde (S) este transformata Laplace a lu $F(x)$ definită prin :

$$Ø(S) = \int_0^{\infty} e^{-sx} F(x)\, dx$$

9. Distribuţia sumelor independente

Să presupunem că trei automobile merg pe o singură bandă astfel încît distribuţia intervalului x dintre automobilul unu şi doi este $f(x$ iar distribuţia intervalului y dintre automobilul doi şi automobilul trei este $g(x)$. Care este distribuţia distanţei $(x + y)$ între automobilele unu şi trei, presupunînd că x şi y sînt independente?

Variabila însăşi este suma a două variabile, dar ar fi o greşeală să presupunem că distribuţia sumei este suma distribuţiilor. De fapt suma a două densităţi nu este chiar o densitate, deoarece suprafaţa nu mai este unică. Fie F şi G distribuţiile cumulative ale lui f şi g şi fie $z = x + y$ cu densitatea h şi distribuţia cumulativă H. Atunci :

$$H(u) = \text{Prob}\ (z \leqslant u) = \text{Prob}\ (x + y \geqslant u)$$

Inegalitatea $(x + y) \leqslant u$ defineşte suprafaţa de sub linia $x = y = n$ în planul (x,y) şi deci :

$$H(u) = \int_0^{\infty} \int_0^{u-d} f(x)\, g(x)\, dx\, dy = \int_0^{\infty} F(u-y)\, g(y)\, dy \tag{52}$$

Diferenţiind în raport cu „u" avem :

$$h(u) = \int_0^{\infty} (u - y)\, g(y)\, dy$$

sau

$$h(u) = \int_0^{u} f(u - y)\, g(y)\, dy \tag{53}$$

deoarece $f(u - y)$ dispare din relaţie cînd $y \geqslant u$.

Funcţia (h) este numită convoluţia funcţiilor (f) şi (g) şi este neschimbată dacă formula (53) se scrie astfel :

$$h(u) = \int_0^{u} f(y)\, g(u - y)\, dy$$

Relaţia convoluţională este exprimată simbolic printr-un asterisc :

$$h = f^* g$$

sau, dacă f şi g sînt aceeaşi funcţie :

$$f^* f = f^{2*}$$

$$f^* (f^* f) = f^{3*}$$

Aplicăm teorema convoluţiei la automobile aranjate la întîmplare şi găsim că dacă intervalele individuale sînt distribuite cu densitatea :

$$\lambda e^{-\lambda x} - \lambda x$$

atunci intervalele duble sînt distribuite cu densitatea

$$\int_0^x \lambda\, e^{-\lambda t}\, \lambda\, e^{-\lambda(x-t)}\, dt = \lambda^2\, x\, e^{-\lambda x}$$

Extinzînd-o prin inducţie matematică ca sumă de k intervale ale funcţiei exponenţiale negative obţinem tipul III de densitate cu parametrii k şi λ. Adică :

$$(\lambda\, e^{-\lambda x})\, k^* = \frac{\lambda^k}{\Gamma_{(k)}}\, e^{-\lambda x}\, x^{k-1} \tag{54}$$

Apoi, arătăm că transformata Laplace a distribuţiei unei sume este produsul transformatelor Laplace individuale. Să presupunem că transformatele lui $f(x)$ şi $g(y)$ sînt $\alpha\,(s)$ şi $\beta\,(s)$ astfel că (deoarece x şi y sînt independente) :

$$\int_0^\infty \int_0^\infty f(u - y)\, g(y)\, e^{su}\, du\, dy =$$

$$= \int_0^\infty \int_0^u f(u - y)\, g(y)\, e^{-su}\, dy\, du$$

care este transformarea Laplace a relaţiei (53).

Dacă calculăm transformata Laplace a distribuţiei de tip III, obţinem

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda + s}\right) \tag{55}$$

10. Concluzii

Considerînd drumul rutier ca un sistem de transport se poate aprecia că multe sisteme de transport ce trebuie simulate în vederea analizării lor, conţin procese în care există o cerere de servire care cauzează congestionarea în sistem, cum ar fi de exemplu aşteptarea autovehiculelor să întoarcă la stînga, aşteptarea vehiculelor din artera secundară să se integreze în

fluxul principal, etc. În general, sistemul poate servi unităţi de trafic într-o măsură mai mare decît în care sosesc unităţile respective în sistem, dar există fluctuaţii aleatoare, fie în rata sosirilor, fie în modul de servire sau amîndouă.

Congestionarea poate fi descrisă de trei caracteristici principale:

a) tipurile de sosiri, care descriu proprietăţi statistice ale sosirilor;

b) procesul de servire, care descrie cum sînt servite unităţile de trafic;

c) disciplinele de aşteptare care descriu cum este selecţionată următoarea unitate de trafic ce va fi servită.

Mulţi ani a fost folosită doar distribuţia Poisson pentru a descrie procesele aleatoare în spaţiu şi în timp, dar există obiecţii teoretice şi practice la presupunerea nediferenţiată că traficul este un proces Poisson.

În prezenta lucrare s-a făcut apel la toate distribuţiile care au o bună aplicaţie în problemele de trafic rutier. Funcţiile de distribuţie vor fi folosite acolo unde se pot dovedi utile, cum ar fi funcţiile generatoare în cazul discret, iar transformata Laplace pentru cel continuu.

Catedra de material rulant şi autovehicule rutiere
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Erdelyi. A.* Ed. Table de Transformate Integrale. Proiectul în manuscris al lui Bateman) California Inst. de Tehn. Mc. Graw Hill. N. V. 1954.
2. *Eeller, W.*, Teoria probabilităţii şi aplicaţiile sale, Vo 1 Wilei, New York 1950.
3. *Munroe, M. E.* Teoria probabilităţii Mc. Traw Hill, New York 1951.
4. *Riordan, J.* Introducere la analiza combinatorială, Wiley, New York, 1958.
5. *D. Diru.* Teoria transportnih potokov i upravlenie imi 1972.
6. *Gh. Anton.* Contribuţii privind tehnologia transportului combinat cale ferată — auto în transportul de mărfuri.
7. *N. Nistor.* Contribuţii privind dezvoltarea şi modernizarea transportului combinat auto—cale ferată — naval, pe calea containerizării.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
Tomul XXXVI — 1974, Numărul 3
BUCUREȘTI

C.Z. : 656

CONTRIBUȚII LA STUDIUL MANIABILITĂȚII AUTOMOBILULUI CU DIFERENȚIAL AUTOBLOCABIL*

AUREL P. STOICESCU

În lucrarea de față se studiază mișcarea circulară staționară a automobilului cu diferențial autoblocabil, atît în cazul diferențialului blocat, cît și în cazul diferențialului deblocat (care funcționează). Spre deosebire de modul uzual de tratare a problemei [2, 3], aici se vor stabili relații care să permită determinarea efectivă a parametrilor mișcării, luîndu-se în considerație și elasticitatea tangențială a pneurilor. De asemenea, se vor evidenția efectele de subvirare obținute prin folosirea diferențialului autoblocabil.

1. Maniabilitatea automobilului în cazul cînd diferențialul este blocat

1.1. *Ecuațiile de mișcare și determinarea razei de virare.*

În studiul care urmează se consideră un model al automobilului fără mișcarea de ruliu și al cărui mecanism de direcție este rigid. Se mai face presupunerea că unghiurile de deviere au valori pentru care caracteristica de deviere a pneurilor este liniară.

În [4] s-au dedus ecuațiile de mișcare ale automobilului cu diferențial autoblocabil în cazul general al regimului nestaționar. Aici se vor folosi direct aceste ecuații făcînd particularizările cuvenite. Astfel, ecuațiile de mișcare vor fi date de ecuațiile (3) și (8) din lucrarea [4], în care se pune $\dot{\alpha} = 0$, $\dot{\omega} = 0$, $\dot{v} = 0$ (notațiile sînt aceleași ca în [4]),

Aceste ecuații se scriu în forma finală

$$a_{12}\alpha + a_{13}\omega = A_1$$

$$a_{22}\alpha + A_{23}\omega + A_{24}\alpha\omega^2 + A_{25}\alpha\omega + A_{26}\omega^2 = A_2, \qquad (1)$$

* Manuscris predat redacției la data de 29 decembrie 1972.

în care

$$a_{12} = k_y v^2 + c_1 + c_2,\quad a_{13} = mv + \frac{ac_1 - bc_2}{v},\quad a_{14} = -c_1,$$

$$a_{22} = (c_{m_1} + c_{m_2} + nc_1) + ac_1 + k_{m_2} v^2 + \frac{c_1 B_1 \nu}{2},$$

$$a_{23} = \frac{a^2 c_1 + b^2 c_2}{v} + \frac{bc_{m_2} - a(c_{m_1} + nc_1)}{v},\quad a_{24} = c_{m_1} + nc_1 - ac_1 - \frac{c_1 B_1 \nu}{2},$$

$$A_1 = (fZ_1 - a_{14})\beta,\quad A_2 = 0{,}5\ B_2 \Delta r_0 \lambda^{-1} - (a_{24} + afZ_1)\beta^2, \tag{1'}$$

$$A_{23} = a_{23} + \frac{0{,}25\ B_2^2 r_{20}^m}{v} - \frac{0{,}25 B_2^2}{v}(k_{x0} v^2 + fZ_1 + c_1 \beta^2),$$

$$A_{24} = 0{,}25\ mB_2^2,\quad A_2 = (c_1 \beta - k_x v^2)\frac{0{,}25\ B_2^2}{v},\quad A_{26} = \frac{0{,}25\ B_2^2 ac_1}{v^2}\beta.$$

În relaţiile (1) termenii subliniaţi cu linie întreruptă pot fi neglijaţi, aşa cum arată calculele numerice. Dacă se elimină α între cele două ecuaţii (1), rezultă ecuaţia din care se obţine viteza unghiulară:

$$-\frac{a_{13} A_{24}}{a_{12}} \cdot \omega^3 - \left(\frac{(a_{13} A_{25}}{a_{12}} - \frac{A_1 A_{24}}{a_{12}} - A_{26}\right)\omega^2 +$$

$$+ \left(A_{23} + \frac{A_1 A_{25}}{a_{12}} - \frac{a_{22} a_{13}}{a_{12}}\right)\omega + a_{22} a_{12}^{-1} A_1 - A_2 = 0. \tag{2}$$

Sistemul de ecuaţii (1) a fost dedus în ipoteza că roţile din spate ale automobilului sînt roţi motoare.

Studiul sistemului (1), respectiv al ecuaţiei (2), este dificil sub forma generală. De aceea se vor face unele simplificări care să nu afecteze prea mult precizia, dar care să permită examinarea mişcării în cazul general.

Se constată că termenii în ω^3 şi ω^2 din ecuaţia (2) sînt introduşi prin intermediul termenului de forma $0{,}25\ B_2^2 X_2\ \omega/v$. Dacă X_2 ar fi cunoscut, atunci determinarea lui α şi ω s-ar reduce la rezolvarea unui sistem de gradul întîi. De asemenea, dacă X_2 s-ar putea neglija în raport cu alte mărimi, problema s-ar simplifica considerabil. Observînd că X_2 este introdus în ecuaţiile finale prin relaţia (8) din [4], neglijarea lui X_2 în raport cu $2r_{20}^m \lambda^{-1}$ conduce la simplificările menţionate. La mersul în curbă reacţiunea tangenţială la roţile motoare are în general valori mult mai mari decît la deplasarea rectilinie (viteza este aceeaşi), aşa cum arată încercările experimentale [1] şi cum se poate arăta şi teoretic [5]. Pentru o evaluare aproximativă s-a calculat X_2 la mersul în linie dreaptă pentru viteza de 150 km/h şi apoi s-a multiplicat de 4—5 ori. În aceste condiţii,

pentru autoturisme mijlocii, raportul $X_2/2\ r_{20}^m\lambda^{-1}$ nu depăşeşte valoarea de 0,04. Prin urmare, în general neglijarea cu X_2 este o operaţie care nu introduce erori mari.

Soluţiile determinate după metoda arătată sînt suficient de precise. Astfel, calculele efectuate pentru cazul unui autoturism mijlociu cu supravirare ale cărui caracteristici vor fi date ulterior arată că eroarea maximă care se produce prin utilizarea formulelor aproximative nu depăşeşte 4% [5].

Ţinînd seama de faptul că ponderea lui X_2 este mică, sistemul (1) devine

$$a_{12}\alpha + a_{13}\omega = A_1, \qquad a_{22}\alpha + \left(a_{23} + \frac{0{,}5\ B_2^2 r_{20}^m}{\lambda v}\right)\omega = A_2. \tag{3}$$

Soluţiile acestui sistem sînt (se consideră $\Delta r_0 = 0$):

$$\alpha = \frac{M_1 - m\ P_1 v^2}{s(v^2)} \cdot \beta, \qquad \omega = \frac{M - (k_{mz} - k_y P_1)v^2}{s(v^2)\cdot v^{-1}} \cdot \beta, \tag{4}$$

unde

$$M = Lc_1c_2 + c_1c_{m_2} - c_2c_{m_1},$$

$$M_1 = 0{,}5\ B_2^2 r_{20}^m \lambda^{-1} c_1 + bLc_1c_2 + b(c_1c_{m_2} + c_2c_{m_1}),$$

$P_1 = ac_1 - c_{m_1}$, iar $s(v^2)$ este funcţia de stabilitate [4].

Dacă se ţine seamă de relaţia dintre viteza unghiulară şi raza de viraj, din expresiile de mai sus rezultă

$$R = \frac{s(v^2)}{M + k'_{m_z}v^2} \cdot \frac{1}{\beta}, \tag{5}$$

unde R este raza de virare a automobilului cu diferenţial autoblocabil.

$$k'_{mz} = -\left[k_{mz} - k_y\left(a - \frac{c_{m_1}}{c_1}\right)\right] \quad (\text{în general} k'_{km} > 0).$$

1.2. *Analiza maniabilităţii*

Dacă se notează cu R_0 raza de viraj a automobilului în cazul cînd viteza este foarte mică, din (5) se obţine

$$\frac{R}{R_0} = \frac{s(v^2)}{M + k'_{mz}v^2} \cdot \frac{M}{\Lambda_1}, \tag{6}$$

Pentru raza de virare a automobilului cu roţi rigide în sens transversal se poate scrie formula simplă cunoscută $R_{or} = L/\beta$ ($\beta < 14^{o}$).

Dacă se ţine seama de ultima relaţie din (5) se obţine:

$$\frac{R}{R_{or}} = \frac{s(v^2)}{L(M + k'_{m_z} v^2)}. \tag{7}$$

Procedeul cel mai utilizat pentru aprecierea subvirării sau a supravirării este acela de a compara raza de virare la mersul în cerc al automobilului respectiv cu raza de virare a aceluiaşi automobil, care însă este considerat cu roţi rigide. Prin urmare, dacă raportul dat de (7) este supraunitar, automobilul prezintă subvirare, iar dacă este subunitar el prezintă supravirare. Se mai poate aprecia maniabilitatea şi prin comparaţia razei de viraj la o viteză dată cu raza de viraj la viteze foarte mici. În cazul automobilului cu diferenţial obişnuit cele două criterii sînt identice, întrucît la viteze mici raza de virare este egală cu cea a automobilului cu roţi rigide transversal. Acest fapt se poate verifica şi cu relaţiile (6) şi (7), în care termenii ce conţin pe λ se anulează. În schimb, pentru automobilul cu diferenţial autoblocabil cele două criterii nu mai sînt identice. Dacă în relaţia (8) se face $v = 0$, se obţine

$$\frac{R_0}{R_{or}} = 1 + \frac{0{,}5(c_1 + c_2) B_2^2 r_{20}^m \lambda^{-1}}{LM}.$$

Prin urmare, raza de viraj la viteze foarte mici este mai mare decît raza de viraj a aceluiaşi automobil cu roţi rigide transversal. Raportul de mai sus este cu atît mai mare cu cît rigiditatea tangenţială a pneurilor este mai mare. La viteze foarte mici forţele centrifuge sînt şi ele foarte mici, astfel că pentru automobilele cu diferenţial obişnuit devierea pneurilor este neînsemnată. În cazul diferenţialului autoblocabil, în planul căii ia naştere un moment stabilizator care acţionează independent de viteza automobilului. Acest moment provoacă apariţia forţelor laterale care conduc la apariţia devierii pneurilor şi, deci, la modificarea traiectoriei faţă de cazul diferenţialului normal. Momentul stabilizator este cu atît mai mare cu cît rigiditatea tangenţială a pneurilor este mai mare, ceea ce accentuează subvirarea.

Se ridică întrebarea în ce măsură este necesară utilizarea ambelor criterii. În ce priveşte criteriul ce foloseşte modelul cu roţi rigide, se observă că el oferă posibilitatea de a compara din punctul de vedere al razelor de viraj diferite automobile. Aşadar, se poate considera că acest criteriu defineşte o subvirare (supravirare) absolută. Pentru aprecierea maniabilităţii unui automobil în diverse regimuri, are importanţă modul cum variază razele de viraj pentru diferite viteze (la acelaşi unghi), pentru că acesta influenţează asupra modului de a conduce al şoferului, respectiv al solicitării sale. În aceste condiţii, este necesar să se facă comparaţii cu diversele regimuri. Calea cea mai simplă este de a lua regimul de referinţă cel care corespunde unor viteze mici. Aşadar, se poate considera că (6)

definește o subvirare (supravirare) relativă. Evident, acest criteriu este foarte simplificator și nu poate caracteriza complet maniabilitatea automobilului.

Alura funcției $\frac{R}{R_{or}}$ este determinată în mare măsură de funcțiea de stabilitate $s(v^2)$, care reprezintă o parabolă în v^2 și al cărei studiu a fost făcut în detaliu în [5]. Pe baza acestuia s-a trasat calitativ graficul funcției $\frac{R}{R_{or}}$ în figura 1. S-au reprezentat diferite curbe care corespund unor anumite situații caracteristice ce se pot urmări și în tabelul nr. 2

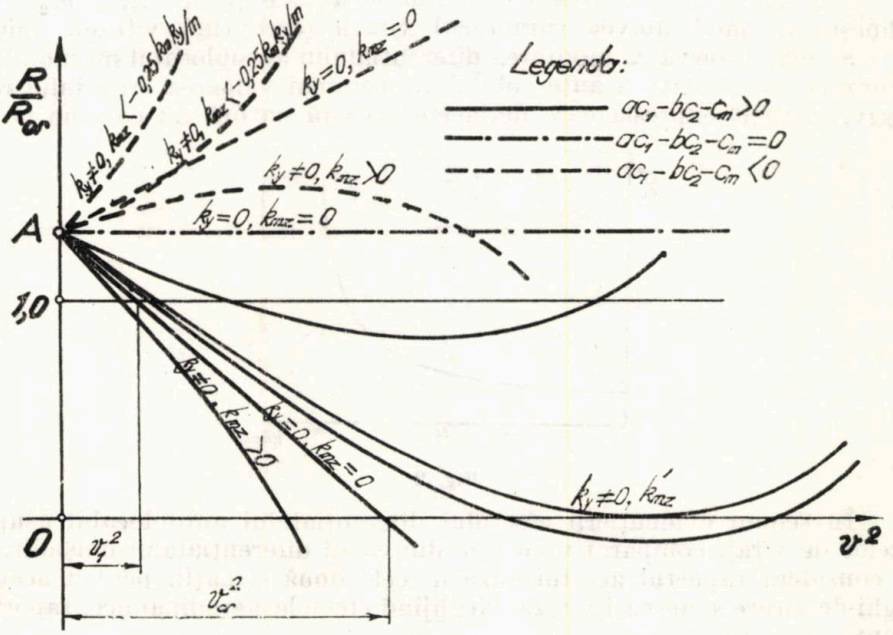


Fig. 1

din [4]. (Pentru a nu încărca figura, nu au fost trasate curbele ce corespund tuturor acestor situații).

Intersecțiile curbelor cu axa absciselor determină tocmai vitezele critice. Așadar, domeniul de sub axa absciselor este un domeniu de instabilitate. În cazul cînd efectele aerodinamice sînt nule ($k_y = 0$, $k_{mz} = 0$), curbele respective vor fi reprezentate prin niște drepte. Din figură se observă că pentru viteze mici, în orice condiții există o anumită subvirare absolută. chiar dacă în aceleași condiții automobilul cu diferențial normal prezintă supravirare. În cazul neglijării efectelor aerodinamice viteza pînă la care are loc subvirarea susamintită este dată de relația

$$v_1 = \sqrt{\frac{0{,}5\,(c_1 + c_2) B_2^2 r_{20}^m L}{m(ac_1 - bc_1 - c_m)\lambda}}. \qquad (8)$$

După cum s-a arătat în [4], prin montarea diferenţialului autoblocabil vitezele critice se măresc (cînd vitezele critice sînt prea mari, ele se micşorează, dar puţin în comparaţie cu vitezele obişnuite de circulaţie). Dacă se ţine seamă şi de cele arătate anterior, rezultă că prin montarea diferenţialului autoblocabil se obţine o mărire a subvirării (respectiv o micşorare a supravirării) în domeniul vitezelor uzuale de circulaţie (atît a viteze mari, cît şi la viteze mici).

Dacă se reprezintă grafic şi celălalt criteriu, se observă din (6) că alura curbelor este aceeaşi cu cea a curbelor din figura 1. Singura deosebire este că punctul A va avea ordonata 1,0. Din aceleaşi motive ca mai sus, se deduce că acest criteriu are valoare mai mare în cazul diferenţialului autoblocabil, îndeosebi pentru viteze mari.

Din figura 1 se constată că nu întodeauna expresia $ac_1 - bc_2 - c_m$ defineşte în mod univoc caracterul virării (ezceptînd vitezele mici).

Se mai observă că montarea diferenţialului autoblocabil nu modifică natura virării relative a automobilului, ci numai valoarea criteriului respectiv, întrucît expresia care defineşte această natură nu conţine pe λ.

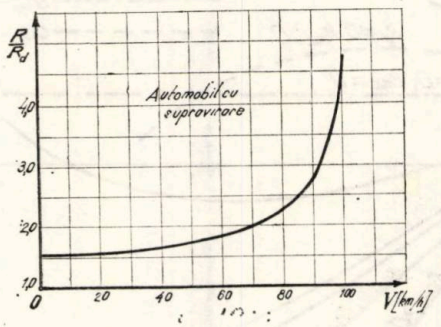


Fig. 2

În scopul evidenţierii efectului diferenţialului autoblocabil asupra razelor de viraj, comparativ cu cele din cazul diferenţialului obişnuit, se va considera raportul acestor raze în cele două situaţii, pentru acelaşi unghi de virare şi aceeaşi viteză. Neglijînd efectele aerodinamice, raportul amintit se scrie

$$\frac{R}{R_d} = \frac{\Lambda - mPv^2}{\Lambda - 0{,}5\,(c_1 + c_2)B_2^2 r_{20}^m \lambda^{-1} - mPv^2}, \tag{9}$$

unde :

R_d reprezintă raza de viraj a automobilului cu diferenţial normal;

$\Lambda = L^2 c_1 c_2 + L(c_1\, c_{m_2} - c_2 c_{m_1}) + 0{,}5\,(c_1 + c_2^{\cdot})B_2^2 r_{20}^m \lambda^{-1}$;

$P = ac_1 - bc_2 - c_m$.

Pe baza formulei (9) s-au trasat graficele din figurile 2 şi 3 pentru două autoturisme mijlocii. Din figurile respective se constată că mărirea substanţială a razelor de viraj are loc în cazul automobilului cu supravirare. Raportul razelor creşte cu viteza. La viteza critică a automobilului cu diferenţial normal, raportul tinde către infinit(aici viteza critică este de 110 km/h). Peste aceasta viteză raportul nu mai are sens, întrucît

mişcarea devine instabilă. Pentru automobilul cu subvirare raportul razelor scade cu viteza şi tinde asimptotic către unu.

Din exemplele de mai sus rezultă că prin montarea diferenţialului autoblocabil calităţile de maniabilitate ale automobilului se pot modifica într-o mare măsură.

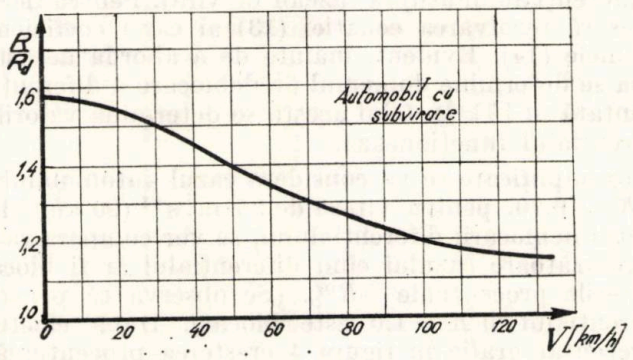


Fig. 3

2. Maniabilitatea automobilului în cazul cînd diferenţialul este deblocat

Ecuaţiile de mişcare vor fi date de ecuaţiile (3) din [4] şi de ecuaţia de mişcare a diferenţialului, în care se vor înlocui $\dot{\alpha} = 0$, $\dot{\omega} = 0$, $\dot{v}$ şi $\dot{\omega}_{2r} = 0$.

Ţinînd seamă de ecuaţia de mişcare a diferenţialului [5], în final se obţine

$$a_{12}\alpha + a_{12}\omega = B_1$$

$$B_{12}\alpha + B_{22}\omega + B_{23}\alpha\omega = B_2, \tag{10}$$

unde

$$B_1 = (fZ_1 - a_{14})\,\beta,\quad B_2 = -(afZ_1 + a_{24})\,\beta + 0{,}5\,B_2(1-2K)\,c_1\beta^2 + \\ + 0{,}5B_2(1-2K)fG + 0{,}5B_2(1-2K)\,k_{xo}v^2,$$

$$B_{21} = a_{22} + 0{,}5\,B_2c_1\beta,\quad B_{22} = a_{23} + 0{,}5\,B_2(1-2K)\frac{c_1a}{v}\beta, \tag{10'}$$

$$B_{23} = 0{,}5\,m\,B_2(1-2K)\,v.$$

Eliminînd pe α între cele două ecuaţii ale sistemului (10) rezultă o ecuaţie în ω

$$-B_{23}a_{13}\omega^2 + (B_{22}a_{12} + B_1B_{23} - a_{13}B_{21})\,\omega + B_1B_{21} - a_{12}\,B_2 = 0. \tag{11}$$

Faţă de situaţia cînd diferenţialul este blocat s-a obţinut o ecuaţia de gradul doilea al în ω, ceea ce face ca soluţionarea ei să nu prezinte difi-

cultăţi. În schimb, examinarea expresiilor (10′) arată că în acest caz α şi ω nu mai pot fi exprimate liniar în funcţie de β. De asemenea, nu mai pot fi făcute simplificări care să permită obţinerea unor formule simple.

Spre deosebire de cazul cînd diferenţialul este blocat, în situaţia de faţă nu pot fi făcute aprecieri cu caracter general privind influenţa funcţionării diferenţialului asupra razelor de viraj. Pentru fiecare caz concret este necesară rezolvarea ecuaţiei (13) ai cărei coeficienţi se calculează cu formulele (14). Evident, înainte de a aborda această problemă este necesar să se determine domeniul de deblocare a diferenţialului după metoda prezentată în [5]. În felul acesta se determină valorile lui β pentru care diferenţialul funcţionează.

Pentru exemplificare se va considera cazul automobilului cu supravirare, cînd $K = 0{,}70$, pentru viteza de 25 $m.s^{-1}$ (90 km . h^{-1}). Pentru a aprecia efectul deblocării diferenţialului, se vor compara razele de viraj cu cele corespunzătoare cazului cînd diferenţialul ar fi blocat, determinîndu-se creşterile procentuale $\Delta R\%$. (Se observă că pentru viteza de 25 $m.s^{-1}$ diferenţialul cu $K = 1{,}0$ este blocat). După efectuarea calculelor s-a reprezentat grafic în figura 4 creşterea procentuală arătată în funcţie de unghiul de virare. Se constată că la acelaşi unghi raza de virare se micşorează atunci cînd diferenţialul este deblocat. Acest lucru este explicabil întrucît prin deblocarea diferenţialului momentul din planul căii (datorit forţelor tangenţiale), care are efect de mărire a razei de viraj se micşorează. Aşadar, la deblocarea diferenţialului are loc o creştere a supravirării. Prezintă însă interes şi efectul comparativ cu auto-

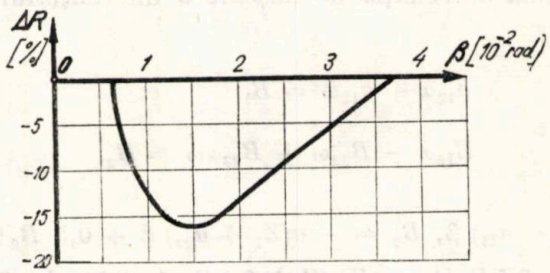


Fig. 4

mobilul cu diferenţial normal. Pentru aceasta trebuie ţinut seamă de rezultatele date în figura 2. Rezultă că pentru diferenţialul autoblocabil cu $K = 0{,}7$, care este deblocat, mărirea razei de viraj în comparaţie cu cea a automobilului cu diferenţial normal are valoarea minimă de 158,5% ($V = 90$ km. h^{-1}). Aşadar, chiar cînd diferenţialul este deblocat efectul său asupra caracteristicilor de virare ale automobilului este însemnat.

Pentru aprecierea completă este necesar ca ceea ce s-a făcut mai sus să se repete pentru diferite viteze, ceea ce nu constituie o dificultate principială.

Un fapt important care trebuie relevat este acela că în ecuaţiile (10) şi (11) nu intră coeficientul de elasticitate tangenţială a pneurilor. În schimb, aceste ecuaţii conţin coeficientul de blocare al diferenţialului.

Adică se prezintă o situație inversă aceleia din cazul cînd diferențialul rămîne blocat. Dar domeniul vitezelor și unghiurilor de virare în care ecuația (11) are sens este dependent de elasticitatea tangențială a pneurilor.

În [3] se determină viteza la care automobilul prezintă virare neutră (comparativ cu automobilul cu roți rigide transversal) și a cărei expresie este

$$v_0 = \frac{F_t BL}{m(a-b)\omega} \cdot (2K - 1),$$

unde F_t reprezintă forța de tracțiune.

După aceea se apreciază creșterile acestei viteze pentru diferite valori ale lui K. În aceste raționamente se consideră că, pentru un același β, viteza unghiulară și forța de tracțiune rămîn neschimbate ((atunci cînd K variază), ceea ce nu este adevărat. [5]

Pentru un unghi de virare dat, în cazul automobilului cu roți rigide transversal există relația $\omega = v\beta/L$.

Dacă se introduce expresia de mai sus a lui ω în (11) ,se obține o relație între β și v care permite să se găsească viteza la care se obține virarea neutră absolută. Această viteză va depinde evident de unghiul β. Ca viteza obținută să constituie o soluție reală a problemei este necesar ca punctul de coordonate β și v să se afle în domeniul în care diferențialul este deblocat.

Viteza la care, în cazul diferențialului deblocat, se obține virarea neutră absolută este în orice caz mai mică decît viteza v_1 dată de (8). În adevăr, pentru viteze mai mici decît v_1, cînd diferențialul este blocat, există subvirare absolută. Dar cum la deblocarea diferențialului subvirarea scade, înseamnă că numai pentru viteze mai mici decît v_1 este posibil ca ea să se anuleze.

Întrucît v_1 este dependentă de elasticitatea tangențială a pneurilor, se verifică într-un mod indirect că și în cazul deblocării diferențialului viteza similară celei de mai sus este influențată de λ.

3. Concluzii

Metoda și formulele prezentate în lucrare permit determinarea razei de virare staționară a automobilului cu diferențial autoblocabil atunci cînd se dau unghiul de virare și viteza automobilului, atît în situația cînd diferențialul este blocat, cît și în situația cînd diferențialul este deblocat.

Diferențialul autoblocabil are efect de subvirare, care depinde de elasticitatea tangențială a pneurilor.

Acest efect este mai accentuat la automobilele cu supravirare, cu toate că el este destul de însemnat și la automobilele cu subvirare.

Efectul subvirant al diferențialului crește odată cu mărirea vitezei în cazul automobilului cu supravirare, pe cînd la automobilul cu subvirare scade.

Prin deblocarea diferențialului efectul de subvirare al diferențialului, care este dependent de coeficientul de blocare, se micșorează, deși modificarea subvirării poate să fie însemnată.

Catedra de autovehicule
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Apetaur, M.* Characteristik des Lenkverhaltens von Kraftwagen, în Kraftfahrzeugtechnik, nr. 5, 1967, pp. 132—133.
2. *Litvinov, A. S., Rotenberg, R. V., Frumkin, A. K.*, Şasii avtomobilea. Maşghiz, Moskva, 1963.
3. *Petkov, B. T.*, Izsledovanie vlianieto na trieneto v diferenţiala vrhu upravleaemostga na a×tomobila, în Godişnik na Maşino-elektro-tehniceskiea institut, kniga III, X, 19611961, pp. 9—14.
4. *Stoicescu, A. P.*, Contribuţii la studiul stabilităţii automobilului cu diferenţial autoblocabil, în Studii şi Cercetări de Mecanică Aplicată, 33, nr. 1, 1974. pp. 51—73
5. *Stoicescu, A. P* .,Contribuţii la studiul influenţei reacţiunilor tangenţiale la roţi asupra stabilităţii şi maniabilităţii automobilului. Teză de doctorat, Institutul politehnic din Bucureşti, 1971.

I.P.I. c. 1336

40 820

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu trei fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Buletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в три годовых выпусках, являясь продолжением преждних научных периодиуеских журналов „Bulletin de Mathèmatiques et de Physique pures et appliquèes и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel q'il se présente, il refléte en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'instiut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

1975 JUN 2 0